ВАЗОРАТИ МАОРИФ ВА ИЛМИ
ҶУМҲУРИИ ТОҶИКИСТОН

Муассисаи таълимии давлатии
«ДОНИШГОҲИ ДАВЛАТИИ ХУҶАНД
БА НОМИ АКАДЕМИК БОБОҶОН ҒАФУРОВ»

Ҳ.САИДОВ

ФИЗИКАИ СТАТИСТИКӢ ВА ТЕРМОДИНАМИКА

(дастури таълимӣ-методӣ)

Нашриёти
«Нури маърифат»
Хуҷанд-2019

ББК 22.3
УДК 536

Дастури таълимӣ-методӣ дар Шӯрои татбиқ ва нашри корҳои илмӣ-тадқиқотии ДДХ ба номи акад. Бобоҷон Ғафуров муҳокима ва тасдиқ шудааст.
(Қарори №7 – 1/5 аз 29.07.2019).

Ҳ.Саидов. Физикаи статистикӣ ва термодинамика (дастури таълимӣ-методӣ барои донишҷӯёни макотиби олӣ). – Хуҷанд: Нури маърифат, 2019. - 96 саҳ.

Физикаи оморӣ (статистикӣ) яке аз қисмҳои асоситарини физикаи назариявӣ мебошад ва ба таври васеъ дар физикаи молекулавӣ, физикаи ҷисмҳои сахт, химия, биофизика ва техника истифода бурда мешавад.

Дастури мазкур асосҳои физикаи статистикӣ ва термодинамикаи ҳолатҳои мувозинативу квантиро дар бар мегирад. Инчунин намунаи масъалаҳо доир ба асосҳои физикаи оморӣ (статистикӣ) ва термодинамика бо ҳалҳояшон оварда шуданд, ки онҳо дар рафти омӯзиши курс бешубҳа ба донишҷӯён мадад хоҳанд расонд. Табиист, ки дар як нишондод, аз ҳамаи қисмҳои курси физикаи оморӣ (статистикӣ) мисолу масъала овардан ғайриимкон аст ва мо умед дорем донишҷӯён аз дигар васоитҳои таълим ва китобҳои дарсӣ истифода хоҳанд бурд.

Дастури мазкур барои донишҷӯёни ихтисосҳои физика, физика-математика ва математика-физика нигаронида шудааст.

МУҚАДДИМА

Физикаи статистикӣ ва термодинамика яке аз қисмҳои асосии физикаи назариявӣ ба ҳисоб рафта, дар он асосҳои тадқиқи равандҳои макроскопӣ бо ду роҳ - феноменологӣ ва статистикӣ омӯхта мешавад. Усулҳои дар ин фан мавриди истифода қарор ёфташуда, ба дарки роҳҳои ҳалли бисёр масоили дигар соҳаҳо кӯмак менамояд.

Фанни физикаи статистикӣ хосиятҳои системаҳои макроскопӣ, яъне системаҳои аз теъдоди зиёди зарраҳо, ба мисли атомҳо, молекулаҳо, ионҳо, электронҳо, протонҳо ва ғайра иборат бударо меомӯзад.

Омӯзиши ҳолати системами макроскопиро бо ду метод - термодинамикӣ ва статистикӣ амалӣ намуда мешавад. Методи термодинамикӣ ба ягонгуна тасаввуроти моделии сохт ва сохтори (структураи) модда такя намекунад ва он методи феноменологӣ номида мешавад. Мазмуни феноменология (феномен - ҳодиса) он аст, ки қонунҳои бо ин метод омӯхташаванда ба мушоҳида, ба таҷриба асос карда шудааст.

Вазифаи асосии методи термодинамикӣ - ин алоқаи байни бузургиҳои мушоҳидашаванда, ба мисли ҳаҷм, фишор, ҳарорат, консентратсияи маҳлул, шадидияти майдони электрикӣ ё магнитӣ, сели рушноӣ ва ҳоказоро муқаррар намудан мебошад. Бузургиҳои бо сохтори атомӣ - молекулавии модда, ба мисли андозаи атомҳову молекулаҳо, массаву микдори онҳо, дар ин метод мавриди баррасӣ қарор намеёбад.

Методи статистикӣ хосиятҳои ҷисмҳои макроскопиро дар асоси тасаввуроти модели атомӣ-молекулавӣ меомӯзад. Вазифаи асосии методи статистикӣ - ин муқарар намудани қонунҳои тағирёбии ҳолати макроскопии модда дар асоси донистани қонунҳои ҳаракат ва таъсири мутақобилаи зарраҳои система (молекулаҳо, атомҳо, ионҳо ва ғайра) мебошад.

Методи термодинамикӣ як қатор масоили мушаххасро бо аппарати нисбатан соддаи математикӣ, бе ягон маълумот оид ба хосиятҳои атому молекулаҳо ҳал менамояд. Аз ҳамин сабаб, ин метод ҳангоми ҳалли масъалаҳои характери техникӣ дошта (термодинамикаи техникӣ, техникаи ҳарорат) нисбат ба дигар метод бартарӣ дорад. Камбудии ҷиддие, ки ба ин метод хос аст- ин ноаён боқӣ мондани механизми дохилии (атомӣ-молекулавии) ҳодисаҳо мебошад.

Методи статистикӣ аз огози ҳалли масъала механизми ҳодисаҳоро муайян мекунад, як қатор масоили дар доираи методи термодинамикӣ ҳалнашаванда, ба мисли исботи муодилаи ҳолати системаҳои макроскопӣ, назарияи гармиғунҷоишҳо ва ғайраро ҳал мекунад. Методи статистикӣ аз як тараф қонунҳои термодинамикиро асоснок кунад, аз тарафи дигар ҳудуди татбиқи ононро муайян менамояд.

Методи физикаи статистикӣ имконияти омӯхтани системаҳои дилхоҳ, ки аз шумораи бузурги зарраҳо иборатанд, ба мисли газҳо, ҷисмҳои сахт, плазма, электролитҳо, ва ҳастаҳои вазнинро, ки дар таркибашон садҳо нуклонҳо дорад, фароҳам меоварад.

Физикаи статистикӣ дар асоси донистани хусусият ва қонунҳои ҳаракати зарраҳои алоҳидаи система, хосиятҳои макроскопӣ ва қонуниятҳои тағйирёбии ононро дар равандҳои мухталиф муайян менамояд, ки ин вазифаи асосии физикаи статистикӣ мебошад. Барои ҳалли ин вазифа методҳои назарияи эҳтимолият истифода бурда мешавад.

Ҳангоми омӯхтани ҳаракат ва хосиятҳои система, ҳам механикаи классикӣ ва ҳам механикаи квантӣ истифода бурда мешавад, ки ин ба масъалаи ҳалкардашаванда марбут аст. Вобаста аз истифодаи намуди қонунҳои ҳаракат дар шарҳи ҳаракати микрозарраҳои система, физикаи статистикӣ ба физикаи статистикии классикӣ ва физикаи статистикии квантӣ ҷудо карда мешавад.

Физикаи статистикӣ дар қисмҳои гуногуни физика бо муваффақият истифода намуда мешавад. Дар физикаи молекулавӣ тавассути он ҳодисаҳои гармӣ, дар электромагнетизм хосиятҳои диэлектрикӣ, ноқилият ва магнитиро шарҳ дода мешавад, дар оптика он имконияти барпо намудани назарияи афканишоти гармӣ, пошхӯрии молекулавии рӯшноиро имконпазир намуд.

Оғози физикаи статистикиро бо кори олими немис Р. Клаузиус “Оид ба табиати ҳаракат, ки мо онро гармӣ меномем”, ки дар соли 1857 нашр шуда буд, вобаста дониста мешавад. Дар он нишон дода шуда буд, ки энергияи гармӣ – ин энергияи ҳаракати бетартибонаи молекулаҳо мебошад. Клаузиус инчунин мафҳуми давиши озоди ҳаракати молекуларо ба илм ворид намуд. Ӯ аз нуқтаи назари молекулавӣ-кинетикӣ шарҳи дурусти ҳодисаҳои гармигузаронӣ ва соиши дохилиро дода буд. Соли 1859 кори физики англис Д.К.Максвелл ба миён омад, ки дар он қонуни тақсимоти молекулаҳои газ, ки ҳоло тақсимоти Максвелл ном гирифтааст, ҳосил карда шуда буд.

Рушди минбаъдаи назарияи молекулавӣ-кинетикии газҳо, бо номи физики австриягӣ Л.Болсман марбут аст. Болсман формулаеро ҳосил намуд, ки дар он тақсимоти молекулаҳои газ дар майдони беруна (тақсимоти Болсман) шарҳ дода мешуд. Инчунин

Болсман теорема дар бораи мунтазам тақсимшавии энергияи кинетикӣ нисбат ба дараҷаҳои озодро исбот намуд. Ба Болсман ошкор намудани мазмуни эҳтимолиятӣ доштани энтропия муяссар гардид. Муҳимтарин комёбии Болсман – ин исботи муодилаи кинетикӣ (муодилаи Болсман) мебошад, ки он имконияти омӯзиши ҳолати ғайримувозинатии газҳоро фароҳам овард. Тавассути муодилаи кинетикӣ исботи теорема барои функсияи бо ишораи H (аш) дохил намудаи ӯ, имконияти фаҳмиши статистикии ибтидои дувуми термодинамикаро пайдо намуд.

Дар корҳои физики амрикойӣ Гиббс физикаи статистикӣ ба таври қатъӣ асоснок карда шуд ва онро на танҳо ба газҳо, балки ба системаҳои ихтиёрӣ татбиқ намудан имконпазир гардид. Тақсимоти Гиббс дар физикаи статистикӣ, ба мисли муодилаҳои Нютон дар механикаи классикӣ ва муодилаҳои Максвелл дар электродинамика нақш мебозад ва мавқеъ дорад. Тавассути тақсимоти Гиббс аз ҷиҳати назарияи молекулавӣ-кинетикӣ қонунҳои термодинамика асоснок намуда шуд.

Назарияи нурафкании гармӣ, ки соли 1900 аз тарафи М.Планк пешниҳод карда шуд, ба пайдо шудани физикаи статистикии квантӣ овард.

БОБИ 1. АСОСҲОИ ФИЗИКАИ СТАТИСТИКИИ КЛАССИКӢ

§1. Параметрҳои дохилӣ ва берунаи системаҳои макроскопӣ

Мувозинати термодинамикӣ ҳолати макроскопии система тавассути параметрҳои дохилӣ ва беруна тавсиф дода мешавад. Ба системаи омӯхташаванда ҷисмҳои дигари атроф, ба мисли майдонҳои электрикӣ, магнитӣ, гравитатсионӣ ва ғайра таъсири мутақобила менамоянд, ки ононро **параметрҳои беруна** меноманд. Дар мисоли газҳо ҳаҷми ишғолкардаи он ҳамчун параметри беруна қабул карда мешавад, чунки он ба мисли майдони қуввагӣ аз ҳаҷми мавҷуда ба берун баромадани молекулаҳо монеъ мегардад. Инчунин ҳарорати ҷисмҳои гирду атрофи система T низ параметри беруна шуда метавонад. Дар ҳолати набудани таъсири беруна система дар ҳолати **адиабатӣ** мебошад.

Бузургиҳои макроскопие, ки ҳолати худи системаро шарҳ медиҳанд, **параметрҳои дохилӣ** номида мешаванд. Фишор P, поляризатсияи диэлектрикӣ **P**, магнитнокии магнетик **M** ва ғайра мисолҳои параметрҳои дохилӣ мебошанд. Аз нуқтаи назари микроскопӣ параметрҳои дохилӣ ҳамчун қимматҳои миёна нисбат ба координатҳову импулсҳои зарраҳои система муайян карда мешаванд. Азбаски ҳаракати молекулавии система тавассути ҳарорат шарҳ дода мешавад, ҳарорат низ параметри дохилӣ шуда метавонад.

Мушоҳидаҳо собит менамояд, ки системаи маҳдуд ва ё дар ҳолати муайяни беруна мавҷуд буда, бо мурури замон ҳолатеро мегирад, ки онро ҳолати **мувозинатӣ ё ҳолати мувозинати термодинамикӣ** меноманд. Дар ҳолати мувозинатӣ параметрҳои дохилӣ функсияи параметрҳои беруна мебошад.

Бузургиҳои физикӣ, ба мисли **энергияи дохилӣ** Е, **ҳаҷм** V, **масса** m ва ғайра, ки ба шумораи зарраҳои система мутаносибанд, бузургиҳои **экстенсивӣ** номида мешаванд. Бузургиҳои физикӣ, ба мисли ҳарорат Т, фишор Р, потенсиали кимиёвӣ $\boldsymbol{\mu}$, ки дар ҳолати мувозинатӣ барои ҳар қисми система қиммати якхела мегирад, бузургиҳои **интенсивӣ** номида мешавад.

Агар тағйирёбии система бисёр суст бошад, дар ҳар лаҳзаи додашуда ҳолати онро ҳамчун ҳолати мувозинатӣ қабул кардан мумкин аст, ки ингуна равандро **квазистатикӣ** меноманд.

Дар ҳолати бетағйир будани шарти берунаи додашуда, вақти аз ҳолати ғайримувозинатӣ ба ҳолати мувозинатӣ омадани системаро **вақти релаксатсия** τ меноманд.

§2. Тарзи классикии шарҳи системаи механикӣ

Мо системаҳои аз теъдоди зиёди зарраҳо (дар 1 см3 газ $\sim 10^{19}$ молекула) иборат бударо меомӯзем.

Бигузор системаи дорои N зарра дода шуда бошад. Координатҳои зарраҳоро бо $\boldsymbol{q}$ ($\boldsymbol{q_i}$ =1,2,3…,3N) ва импулсҳоро бо $\boldsymbol{p}$ ($\boldsymbol{p_i}$ =1,2,3…,3N) ишора менамоем. Маҷмӯи $\boldsymbol{q_i}$- ро бо $\boldsymbol{q}$ ва маҷмӯи $\boldsymbol{p_i}$ - ро бо $\boldsymbol{p}$ ишора намудем.

Функсияи Гамилтонро H, ки ба суммаи энергияҳои кинетикӣ ва потенсиалӣ баробар аст, ҳамчун функсияи координатҳо ва импулсҳо ба намуди зерин менависем:

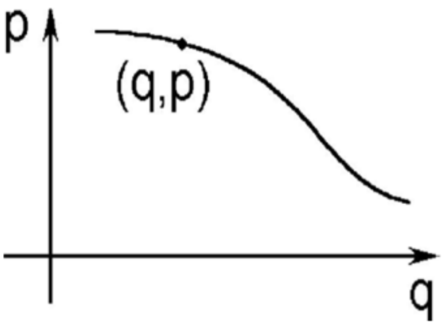
$$H(\mathrm{q}, p) = \sum_{i=1}^{3N} \frac{p_i^2}{2m} + U(\boldsymbol{q}) \qquad (1.1)$$

Ин ҷо аъзои якум суммаи энергияҳои кинетикии ҳамаи зарраҳо, $U(\boldsymbol{q})$ –суммаи энергияи потенсиалии таъсири мутақобилаи зарраҳо ва энергияи потенсиалии зарраҳо дар майдонҳои беруна мебошад. Муодилаҳои ҳаракат намуди зерин дорад:

$$\dot{q_i}=\frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \dot{p_i}=\frac{\partial H}{\partial q_i} \qquad (1.2)$$

Муодилаҳои (1.2) муодилаҳои каноникӣ ва ё **муодилаҳои Гамилтон** номида мешавад. ҳалли механикии ин муодилаҳо аз сабаби дар система мавҷуд будани шумораи зиёди зарраҳо ғайриимкон аст.

Барои тавсифи ҳолати макроскопии макроҷисмҳо донистани теъдои зиёди параметрҳо зарур намебошад. Масалан, дар ҳолати мувози-натии газҳо танҳо се параметр: T-ҳарорат, V-ҳаҷм ва N-шумораи заррахоро донистан кифоя аст. ҳолати макроскопии система, гарчанд заррахояш доимо дар ҳаракатанду микроҳолаташ бемайлон дигаргун шуда меистад, доимӣ нигоҳ дошта мешавад. Маҷмӯи зиёди микроҳолатҳо ба як макроҳолат мувофиқ мешавад. Аз ин сабаб дар физикаи статистикӣ, барои ҳисоб намудани параметрҳои макросистема ҳалли аниқи масъалаи механикӣ зарур намебошад.



Расми 1. Фазои фазавӣ бо нуқтаи (q,p) ва масири фазавӣ

§3. Фазои фазавӣ

Дар физикаи статистикӣ барои шарҳи ҳаракати системаҳои механикӣ мафҳуми фазои фазавӣ истифода бурда мешавад. Системаи координа-таҳои хаёлии дученакаеро дохил менамоем, ки дар тирҳои росткунҷаи координатаҳои умуми-кардашуда q_i ва импулсҳои умумикардашуда p_i гузошта шудаанд. Ингуна системаи координата **фазои фазавӣ** номида мешавад ва барои системаи *N* заррахо *6N* ченака аст.

Ҳолати системаи механикӣ дар фазои фазавӣ бо як нуқта ифода карда шуда, тағйирёбии он бо хати кач, ки **масири фазавӣ** номида мешавад, тав-сиф мегардад.

Дар фазои фазавӣ ҳаҷми элементарии dV. ки нуқтаҳояш байн $q_{i,}p_i$ ва $q_i + dq_i, p_i + dp_i$ хоби-дааст, яъне дохили параллелопипеди беохир хурд хобидааст, ба ифодаи зерин баробар мебошад:

$$dV = dq_i dq_i dq_i dp_i dp_i dp_i = \prod_{i=1}^{3N} dq_i dp_i = \boldsymbol{dqdp}$$

Дар физикаи статистикӣ одатан ҳаракати маҷмӯи бузурги системаҳои якхелаи *N* дида баромада мешавад. Агар *N* хело калон бошад, мафҳуми зерини зичӣ ва ё функсияи тақсимотро дохил менамоянд:

$$\rho(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{p}, t) = \frac{\Delta N}{\Delta V}$$

ки ин ҷо ΔN- шумораи нуқтаҳои фазавӣ дар ҳаҷми хурди фазои фазавии ΔV мебошад.Функсияи тақсимон ба намуди зерин нормиронида шудааст:

$$\int \rho(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{p}, t) dV = \int dN = N$$

§4. Функсияи тақсимоти статистикӣ

Бигузор система дар вақти мушоҳидаи τ, муддати *dt* дар ҳаҷми $dV = d\boldsymbol{q}d\boldsymbol{p}$ мавҷуд буд. Таносуби dt/τ, барои қимматҳои калони τ эҳтимолияти ёфтани система дар ҳаҷми -ро ифода менамояд. Ин эҳтимолият ба ҳаҷми $\boldsymbol{dqdp}$ мутаносиб аст.

Функсияи f –ро дохил менамоем, ки он аз $\boldsymbol{q}$ ва **p** чунин вобаста бошад, ки эҳтимолияти dw дар элементи ҳаҷми фазои фазавӣ $dqdp$ дарёфт намудани система ба ифодаи зерин баробар гардад:

$$\frac{dt}{\tau} \to dw = f(\boldsymbol{q}, \boldsymbol{p}) \boldsymbol{dqdp} \text{ дар } \tau \to \infty \quad (1.3)$$

Азбаски эҳтимолияти дарёфт намудани система дар ягон ҳолат воқеаи аниқ, яъне ба як баробар аст, суммаи эҳтимолиятҳо ба як баробар шуда, ифодаи зерин шарти нормиронӣ номида мешавад:

$$\int f(\boldsymbol{q},\boldsymbol{p})\boldsymbol{dqdp} = 1 \qquad (1.4)$$

Функсияи $f(\boldsymbol{q},\boldsymbol{p})$-ро иҷмолан функсияи тақсимот меноманд ва он зиччии эҳтимолияти ёфтани система дар элементи ҳаҷми $dqdp$ -и фазои фазавӣ мебошад.

§5. Қиммати миёнаи бузургиҳои физикӣ

Вазифаи асосии физикаи статистикӣ барои ҷисмҳои макроскопӣ ҳисоб намудани қиматҳои миёнаи бузургиҳои гуногун, ба мисли энергия, фишор, моменти магнитӣ ва ғайра дар мувозинатии статикӣ мебошад.

Аксарияти бузургиҳои физикӣ, ба мисли энергияи пурраи система, импулс, моменти импулс ва ғайра функсияи тағйирёбандаҳои дина-микии $\boldsymbol{q}$ ва $\boldsymbol{p}$ аст. Бинобар он, **қимати миёнаи** бузургии физикии А, дар фосилаи калони вақти мушоҳидаи $\tau -$ ро чунин менависем:

$$\overline{\mathrm{A}} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \mathrm{A}\big(q(t),p(t)\big)dt$$

ҳангоми $\tau \to \infty$ будан

$$\overline{\mathrm{A}} = \int \mathrm{A}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{p})dw = \int A(\boldsymbol{q},\boldsymbol{p})\, f(\boldsymbol{q},\boldsymbol{p})\boldsymbol{dqdp}$$

Интеграли охирон, ки $6N$ карата аст, нисбат ба тамоми фазои фазавӣ интегронида мешавад. Бузургии $\overline{\mathrm{A}}$-ро **қимати миёнаи статистикии** бузургии физикии А меноманд.

Бояд қайд намуд, ки дар вақти ченкунии бузургии физикии А қимати ҳосилшуда ба қимати миёнаи статистикӣ бисёр наздик аст. Аз ин рӯ, дар вақти бо эҳтимолияти зиёд бузургиҳои физикӣ ба қиматҳои миёнаи статистикӣ баробар будан, система дар **ҳолати мувозина-**

тии статикӣ мебошад. Дар физикаи статистикӣ ҳолати мувозинатии статикӣ ва ҳолати мувозинатии термодинамикиро (ҳароратиро) якхела қабул менамоянд.

Агар система дар ҳолати ғайримувозинатӣ бошад, бо гузаштани вақт он микроҳолатҳои зиёдеро гузашта ба ҳолати мувозинатӣ меояд. Маҷмӯи зиёди шумораи системаҳои физикии якхелаи M, ки дар микроҳолатҳои гуногун мавҷуд аст, **ансамбли статистикӣ** номида мешавад. Ансанбли статистикиро тавассути функсияи тақсимоти статистикии $f(q,p)$ тавсиф додан мумкин мебошад.

Қимати миёнаи бузургии A нисбат ба ансанбли статистикӣ чунин муайян кара мешавад:

$$\frac{\int A(q,p)Mf(q,p)dqdp}{\int M\,f(q,p)dqdp}=\int A(q,p)f(q,p)dqdp=\overline{\mathrm{A}}$$

Аз ин сабаб $\overline{\mathrm{A}}$-ро қимати миёна нисбат ба ансамбли статистикӣ низ меноманд.

§6. Новобастагии статистикии системаҳо

Агар система аз ду системаҳои хурд иборат бошад ва онҳо бо ҳам таъсири мутақобила надошта бошанд, онҳоро **статистикӣ новобаста** мегӯянд. Дар ин ҳол функсияи тақсимоти системаи яклухт ба ҳосили зарби системачаҳо баробар мешавад.

$$f(q,p)=f_1\left(q^{(1)},p^{(1)}\right)\cdot f_2(q^{(2)},p^{(2)})\quad(1.5)$$

Ифодаи (1.5) тарзи навишти математикии новобастагии статистикӣ мебошад. Барои шумораи зерсистемаҳо

$$f(q,p)=\prod_l f_l\left(q^{(l)},p^{(l)}\right)\qquad(1.6)$$

Агар зерсистемаҳо аз теъдоди зиёди зарраҳо иборат бошанд ва байнашон таъсири мутақобила хело хурд бошад, онҳоро квазиновобаста мегӯянд.

Қимати миёнаи бузургии A, ки аз ду зерсистемаҳои аз ҳам новобаста иборат аст, чунин мешавад:

$$\overline{\mathrm{A}}=\overline{\mathrm{A}_1}\cdot\overline{\mathrm{A}_2}$$

§7. Дисперсия, флуктуатсияи квадратӣ ва нисбии бузургиҳои физикӣ

Агар $\mathbf{A}(q,p)$ ягон бузургии физикӣ бошад, ифодаи

$$\Delta\mathbf{A}(q,p) = \mathrm{A}(q,p) - \overline{\mathrm{A}}$$

флуктуатсияи (майлкунии) бузургии физикӣ номида мешавад. қимати миёнаи квадратии флуктуатсия **дисперсияи** бузургии физикӣ номида мешавад.

$$D_A = \overline{(\Delta A)^2} = \overline{A^2 - 2A\cdot\overline{A} + \overline{A}^2} = \overline{A^2} - \overline{A}^2$$

Бузургии $\sigma_A = \sqrt{D_A}$ **флуктуатсияи миёнаи квадратӣ** номида мешавад.

Нисбати флуктуатсияи миёнаи квадратӣ ба қимати миёнаи бузургии физикӣ $\delta_{\text{а}} = \sigma_A/\overline{\mathrm{A}}$ **флуктуатсияи нисбӣ** номида мешавад.

Системаи макроскопиро ба шумораи калони зерсистемаҳои квазимаҳдуди l $(l = 1,2,\dots,n)$ тақсим менамоем. Бузургии физикӣ аддитивӣ номида мешавад, агар

$$\mathrm{A}(q,p) = \sum_{l=1}^{n} A_l\,(q_l,p_l) \qquad (1.7)$$

Ин ҷо $A_l(q_l,p_l)$ бузургии физикии зерсистемаи l аст. Теъдоди зиёди бузургиҳои физикӣ, ба мисли энергия, импулс, моменти импулс ва ғайра, бузургиҳои аддитивӣ мебошанд.

Дар ҳолати $\overline{A_l} = a$ будан, қимати миёна

$$\overline{\mathrm{A}} ⁇ \sum_{l=1}^{n} \overline{A_l} = n\cdot a$$

мешавад. Нишон додан мумкин аст, ки флуктуатсияи нисбӣ

$$\delta_A \sim \frac{1}{\sqrt{N}} \qquad (1.8)$$

Барои системаҳои макроскопӣ

$$N \sim 10^{22} \text{ ва } \delta_A \sim 10^{-11}.$$

§8. Теоремаи Лиувил

Системаи маҳдуди дорои N зарраҳоро дида мебароем. Функсияи тақсимот $f(\boldsymbol{q},\boldsymbol{p})$ дар фазои сеченака ба муодилаи зерини бефосилагӣ итоат мекунад:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + div(f\vec{v}) = 0$$

Ин ҷо $f(\boldsymbol{q},\boldsymbol{p},t)$ –зиччии эҳтимолият ва $\vec{v}(\boldsymbol{q}\ ,t)$ – суръати зарраҳои газ, ки дар лаҳзаи вақти t ба радиус-вектори $\vec{q}(t)$ молик аст.

Муодилаи бефосилагӣ дар фазои фазавӣ чунин навишта мешавад:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{j=1}^{3N}\left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\dot{q}_j + \frac{\partial f}{\partial p_j}\dot{p}_j\right) + \sum_{j=1}^{3N} f\left(\frac{\partial q_j}{\partial q_j} + \frac{\partial p_j}{\partial p_j}\right) = 0$$

Аз муодилаҳои Гамилтон бармеояд, ки аъзои охирин баробари сифр мебошад. Он гоҳ муодилаи бефосилагӣ

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{j=1}^{3N}\left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\dot{q}_j + \frac{\partial f}{\partial p_j}\dot{p}_j\right) = \frac{df}{dt} = 0$$

мегардад. Ин муодиларо ба чунин намуд менависем:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + [f,H] = 0 \qquad (1.9)$$

Ин ҷо ифодаи

$$[f,H] = \sum_{j=1}^{3N}\left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\frac{\partial H}{\partial p_j} + \frac{\partial f}{\partial p_j}\frac{\partial H}{\partial q_j}\right)$$

қавсҳои Пуассон барои бузургиҳои f ва H мебошад.

Аз ифодаи (1.9) бармеояд, ки **қимати функсияи тақсимот $\boldsymbol{f}$ дар нуқтаи тасвиршудаи дар фазои фазавӣ ҳаракат кардаистода ва ҳаҷм $\Delta\boldsymbol{dq}\Delta\boldsymbol{dp}$ дар фазои фазавӣ (теоремаи Лиувил) доимӣ аст.** Инчунин маълум мегардад, ки гази нуқтаҳои тасвиршуда мувофиқи муодилаҳои каноникӣ ҳамчун **моеи фишурданашаванда** ҳаракат менамудааст.

Барои функсияи тақсимоти статсионарӣ

$$[f,H] = 0 \qquad (1.10)$$

Ин натиҷа собит менамояд, ки функсияи тақсимот ба **қимати доимӣ** соҳиб аст.

§9. Интеграли ҳаракати системаҳои маҳдуд ва функсияи тақсимот

Бузургии ихтиёрии физикӣ аз вақт, координатаҳо ва импулсҳо вобаста аст:

$$f = f(t, q(t) \cdot p(t))$$

Тағйирёбии пурраи бузургии физикӣ ҳамчун ҳосилаи пурра муайян карда мешавад, яъне

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{j=1}^{3N}\left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\dot{q}_j + \frac{\partial f}{\partial p_j}\dot{p}_j\right) = \frac{\partial f}{\partial t} + [f, H]$$

Агар бузургии f аз вақт новобаста бошад, онро **интеграли ҳаракат** меноманд. Барои интеграли ҳолат $\frac{df}{dt} = 0$ ва агар бузургии физикӣ аз вақт ошкор новобаста бошад, $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$ ва $[f, H] = 0$ мешавад.

Дар ҳолати статсионарӣ функсияи тақсимот $f = f(q, p)$ интеграли ҳаракат мебошад.

Системаи маҳдуди механикӣ ҳамагӣ дорои ҳафт интегралҳои ҳаракат мебошад: энергия $E = H(q, p)$, се интеграли импулс $\boldsymbol{P}$ ва се интеграли моменти импулс $\boldsymbol{M}$. Импулс ва моменти импулси системаи маҳдуд бо ҳаракати мунтазам пешраванда ва даврзанӣ вобаста аст. Ингуна ҳаракатҳоро аз назар соқит намуда, системаро дар ҳолати оромӣ тасаввур намоем, функсияи тақсимот f танҳо аз як интеграли ҳаракати аддитивии энергия $E = H(q, p)$ вобаста мешавад:

$$f = f(H(q, p)) \qquad (1.10)$$

Функсияи ихтиёрии $f(H(q, p))$ ба теоремаи Лиувил итоат мекунад ва барои тавсифи хосиятҳои статистикии системаҳои макроскопӣ мавриди истифода қарор дода шуда метавонад.

§10. Тақсимоти микроканоникӣ

Системаи маҳдудеро дида мебароем. ҳолати мувозинати макроскопии он тавассути параметр-ҳои $E-$ энергияи дохилӣ, $V-$ ҳаҷм, $N-$ шумораи зарраҳо ва ғайра (масалан шиддати майдонҳои беруна) муайян карда мешавад. Функсияи Гамилтон H барои чунин система мазмуни энергияи механикии пурра E- ро дорад ва на танҳо аз координатҳо $\boldsymbol{q}$ ва импулсҳо $\boldsymbol{p}$, балки аз ҷамъбасти параметрҳои ҳолати макроскопиро муайян мекарда $\mathrm{H}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{p},V.N)=E$ вобаста аст.

Ансамбли микроканоникӣ аз шумораи зиёди системаҳои якхелаи маҳдуд (якхела функсияи Гамилтон) иборат буда, бо параметрҳои макроскопии $E, V.N$ тавсиф дода мешавад. Системаҳои ансамбл аз ҳамдигар бо микроҳолатҳо, яъне қиматҳои $\boldsymbol{q}$ ва $\boldsymbol{p}$ фарқ мекунад ва тақсимоти онон тавассути **функсияи тақсимоти микроканоникӣ** $f_{mc}(\mathrm{H}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{p},\mathrm{V.N})$ тавсиф дода мешавад.

$$f_{mc}(\mathrm{H}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{p},\mathrm{V.N})=\frac{1}{\mathrm{c}}\delta(E-\mathrm{H}(\mathrm{q},\mathrm{p},\mathrm{V.N})) \quad (1.14)$$

Ин ҷо $\frac{1}{\mathrm{c}}\delta(\mathrm{x})$ зарбкунандаи нормиронӣ ва $\delta(\mathrm{x})$ делта функсияи Дирак аст:

$$\delta(\mathrm{x})=\begin{cases}\infty \ \text{агар}\ x=0\\ 0 \ \text{агар}\ x\neq 0\end{cases} \qquad \int_{-\infty}^{\infty}\delta(\mathrm{x})\mathrm{dx}=1$$

Тақсимоти микроканоникӣ ба ҳолате мувофиқат менамояд, ки дар он эҳтимолияти ягон мевқеи система ба ҳаҷми фазои фазавӣ мутаносиб бошад.

Қимати с аз шарти нормиронии зерин муайян карда мешавад:

$$\frac{1}{\mathrm{c}}\int\delta(E-\mathrm{H}(\mathrm{q},\mathrm{p},\mathrm{V.N}))\,dV=1$$

ва ё

$$\frac{1}{\mathrm{c}}\int_{-\infty}^{\infty}\delta\left(\mathrm{E}-E^{|}\right)g\left(E^{|},V,N\right)\mathrm{d}E^{|}=\frac{1}{\mathrm{c}}g(E,V,N)=1,$$

$$\mathrm{c}=g(E,V,N)$$

Бузургии ёфташуда вазни статистикӣ номида мешавад.

§11. Тақсимоти каноникӣ

Тақсимоти каноникӣ, ки аз тарафи Гиббс пешниҳод карда шуда буд, аз сабаби нисбат ба тақсимоти микроканоникӣ аз ҷиҳати математикӣ қулайтар буданаш, ба таври васеъ мавриди истифода қарор дода мешавад. Дар ин тақсимот энергияи система Е ба қимати аниқ молик набуда, эҳтимолияти қиматҳои гуногуни энергия дар атрофи қимати миёнаи $\vec{\mathrm{E}}$, ба қимати максималӣ соҳиб мегардад.

Тақсимоти Гиббс чунин намуд дорад:

$$f(q,p)\ =e^{\frac{\psi-H(\mathrm{q},\mathrm{p})}{\theta}} \qquad (1.15)$$

Дар ин ҷо ψ- энергияи озод ва $\theta=kT$ аст.

Ифодаи (1.15) эҳтимолияти он, ки система дар интервали H, $H+dH$ ба энергия соҳиб аст, мебошад. Он муайян намудани координата ва импулсҳои системаи дилхоҳро дар дохили элементи ҳаҷми $d\mathrm{V}=dqdp$ имконият медиҳад.

Аз шарти нормиронӣ:

$$\int df\ =\int f(q,p)\,d\mathrm{V}=1$$

Бо истифодаи (1.15) меёбем:

$$\int e^{\frac{\psi-H(\mathrm{q},\mathrm{p})}{\theta}}dqdp=1$$

Азбаски энергияи озод аз координатҳо ва импулсҳо вобаста намебошад,

$$e^{\frac{\psi}{\theta}} \int \bar{e}^{\frac{H(\mathrm{q,p})}{\theta}} dqdp = 1$$

$$\int \bar{e}^{\frac{H(\mathrm{q,p})}{\theta}} dqdp = e^{-\frac{\psi}{\theta}} = Z$$

Ин ифода интеграли статистикӣ ва ё интеграли ҳолат номида мешавад. Аз ин ҷо энергияи озод:

$$\psi = -\theta lnZ. \qquad (1.16)$$

Тақсимоти каноникии Гиббсро ба намуди зерин навиштан мумкин аст:

$$f(q,p) = \frac{e^{\frac{-H(q,p)}{\theta}}}{\int \bar{e}^{\frac{H(q,p)}{\theta}} dqdp} = \frac{1}{Z} e^{\frac{-H(q,p)}{\theta}} \qquad (1.18)$$

§12. Тақсимоти Максвел-Болсман барои гази идеалӣ

Барои гази идеалии якатомаи массаи зараашон m, функсияи Гамилтон чунин мешавад:

$$H(q,p) = \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{p_{ix}^2 + p_{iy}^2 + p_{iz}^2}{2m} + U(x_i, y_i, z_i) \right] (1.19)$$

Ин ҷо $p_{ix} -$ проексияи имрулси $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ атоми i нисбат ба тири x, $U(x_i, y_i, z_i)$- энергияи потенсиалии атоми i дар майдони беруна, аз он ҷумла майдони аз тарафи деворҳои зарф таъсиркунанда мебошад.

Аз ифодаи (1.18) эҳтимолияти он, ки координата ва импулсҳои тамоми N атомҳо дохили элементи 6 N- ченакаи фазои фазавии додашудаи

$$d\mathrm{V} = dxdydzdp_x dp_y dp_z$$

мехобанд, чунин мешавад:

$$f(q,p)dV = \frac{1}{Z} e^{\frac{-H(q,p)}{\theta}} dV$$

$$fdV = \frac{1}{Z} exp\left\{-\frac{1}{kT}\sum_{i=1}^{N}\left[\frac{p_{ix}^2 + p_{iy}^2 + p_{iz}^2}{2m} + U(x_i, y_i, z_i)\right]\right\} dV$$

$$fdV = \frac{1}{Z}\prod_{i=1}^{N}\left[exp\left(-\frac{(p_{ix}^2+p_{iy}^2+p_{iz}^2}{2mkT} - \frac{U(x_i,y_i,z_i)}{kT}\right)\right] dV \quad (1.20)$$

Ин ҷо $dV = dx_i dy_i dz_i dp_{ix} dp_{iy} dp_{iz}$

Он гоҳ интеграли статистикӣ Z:

$$Z = \int exp\left[-\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{p_{ix}^2+p_{iy}^2+p_{iz}^2}{2mkT} + \frac{U(x_i,y_i,z_i)}{kT}\right)\right] dV \quad (1.21)$$

Барои як атоми ихтиёрӣ аз (1.20) нисбати координата ва импулсҳои боқимондаи зарраҳо интеграл гирифта меёбем:

$$f(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}) = \frac{1}{(2\pi mkT)^{3/2}} e^{\frac{(p_{ix}^2+p_{iy}^2+p_{iz}^2)}{2mkT}} \cdot Ce^{-\frac{U(x,y,z)}{kT}} \quad (1.22)$$

Ин ҷо

$$C = 1/\iiint_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{U(x,y,z)}{kT}} dxdydz \quad (1.23)$$

Формулаи (1.22) функсияи тақсимоти Максвел-Болсман мебошад. Аз ин ифода бармеояд, ки онро ҳамчун ду ифода - яке вобаста аз координатаҳо ва дигаре аз импулсҳо ҷудо-ҷудо дида баромадан мумкин аст.

Эҳтимолияти муайян намудани импулсҳо $\boldsymbol{p}$

$$f_{\boldsymbol{p}} = \frac{1}{(2\pi mkT)^{3/2}} e^{\frac{p^2}{2mkT}} \quad (1.24)$$

ва э?тимолияти муайян намудани координата?о $\boldsymbol{q}$

$$f_q = e^{-\frac{U(x,y,z)}{kT}} \quad (1.25)$$

мебошад. Ифодаи (1.24) тақсимоти Максвел нисбат ба импулсҳо ва (1.25) тақсимоти Болсман нисбат ба координатаҳо номида мешавад.

Ҳамин тавр, нишон дода шуд, ки зиччии эҳтимолият $f(\boldsymbol{p},\boldsymbol{q})$ ба ҳосили зарби ду бузургӣ- $f_{\boldsymbol{p}}f_q$ баробар гашт. Ин мазмуни онро дорад, ки эҳтимолияти қиматҳои муайяни импулс ва координата аз ҷиҳати статистикӣ ҳодисаҳои аз ҳам новобаста мебошанд. Тақсимот нисбат ба импулсҳо (1.24) аз тарафи Максвелл (соли 1860) кашф карда шуда буд. Формулаи (1.25) аз тарафи Болсман (соли 1868) асоснок намуда шуда буд.

БОБИ 2. АСОСҲОИ ТЕРМОДИНАМИКА

§1. Мувозинатии термодинамикӣ ва ё статистикии система. Параметрҳои беруна ва дохилӣ

Ҳар як системаи физикии дар шароитҳои муайяни беруна қарор додашуда, худ ба худ ҳолатеро мегирад, ки онро мувозинати термодинамикӣ ва ё статикӣ меноманд.

Ба мафҳуми шартҳои муайяни беруна пеш аз ҳама дода шудани ҳолатҳои (координатаҳои) системаи ҷисмҳои беруна, ки қувваҳои ба зарраҳои система таъсиркунандаро муайян менамояд, дохил мешавад. Чунин координатаҳои (ҳолатҳои) ҷисмҳои берунаро системаи **параметрҳои беруна** меноманд. Ба ин параметрҳо координатаҳои деворҳои зарф, координатаҳои магнитҳое, ки дар ҳар нуқтаи дохили система вектори шиддати майдони магнитии берунаро муайян менамояд, координатаҳои ҷисмҳои зарядноки майдони электрикии дохили системаро муайян менамуда, ҳолати ҷисмҳои массаашон бузурги системаи майдони гравитатсиониро ба амал оваранда ва ҳоказо шомил мебошанд. Дар ҳолати системаи якҷинсаи изотропӣ, ба ҷои координатаҳои деворҳои зарф, ҳаҷми система V –ро гирифтан мумкин аст. Инчунин дар равандҳои ғайриадиабатӣ, ҳарорати муҳити берунаро ҳамчун шарти беруна қабул менамоянд.

Бузургиҳое, ки ҳолати худи системаро шарҳ медиҳанд, **параметрҳои дохилӣ** номида мешаванд. Ба ҷумлаи параметрҳои дохилӣ фишор, ки аз ҳаҷм ва ҳарорат вобаста аст, дохил мешавад. Вектори поляризатсияи диэлектрик ва вектори магнитнокии магнетикҳо низ параметрҳои дохилӣ мебошанд.

Параметрҳои дохилӣ, ки ҳолати системаро муайян менамояд, аз параметрҳои беруна ва ҳарорат вобаста аст. Аз ин сабаб, ҳангоми тағйирёбии параметрҳои беруна, параметрҳои дохилӣ низ тағйир меёбанд.

Параметрҳои дохилӣ, ки ҳолати системаро тавсиф менамоянд, аз параметрҳои беруна ва ҳарорат вобаста аст.

Агар параметрҳои беруна $a_к$ ва ҳарорат T бисёр суст тағйир ёбанд ва дар ҳар лаҳзаи вақт ҳолати системаро ҳамчун дар мувозинат буда дида баромада шавад, тағйирёбии ҳолати системаро **баргарданда** ва ё **квазистатикӣ** меноманд. Шарти баргарданда будани тағйирёбӣ чунин аст:

$$\frac{\dot{a}_к \tau_к}{a_к} \ll 1, \qquad (2.1)$$

ки ин ҷо $\tau_к$ –вақти релаксатсия мебошад. ҳангоми ҷой надоштани шарти (2.1) тағйирёбии ҳолати системаро **барнагарданда** меноманд.

§2. Равандҳо ва кори элементарӣ

Масъалаи нисбат ба система ҳангоми тағйирёбии параметрҳои беруна иҷро гардидани корро дида мебароем.

Системаҳои дар физикаи статистикӣ омӯхташаванда, чӣ хеле ки маълум аст, тавассути функсияи Гамилтон тавсиф дода мешаванд

$$H(q,p,\mathrm{a}) = \mathrm{К}(q,p) + U(q,\mathrm{a}), \qquad (2.2)$$

Ин ҷо $\mathrm{К}(q,p)$- энергияи кинетикии аз координатҳо ва импулсҳои умумикардашуда ва $U(q,\mathrm{a}) -$ энергияи потенсиалии аз координатҳо ва параметрҳои беруна $a_к$ вобаста буда аст.

Дар вақти тағйирёбии квазистатистикии $a_к$, қимати миёнаи тағйирёбии функсияи Гамилтон чунин мешавад:

$$\overline{d_a H(q,p,\mathrm{a})} = \sum_k \overline{\frac{\partial H}{\partial a_к}} da_к = \sum_k \overline{\frac{\partial U}{\partial a_к}} da_к \qquad (2.3)$$

Ё ин ки

$$\overline{d_a H(q,p,\text{a})} = \int d_a H(q,p,\text{a})\, f(q,p) dV. \quad (2.4)$$

Бузургии $\quad R_k = -\overline{\frac{\partial U}{\partial a_к}} \quad (2.5)$

қувваи умумикардашудаи термодинамикии ба парамет-ри $a_к$ мувофиқ аст.

Тибқи таъриф

$$dA = \overline{d_a H(q,p,\text{a})} = \sum_k \overline{\frac{\partial U}{\partial a_к}} da_к = -\sum_k R_k\, da_к \quad (2.6)$$

кори элементарие мебошад, ки нисбати система аз тарафи параметрҳои беруна $a_к$, ҳангоми тағйирёбии квазистатикӣ иҷро мегардад. Масалан, кори элементарии ҳангоми тағйирёбии ҳаҷм V зери таъсири фишор P нисбати ҷисм иҷрошаванда ба

$$dA = -Rda = -PdV \quad (2.7)$$

баробар мешавад.

§3. Ибтидоҳои якум ва дуюми термодинамика

Тағйирёбии энергияи ҷисми макроскопиро ҳангоми ба таври квазистатикӣ (баргарданда) тағйир ёфтани ҳарорат $\theta = kT$ ва параметрҳои беруна $a_к$ дида мебароем. Энергияи ҷисми макроскопиро дар ҳолати мувозинатӣ, бо энергияи миёна нисбат ба ансамбли каноникӣ якхела қабул менамоем.

Аз шарти зерини нормиронии тақсимоти каноникии Гиббс

$$\int f\, dV = e^{\frac{\psi(\theta,\text{a})}{\theta}} \int e^{\frac{-H(\text{q,p,a})}{\theta}} dV = 1, \quad (2.8)$$

ҳангоми ҳарорат ва параметрҳои беруна ба қимати бисёр хурди $\delta\theta$ ва $\delta a_к$ тағйир ёфтан, ифодаи зеринро ҳосил мекунем:

$$e^{\frac{\psi}{\theta}} \delta\left(\frac{\psi}{\theta}\right) \int e^{\frac{-H}{\theta}} dV - e^{\frac{\psi}{\theta}} \int e^{\frac{-H}{\theta}} \left[\frac{1}{\theta} \sum_к \frac{\partial H}{\partial a_к} \delta a_к + H\delta(\frac{1}{\theta})\, dV\right] = 0 \ (2.9)$$

Аз ин ҷо:

$$d\left(\frac{\psi}{\theta}\right) - \frac{1}{\theta} \sum_к \overline{\frac{\partial H}{\partial a_к}} \delta a_к - \overline{H} d(\frac{1}{\theta}) = 0 \quad (2.10)$$

Дар ин ифода $\overline{H} = E$ - энергияи миёнаи система нисбат ба тақсимоти каноникӣ бо зиччии эҳтимолияти $f = \exp[(\psi - H)/\theta]$ ва суммаи ҷамъшавандаи дуюм мувофиқи (2.5) кор мебошад. ҳамин тавр

$$\theta d\left(\frac{\psi}{\theta}\right) - \theta \mathrm{E} d\left(\frac{1}{\theta}\right) = dA \qquad (2.11)$$

Азбаски $\theta d\left(\frac{\psi}{\theta}\right) - \theta E d\left(\frac{1}{\theta}\right) = dE - \theta d\left[\frac{(E-\psi)}{\theta}\right]$ аст, ифодаи мазкур чунин намуд мегирад:

$$dE = TdS + dA, \qquad (2.12)$$

ки ин ҷо $S = \frac{(\mathrm{E}-\psi)}{T}$ (2.13)

энтропияи система мебошад. Аз (2.12) бармеояд, ки энергия на танҳо аз ҳисоби иҷроиши кор, балки аз ҳисоби ифодаи $dQ = TdS,$ (2.14)

ки **миқдори гармӣ** номида мешавад, тағйир меёбад.

Таносуби $dE = dQ + dA$ (2.15) **ибтидои якуми термодинамика** номида мешавад.

Ифодаи (2.15) қонуни бақои энергия мебошад, ки гармиро ҳамчун шакли энергияи бо ҳеҷгуна тағйирёбии параметрҳои беруна новобаста дида мебароянд. Бо ифодаи (2.15) мафҳуми нави **энергияи дохилии система**, ки макроҳолати системаро тавсиф медиҳад, дохил карда мешавад.

Ибтидои якуми термодинамика таърифи зеринро низ дорад: муҳаррики абадии навъи якӯм, яъне мошинаи даврӣ коркунанда, ки бе сарфи энергия кор иҷро мекунад сохтан имконнопазир аст. Сохтани чунин мошина хилофи қонуни бақои энергия мебошад.

Энергия $E(\mathrm{T}, \mathrm{a})$ ва энтропия $S(T, \mathrm{a})$ функсияи ҳарорат ва параметри беруна мебошанд ва аз ҳамин сабаб dE ва dS дифференсиали пурраи ягонгуна **функсияҳои ҳолати система** мебошанд. Кори элементарӣ dA ва миқдори гармӣ dQ дифференсиали функсияҳои ҳолати система намебошанд.

Аз (2.14) меёбем: $dS = \frac{dQ}{T}$, (2.16)

ки ин ифода **ибтидои дуюми термодинамика** номида мешавад.

Ибтидоҳои якум ва дуюм дар термоди-намикаи феноменологӣ, дар асоси таҷрибаҳо ва мушоҳидаҳо ҳамчун постулат дохил карда шуда буданд.

Дар ҳолати $dQ = 0$ будан, яъне система ба таври адиабатӣ маҳдуд бошад, аз (2.16) $dS = 0$ мешавад. Ибтидои дуюми термодинамикаро чунин таъриф медиҳем:

Барои ҳодисаҳои дилхоҳи барнагарданда (мувозинатӣ), ки дар системаи ба таври адиабатӣ маҳдуд ба амал меояд, энтропияи он бемайлон зиёд мегардад, яъне $dS > 0$ аст.

Ин ифода равиши тағйирёбии ҳолати ғайримувозинатии системаро нишон медиҳад. Таърифи ибтидоии дуюми термодинамика умумияти васеъ дошта, равиши равандҳои ихтиёрии дар системаи маҳдуди адиабатӣ мавҷудбуда - ба мисли якхела шудани ҳарорат, консентратсия, фишор ва ғайраро муайян мекунад.

Инчунин таърифҳои хусусии ибтидои дуюми термодинамика мавҷуданд:

Постулати Келвин: Мошинаи ба таври даврӣ амалкунандаеро сохтан мумкин нест, ки он тамоми гармии аз гармкунак гирифтаашро ба кор мубаддал кунад (сохтани муҳаррики абадии навъи дуюм имконнопазир аст).

Постулати Клаузиус: Гармӣ ҳеҷ гоҳ худ аз худ аз ҷисми хунук ба ҷисми гарм намегузарад.

§4. Ибтидои сеюми термодинамика

Соли 1906 Нернст ибтидои сеюми термодинамикаро муайян намуд: ҳангоми ба ҳарорати сифри мутлақ наздик шудан, энтропияи ҳаргуна системаи мувозинатӣ дар раванди изотермикӣ, аз ягон параметри термодинамикӣ вобаста намешавад ва дар ҳудуди $T = 0$, барои ҳама системаҳо қимати доимӣ мегирад.

$$\lim_{T\to 0}(S(T, x_2) - S(T, x_1)) = 0 \text{ ва ё } \lim_{T\to 0}\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = 0$$

Нернст равандҳои доиравиро омӯхта, ба чунин хулоса меояд, ки теоремаи ӯ қисми таркибии принсипи умумӣ - принсипи ба даст дароварда нашудани сифри мутлақ мебошад.

"Чунин раванди доиравӣ мавчуд нест, ки дар он ҷисм то сифри мутлақ хунук карда шавад."

Ин принсипро ибтидои сеюми термодинамика меноманд.

§5. Функсияҳои характеристикӣ ва таносубҳои асосии термодинамикӣ

Агар ҷисми якҷинсаи изотропӣ дар ҳолати мувозинатӣ қарор дошта бошад, фишор P функсияи ҳарорат T ва ҳаҷм V мебошад. Аз ин рӯ

$$P = P(T, V) \qquad (2.17)$$

аст ва он муодилаи ҳолат номида мешавад.

Барои равандҳои квазистатикӣ (баргарданда) ин муодила барои тағйирёбии бузургиҳои P, Vва T низ ҷой дорад. Бинобар он дифференсиали dP чунин мешавад:

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV \qquad (2.18)$$

Аз математика маълум аст, ки ҳаргуна ифодаи $A(x, y)dx + B(x, y)dy$ дифференсиали ягонгуна функсияи $\mathcal{F}(x, y)$ шуда наметавонад.

Ифодаи $A(x, y)dx + B(x, y)dy = d\,\mathcal{F}(x, y)$ танҳо ҳангоми ҷой доштани шарти зерин дифференсиали пурра ҳисоб карда мешавад:

$$\frac{\partial A(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial B(x,y)}{\partial x} \qquad (2.19)$$

Бигузор $dA = -PdV$ бошад. Аз ифодаи (2.12) меёбем

$$dE = TdS + dA = TdS - PdV \qquad (2.20)$$

Дар ин ифода дифференсиали энергия dE тавассути дифференсиалҳои dS ва dV муайян карда шудаанд ва бинобар он, энергия dE функсияи тағйирёбандаҳои новобастаи S ва V, яъне $E = E(S, V)$ буда, дифференсиали пурра ва функсияи ҳолат мебошад.

Ҳангоми доимӣ будани энтропия $dS = 0$ ва ҳангоми доимӣ будани ҳаҷм $dV = 0$ буданашро ба ҳисоб гирифта, меёбем:

$$T = \left(\frac{\partial E}{\partial S}\right)_V, P = -\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_S \qquad (2.21)$$

Аз ин ҷо

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = \frac{\partial^2 E}{\partial S \partial V} = -\left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V \qquad (2.22)$$

Ба ғайр аз энергия боз дигар функсияҳои ҳолатро дохил намудан имконпазир аст, ки барояшон ду параметр аз се параметрҳои ба таври таҷрибавӣ ба осонӣ чен кардашавандаи T, V, P, тағйирёбандаҳои “табиӣ” бошанд. Ин функсияҳои ҳолатро **потенсиалҳои термодинамикӣ** ва ё **функсияҳои характеристикӣ** меноманд.

Энергияи озод ψ аз ҷумлаи функсияҳои характеристикӣ мебошад, ки он чунин намуд дорад:

$$\psi = E - TS \qquad (2.23)$$

Аз ин ифода дифференсиал гирифта

$$d\psi = dE - TdS - SdT$$

Ифодаи (2.20) - ро ба ин ифода гузошта

$$d\psi = -SdT - PdV$$

Аз ин ҷо

$$S = -\left(\frac{\partial \psi}{\partial T}\right)_V, P = -\left(\frac{\partial \psi}{\partial V}\right)_T \qquad (2.24)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = -\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \qquad (2.25)$$

Аз ин ифодаҳо дида мешавад, ки энергияи озод функсияи T ва V мебошад, яъне $\psi = \psi(T, V)$ Он гоҳ, энергияи дохилӣ

$$E = \psi + TS = \psi - T\left(\frac{\partial\psi}{\partial T}\right)_V = -T^2\left[\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\psi}{T}\right)\right]_V \quad (2.26)$$

Ин формула **муодилаи Гиббс-Гелмголс** номида мешавад.

Дар термодинамика инчунин, функсияи характеристикии зерин, ки **потенсиали термодинамикӣ** номида мешавад, мавриди истифода қарор ёфтааст:

$$\Phi = \psi + PV = E - TS + PV \quad (2.27)$$

Аз ин дифференсиал гирифта

$$d\Phi = -SdT + VdP \quad (2.28)$$

Дида мешавад, ки потенсиали термодинамикӣ функсияи T ва P, яъне $\Phi = \Phi(T, P)$ мебошад. Аз (2.28) меёбем:

$$S = -\left(\frac{\partial\Phi}{\partial T}\right)_P, \; V = \left(\frac{\partial\Phi}{\partial P}\right)_T \quad (2.29)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad (2.30)$$

Дар термодинамика инчунин функсияи характеристикии зерин, ки **энталпия ва ё функсияи гармӣ** номида мешавад, мавриди истифода қарор ёфтааст:

$$W = E + PV \quad (2.31)$$

Дифференсиал гирифта

$$dW = dE + PdV + VdP = TdS + VdP \quad (2.32)$$

Дида мешавад,ки потенсиали термодинамикии **энталпия** функсияи S ва P, яъне $S = W(S, P)$ мебошад.

Аз ин ҷо

$$T = \left(\frac{\partial W}{\partial S}\right)_P, V = \left(\frac{\partial W}{\partial P}\right)_S \quad (2.33)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_P \quad (2.34)$$

Баробариҳои (2.22), (2.25), (2.30) ва (2.34) таносубҳои Максвел ном доранд.

Ифодаҳои (2.21), (2.22), (2.24) (2.25), (2.29), (2.30) (2.33), (2.24)-ро аз квадрати мнемоникии зерин, ба осонӣ ҳосил намудан мумкин аст:

§6. Хосиятҳои каллорикии модда

Барои шарҳи системаҳои термодинамикӣ, ки бо параметрҳои P, T ва V тавсиф карда мешаванд, параметрҳои зерини дар таҷриба чен кардаша-вандаро дохил намудан мумкин аст:

Коэфисиенти аз гармӣ васеъшавӣ - $\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ (2.35)

Коэфисиенти фишори термикӣ - $\beta = \frac{1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$ (2.36)

Коэфисиенти фишурдашавии изотермикӣ-

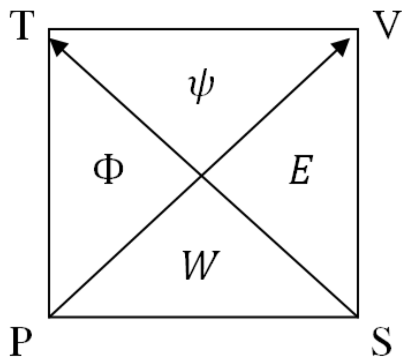
$$\chi_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \qquad (2.37)$$

Ин коэфисиентҳо дар шароити муқаррарӣ қимати мусбӣ доранд.

Аз таносуби термодинамикӣ

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -1 \qquad (2.38)$$

истифода бурда, алоқаи байни коэфисиентҳоро ба намуди зерин меёбем:



$$\alpha = \chi_T\, \beta P \qquad (2.39)$$

Вобастагии байни муодилаи ҳолат $P = P(T,V)$ ва энергияи дохилӣ $\mathrm{E} = \mathrm{E}(T,V)$-ро муайян мекунем. Аз (2.20)

$$dS = \frac{d\mathrm{E} + PdV}{T} = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial \mathrm{E}}{\partial T}\right)_V dT + \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial \mathrm{E}}{\partial V}\right)_T + P\right] dV$$

Аз шарти дифференсиали пурра будани dS истифода бурда, меёбем:

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_T + P = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \qquad (2.40)$$

Формулаи (2.40) **муодилаи калорикӣ** номида мешавад.

Параметри дигари калорикӣ **- гармиғунҷоиш** мебошад, ки чунин таъриф дода мешавад:

$$\mathrm{C} = \left(\frac{dQ}{dT}\right) = T\left(\frac{dS}{dT}\right),$$

яъне гармиғунҷоиш миқдори гармие аст, ки дар шароити муқаррарӣ ба таври баргарданда ба ҷисм барои ба як дараҷа зиёд намудани ҳарораташ дода шудааст.

Дар амал гармиғунҷоиш ҳангоми **доимӣ будани фишор** ва гармиғунҷоиш ҳангоми **доимӣ будани ҳаҷм** истифода бурда мешавад.

$$\mathrm{C}_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V = \left(\frac{\partial \mathrm{E}}{\partial T}\right)_V = T\left(\frac{dS}{dT}\right)_V = -T\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2}\right)_V \qquad (2.41)$$

$$\mathrm{C}_P = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_P = \left(\frac{\partial \mathrm{E}}{\partial T}\right)_P = T\left(\frac{dS}{dT}\right)_P = -T\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial T^2}\right)_P \qquad (2.42)$$

Фарқи ин бузургиҳо аз формулаи зерин ҳисоб карда мешавад:

$$\mathrm{C}_P - \mathrm{C}_V = \left[\left(\frac{\partial \mathrm{E}}{\partial V}\right)_T + P\right]\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

Аз таносуби термодинамикӣ истифода бурда меёбем:

$$\mathrm{C}_P - \mathrm{C}_V = -T\frac{\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V^2}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T} \qquad (2.43)$$

§7. Газҳои идеалӣ

Газҳоро идеалӣ меноманд, агар ҳаҷми хусусии молекулаҳо ба ҳисоб гирифта нашавад ва онон танҳо дар ҳаракати бетартибона буда, байни худ таъсири мутақобила надошта бошанд. Барои чунин газҳо тақсимоти каноникии Гибсро татбиқ мекунем.

Гамилтониани гази якатомаи идеалиро ҳангоми $U = 0$ будан, ба намуди зерин мегирем:

$$H(q,p) = \sum_{i=1}^{N} \frac{(p_{ix}^2+p_{iy}^2+p_{iz}^2)}{2m} \quad (2.44)$$

Ин қиматро ба (1.21) гузошта, интеграли статистикиро меёбем.

$$Z = \int e^{-\sum_{i=1}^{N}\frac{p_{ix}^2+p_{iy}^2+p_{iz}^2}{2mkT}} dxdydzdp_x dp_y dp_z \quad (2.45)$$

Дар (2.45) 6N-то интеграли новобаста мавҷуд аст. Интегронӣ нисбати координатаи як атом ба V ва нисбати ҳамаи N атом зарбкунандаи V^N –ро медиҳад. Интеграл нисбат ба импулсҳо намуди зерин дорад:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{p^2}{2mkT}} dp = (2\pi mkT)^{1/2} \quad (2.46)$$

Он гоҳ интеграли статистикии гази якатомаи идеалӣ чунин мешавад:

$$Z = V^N (2\pi mkT)^{3N/2} \quad (2.47)$$

Энергияи озод

$$\psi = -\theta lnZ,\ \psi = -NkTlnV - \frac{3}{2}NkTln(2\pi mkT) \quad (2.48)$$

Аз ифодаи (2.48) метавонем тамоми параметрҳои термодинамикии гази якатомаи идеалиро ҳисоб намоем.

Муодилаи ҳолат ва энтропияи система аз (2.48) чунин мешавад:

$$P = -\left(\frac{\partial\psi}{\partial V}\right)_T = \frac{NkT}{V} \quad (2.49)$$

$$S = -\left(\frac{\partial\psi}{\partial T}\right)_V = NklnV + \frac{3}{2}Nkln(2\pi mkT) + \frac{3}{2}Nk \quad (2.50)$$

Аз ифодаҳои (2.26) энергияи дохилӣ

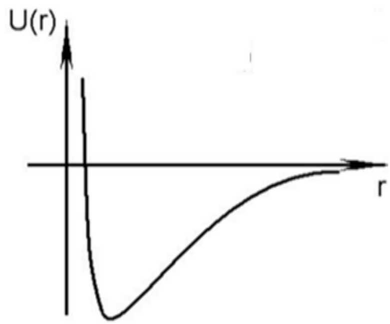
$E = \frac{3}{2}NkT = \frac{3}{2}RT$ (2.51) мешавад, ки ин ҷо $R = Nk$ =8,314$\cdot 10^7$ эрг/град 1,987 кал/град, собити газӣ аст.

Аз ифодаҳои (2.41), (2.42) ва (2.43) барои гармиғунҷоишҳо меёбем:

$$C_V = \frac{3}{2}R, \quad C_P = \frac{5}{2}R, \quad C_P - C_V = R$$

§8. Газҳои воқеӣ (ғайриидеалӣ)

Ҳангоми омӯхтани хосиятҳои газҳои воқеӣ ба ҳисоб гирифтани таъсири мутақобилаи молекулаҳо зарур аст, ки табиати қувваҳои таъсири мутақобили онҳо электрикӣ мебошад. Табиати қувваи таъсири байниҳамдигарии молекулаҳо танҳо баъд аз он ки сохти атом омӯхта шуд ва назарияи молекулавӣ-кинетикӣ ба амал омад, маълум гардид. Таҷриба нишон медиҳад, ки қувваҳои кашиш ва теладиҳӣ аз масофаи байни марказҳои молекулаҳо вобастагии калон дорад.



Расми 2. Вобастагии энергияи потенсиалӣ аз масофа

Молекулаҳо дар масофаҳои аз якдигар дур ҳамдигарро ҷазб ва дар масофаҳои наз-дик якдигарро тела медиҳанд. Вобастагии энергияи потенсиалии таъсири мутақобилаи байни ду зарраҳо дар расми 2 нишон дода шудааст.

Бигузор энергияи потенсиалии система аз масофаи байни молулаҳо вобаста бошад, яъне дар функсияи Гамилтон

$$H(r,p) = \sum_{i=1}^{N} \frac{(p_{ix}^2 + p_{iy}^2 + p_{iz}^2}{2m} + U(r)$$

$$U(r) = \sum_{1\le i<j\le N} \Phi_{ij} \ ; \Phi_{ij} \equiv \Phi(r_{ij}); \quad r_{ij} = |r_i - r_j|$$

гузоштан лозим аст. Дар ин ҷо $\Phi_{ij} \equiv \Phi(r_{ij})$- танҳо аз масофаи байни хуфти зарраҳо вобаста аст.

Он гоҳ интеграли ҳолат

$$Z = \int \cdots \int e^{-\sum_{i=1}^{N}\frac{p_{ix}^2}{2m\theta}} dP_1 \cdots dP_N \int \cdots \int e^{-\sum\frac{\Phi_{ij}}{\theta}} dq_1 \cdots dq_N \qquad (2.52)$$

Ин ифодаро ба намуди зерин овардан мумкин аст:

$$Z = Z_{\text{ид}} Q_{\boldsymbol{N}} \qquad (2.53)$$

ки ин ҷо: $Q_{\boldsymbol{N}} = \frac{1}{V^N} \int \cdots \int e^{-\sum\frac{\Phi_{ij}}{\theta}} dq_1 \cdots dq_N$ (2.54) **интеграли конфигуратсионӣ** номида мешавад.

Интеграли ифодаи (2.54) -ро ба намуди зерин овардан мумкин аст:

$$Q_N = \frac{1}{V^N} V(V-\omega)(V-2\omega) \cdots [V-(N-1)\omega]$$

$$Q_N = \prod_{i=1}^{N} \left[1 - (i-1)\frac{\omega}{V}\right]$$

Дар ин ҷо: $\omega = 4\pi \int_0^\infty \left(1 - e^{-\frac{\Phi(r)}{\theta}}\right) r^2 dr$ (2.55)

Ин қиматро ба (2.52) гузошта барои гази ғайриидеалӣ интеграли статистикиро ба чунин намуд меёбем:

$$Z = (2\pi m\theta)^{\frac{3}{2}} V^N \prod_{i=1}^{N} \left[1 - (i-1)\frac{\omega}{V}\right] \qquad (2.56)$$

Энергияи озод

$$\psi = -\theta lnZ = -\theta ln\left\{(2\pi m\theta)^{\frac{3}{2}} V^N \prod_{i=1}^{N} \left[1 - (i-1)\frac{\omega}{V}\right]\right\}$$

Агар $N\omega/V \ll 1$ ва $N-1 \approx 1$ бошад, энергияи озод чунин намуд мегирад:

$$\psi = -\frac{3}{2} NkTln(2\pi mkT) - NkTlnV + \frac{N^2\omega}{2V} kT \ (2.57)$$

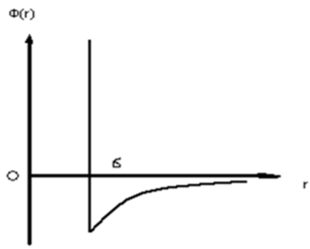
Аз ин ифода истифода бурда муодилаи ҳолат ва энергияи дохилиро ёфтан имконпазир аст:

$$P = -\left(\frac{\partial\psi}{\partial V}\right)_T = \frac{NkT}{V}\left(1 + \frac{N\omega}{2V}\right) \qquad (2.58)$$

$$E = \psi - T\left(\frac{\partial\psi}{\partial T}\right)_V = \frac{3}{2}NkT\left(1 - \frac{NT}{3V}\frac{\partial\omega}{\partial T}\right) \quad (2.59)$$

Аз формулаҳои ёфташуда маълум аст, ки барои ҳисоб намудани қиматҳои параметрҳои термодинамикӣ донистани қувваҳои таъсири мутақобила зарур мебошад.

Потенсиали кураҳои «сахт» -и диаметрашон σ–ро (расми 3) гирифта муодилаи ҳолатро меёбем.



Расми 3. Потенсиали кураҳои сахти диаметрашон σ

Чи хеле, ки аз расм дида мешавад, дар масофаҳои аз σ хурд теладиҳии пурқувват ва дар масофаҳои аз σ калон кашиши суст мавҷуд аст.

Барои потенсиали додашуда аз (2.55)

$$\omega = 4\pi\int_0^\sigma r^2 dr - 4\pi\int_0^\infty \left(1 - e^{-\frac{\Phi(r)}{\theta}}\right) r^2 dr$$

$$\omega = \frac{4\pi}{3}\sigma^3 - \frac{4\pi}{kT}\int_0^\infty \Phi(r) r^2 dr \qquad (2.60)$$

Барои қимматҳои $r > \sigma$ экспонентаро ба қатор паҳн карда аз (2.58) меёбем:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \qquad (2.61)$$

Дар ин ҷо: $b = 4N\frac{\pi}{6}\sigma^3$ (2.62)

$$\frac{a}{V} = \frac{2\pi N^2}{V}\int_0^\infty \Phi(r) r^2 dr \qquad (2.63)$$

Ифодаи (2.61) муодилаи ҳолати Ван дер Ваалс мебошад, ки дар он бузургиҳои a ва b аз рӯи потенсиалҳои таъсири мутақобила муайян карда мешаванд ва мазмуни аниқ доранд, яъне b – чор карат «ҳаҷми» ҳамаи молекулаҳои газ ва a/V -энергияи таъсири мутақобилаи қувваҳои кашиши хуфти молекулаҳо мебошад, ки нисбат ба ҳаҷм миёна карда шудааст.

Энергия дохилиии газҳои ғайриидеалӣ, ки тавассути (2.59) ва (2.60) муаян карда шудаанд, чунин намуд мегирад:

$$E = \frac{3}{2}NkT - \frac{a}{V} \qquad (2.64)$$

§9. Методи Боголюбов

Тақсимоти каноникии Гиббс имконияти ёфтани қиматҳои миёнаи бузургиҳои дилхоҳи физикиро дар асоси донистани функсияи тақсимоти ҳамаи координатҳои зарраҳои система, фароҳам меоварад.

Тадқиқи газҳои зичиашон калон ва моеъҳо ба омӯхтани хосиятҳои статистикии конфигуратсионӣ асос карда мешавад. Ин хосиятҳое мебошанд, ки ба ҷойишғолкунии зарраҳо ва таъсири мутақобилаи байни онон марбут аст.

Дар усули Боголюбов барои дарёфти параметрҳои система зичии эҳтимолияти як, ду ва ё се молекула мавриди омӯзиш ва истифода қарор дода мешавад. Боголюбов занҷири муодилаҳоро барои функсияҳои тақсимоти гурӯҳи зарраҳо, ки **функсияҳои коррелятивӣ** номида мешаванд, дохил менамояд. Мувофиқи ин занҷир ҳар як функсияи гурӯҳи зарра бо воситаи функсияи номаълуми дигар муайян карда мешавад.

Як қатор функсияҳои $F_1(\vec{q}_1), F_2(\vec{q}_1, \vec{q}_2)$, $F_3(\vec{q}_1, \vec{q}_2, \vec{q}_3)$, $F_s(\vec{q}_1, \vec{q}_2 \dots \vec{q}_s)$, ки аз координатаҳои як, ду ва ҳоказо молекулаҳо вобаста аст, бо формулаи зерин муайян менамоем:

$$F_s(\vec{q}_1 \dots \vec{q}_s) = V^s \int \cdots \int e^{-\frac{\sum \Phi_{ij}}{kT}} dV_{s+1}\, dV_{s+2} \cdots dV_N \cdot \frac{1}{Q_N} \quad (2.65)$$

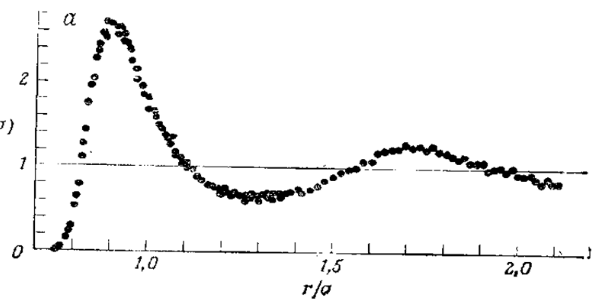
Ин ҷо F_s- зичии эҳтимолияти s зарра дар қисми координатии ҳаҷми фазавӣ, Φ_{ij} –потенсиали таъсири мутақобилаи ҷуфти зарраҳо, V-ҳаҷм мебошад. Барои функсияҳои тақсимоти гурӯҳи зарраҳо F_s, чунин занҷири муодилаҳо ҷой дорад:

$$\frac{\partial F_s}{\partial x_k} = -\frac{1}{\theta} F_s \frac{\partial U_s}{\partial x_k} - \frac{N-s}{V\theta} \int \frac{\partial \Phi_{k,s+1}}{\partial x_k} F_{s+1}\, dV_{s+1} \quad (2.66)$$

Мувофиқи ин занҷир ҳар як функсияи F_s бо воситаи функсияи номаълуми F_{s+1}муайян карда мешавад. Ин муодиларо ҳал намуда, бо истифодаи функсияи коррелятивии ҷуфти зарра, муодилаи ҳолатро ба намуди зерин ҳосил намудан мумкин аст:

$$P = \frac{NkT}{V} \left\{ 1 - \frac{2\pi N}{3VkT} \int_0^\infty g(r) \frac{\partial \Phi(r)}{\partial r} r^3 \mathrm{dr} \right\} \quad (2.67)$$

Бузургии $g(r)$-функсияи тақсимоти радиалӣ номида мешавад. Вобастагии ин функсия аз масофа дар расми 4 нишон дода шудааст. Маълум мешавад, ки дар масофаҳои наздик тартиби муайяне ҷой доштааст ва он дар масофаҳои калон гум мешавад.



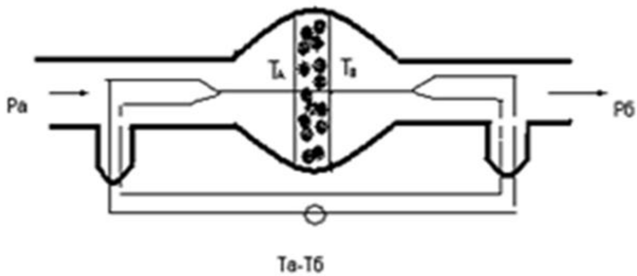
Расми 4.
Вобастагии функсияи тақсимоти радиалӣ

Барои энергияи дохилии система низ ифодаи намуди зеринро навиштан мумкин аст:

$$U = \frac{3}{2}NkT + \frac{4\pi N^2}{2V}\int g(r)\Phi(r)\,\mathrm{r}^2\mathrm{dr} \quad (1.67)$$

§10. Ҳодисаи ҷоул-Томсон дар гази Ван – дер Ваалс

Найчаи бо оксиген пур кардашуда бо девори роға ба ду камера ҷудо карда шудааст (расми 5). Бо ҳаракати мунтазами поршенҳо дар камераи чап фишори P_A ва дар камери рост фишори $P_B<P_A$ нигоҳ дошта мешавад.



Расми 5

Газ аз қабати девор аз камераи чап ба рост гузашта меистад. Дар аввали таҷриба ҳаҷми камераи чап V_A буда, ҳаҷми камераи рост баробари сифр аст. Дар охири таҷриба ҳаҷми камераи рост бо чап баробар шуда $V_A= 0$ мешавад. Система гармигузаронӣ надорад. Тағйирёбии ҳароратро ҳисоб мекунем.

Дар ин таҷриба раванд ғайристатсионарӣ буда, энталпия доимӣ нигоҳ дошта мешавад.

$$H_A=U_A+P_AV_A = U_B+P_BV_B = H_B$$

Дифференсиали пурраи энталпия $dH(P,T)$ чунин аст: $dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T dP$ (2.65), ки ин ҷо $\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P = C_P$ мебошад.

Аз муодилаи ҳолат ва энергияи дохилӣ истифода бурда, меёбем $\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T = b - \frac{2a}{RT}$

Ин қиматро ба dH гузошта, $dT = -\frac{1}{C_P}\left(b - \frac{2a}{RT}\right)dP$

Дар ҳолати хурд будани фарқҳои фишор $\Delta P = P_2 - P_1$ ва кам тағйирёбии ҳарорат $\Delta T = T_2 - T_1$, дар ифодаи (2.65) дифференсиалҳои dT ва dP - ро бо ΔP ва ΔT иваз кардан мумкин аст.

$$\Delta T = -\left(b - \frac{2a}{RT}\right)\frac{\Delta P}{C_P}$$

ё ки

$$T_B - T_A = \left(\frac{2a}{RT_A} - b\right)\frac{P_B - P_A}{C_P} \qquad (2.66)$$

Ба ин ҷо қиматҳои ададиро гузошта меёбем:

$$\Delta T = \left(\frac{2\cdot 1{,}4\cdot 9{,}81\cdot 10^4}{8{,}314\cdot 10^3\cdot 273} - 0{,}032\right)\frac{(1-250)\cdot 9{,}81\cdot 10^4}{3{,}5\cdot 8{,}314\cdot 10^3}k = -75^0 C$$

Дар вақти васеъшавии газ аз қабати деворчаи роға-роға, агар фишораш то 1 атм кам шавад, хунукшавии он ба 75^0C мерасад.

БОБИ 3. НАЗАРИЯ ФЛУКТУАТСИЯҲО

§1. Мафҳуми флуктуатсия

Дар натиҷаи ҳаракати гармии зарраҳои система, майлкунии бузургиҳои термодинамикӣ аз қиматҳои миёнаашон ба амал меояд, ки онро флуктуатсия меноманд. Дар ин ҳол зиччии эҳтимолияти майлкунии бузургии х аз қимати миёнааш чунин мешавад:

$$dw(\mathrm{x}) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}\, exp\left(\frac{\alpha \mathrm{x}^2}{2}\right) \qquad (3.1)$$

Ин ифода тақсимоти Гаусс буда, шарти нормирониаш $\int_{-\infty}^{\infty} w(\mathrm{x})\, d\mathrm{x} = 1$ (3.2).

Қимати миёнаи квадратӣ $\overline{\mathrm{x}^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{x}^2 w(\mathrm{x})\, d\mathrm{x} = 1/\alpha$ (3.2).

Бузургиҳои термодинамикӣ, чи хеле ки қайд карда шуд, дар ҳолати мувозинатӣ аз қиматҳои миёнаашон фарқ карда метавонад. Ин фарқият (флуктуатсия) аз сохтори молекулавии модда бармеояд. Барои бузургиҳои интенсивӣ, ба мисли ҳарорат, фишор, зиччии модда, консентратсия, гармиғунҷоиши хос ва ҳоказо, флуктуатсия ба зиёдшавии шумораи зарраҳо мутаносиб ба $1/\sqrt{N}$ кам мешаванд ва аксар вақт онро аз ҳисоб соқит намудан мумкин аст.

Вале ҳодисаҳои физикӣ, ба мисли пошхӯрии рӯшноӣ дар моеъ ва газҳо мавҷуданд, ки бе ба ҳисоб гирифтани флуктуатсия ғайри имкон аст.

Барои тағйирёбии энтропия $\Delta S_n = S - S_{max}$, ки дар натиҷаи флуктуатсияи бузургии х ҳосил шудааст, ифодаи принсипи Болсманро менависем:

$$dw(\mathrm{x}) = Ae^{\Delta S_n/k} d\mathrm{x} \qquad (3.3)$$

Флуктуатсияи бузургиҳои термодинамикиро барои системаи дар термостат буда, яъне системае, ки қисми системаи калон мебошад, дида мебароем. Бузургии х ба системаи додашуда тааллуқ дорад, вале ифодаи ΔS_n

бошад ба системаи яклухт - ҳам системаи додашуда ва ҳам термостат мутааллиқ аст.

Флуктуатсияи параметрҳои системаро бо $\Delta S, \Delta E, \Delta V, \Delta P, \Delta T$ ва флуктуатсияи термостатро бо $\Delta S_0, \Delta E_0, \Delta V_0, \Delta P_0, \Delta T_0$ ишора менамоем.

Флуктуатсияи системаи хурд системаи яклухтро ба ҳолати ғайримувозинатӣ меоварад ($\Delta S_n < 0$).

Ба ҷойи флуктуатсияи ҳақиқӣ, тағйирёбии параметрҳоро аз ҳисоби манбаи беруна дида мебароем. Дар ин ҳол ΔS тағйир ёфта ба термостат миқдори гармии ΔQ_0 дода мешавад, ки он ба зиёдшавии энергияи дохилӣ ва иҷрои кор масраф мегардад:

$$\Delta Q =, \Delta E_0 + P_0 \Delta V_0 = -\Delta E - P_0 \Delta V$$

Он гоҳ барои тағйирёбии пурраи энтропия меёбем:

$$\Delta S_n = \Delta S - \frac{\Delta E}{T_0} - \frac{P_0}{T_0}\Delta V = -\frac{1}{T_0}(\Delta E - T_0 \Delta S + P_0 \Delta V)$$

Ифодаи $\Delta E(S, V)$- ро нисбат ба дараҷаҳои ΔS ва ΔV ба қатор паҳн мекунем:

$$\Delta E = \left(\frac{\partial E}{\partial S}\right)_V \Delta S + \left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_S \Delta V = T_0 \Delta S - P_0 \Delta V$$

Чунки $\left(\frac{\partial E}{\partial S}\right)_V = T_0$ ва $\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_S = -P_0$ мебошад, ҳангоми қимати ΔE- ро ба ҷояш гузоштан, $\Delta S_n = 0$ мешавад. Аз ин сабаб қаторро то дараҷаи дуюм паҳн менамоем:

$$\Delta E - T_0 \Delta S + P_0 \Delta V =$$
$$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial^2 E}{\partial S^2}\right)_V (\Delta S)^2 + \left(\frac{\partial^2 E}{\partial V^2}\right)_S (\Delta V)^2 + 2\frac{\partial^2 E}{\partial S \partial V}\Delta S \Delta V\right]$$

Аз дигар тараф

$$\Delta \mathrm{T} = \Delta\left(\frac{\partial E}{\partial S}\right)_V = \left(\frac{\partial^2 E}{\partial S^2}\right)_V \Delta S + \frac{\partial^2 E}{\partial S \partial V}\Delta V,$$

$$\Delta \mathrm{P} = -\Delta\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_S = -\frac{\partial^2 E}{\partial S \partial V}\Delta S - \left(\frac{\partial^2 E}{\partial V^2}\right)_S \Delta V$$

Бинобар он:

$$\Delta E - T_0\Delta S + P_0\Delta V = \frac{1}{2T_0}(\Delta \mathrm{P}\Delta V - \Delta \mathrm{T}\Delta S)$$

Он гоҳ эҳтимолият аз (3.3)

$$dw = Ae^{(\Delta \mathrm{P}\Delta V - \Delta \mathrm{T}\Delta S)/2kT_0}d\mathrm{x} \qquad (3.4)$$

Бо ёрии ин ифода ва тақсимоти Гаусс

$$dw(\mathrm{x}) = 1/\sqrt{2\pi\overline{M^2}}\, e^{-M^2/2\overline{M^2}}d\mathrm{x} \qquad (3.5)$$

флуктуатсияҳои бузургиҳои термодинамикиро ёфтан мумкин аст.

§2. Флуктуатсияи бузургиҳои термодинамикӣ

Флуктуатсияи энтропия ва фишорро тавассути флуктуатсияи ҳарорат ва ҳаҷм меорем:

$$\Delta S = \left(\frac{\partial S}{\partial \mathrm{T}}\right)_V \Delta \mathrm{T} + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{\mathrm{T}} \Delta V = \frac{\mathrm{C}_V}{T_0}\Delta \mathrm{T} + \left(\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \mathrm{T}}\right)_V \Delta V$$

ва $\quad \Delta \mathrm{P} = \left(\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \mathrm{T}}\right)_V \Delta \mathrm{T} + \left(\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial V}\right)_{\mathrm{T}} \Delta V$

Ин қиматҳоро гузошта:

$$dw = \mathrm{A}exp\left[\left(\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial V}\right)_{\mathrm{T}} \frac{(\Delta V)^2}{2kT_0}\right] exp\left[\frac{\mathrm{C}_V(\Delta \mathrm{T})^2}{2kT_0^2}\right] d(\Delta V)d(\Delta \mathrm{T})$$

Аз ин ҷо маълум мешавад, ки флуктуатсияҳои ҳарорат ва ҳаҷм аз ҳам новобастаанд, яъне

$$\overline{\Delta V \Delta \mathrm{T}} = \overline{\Delta V} \cdot \overline{\Delta \mathrm{T}}$$

Ифодаи dw –ро бо тақсимоти Гаус (3.5) муқоиса намуда меёбем:

$$\overline{(\Delta V^2)} = -kT\left(\frac{\partial V}{\partial \mathrm{P}}\right)_{\mathrm{T}} \quad \text{ва} \quad \overline{(\Delta \mathrm{T})^2} = \frac{kT^2}{\mathrm{C}_V} \; (3.6)$$

Айнан ҳамин тавр ифодаҳои зеринро низ ёфтан мумкин аст:

$$\overline{(\Delta \mathrm{P}^2)} = -kT\left(\frac{\partial \mathrm{P}}{\partial V}\right)_S \quad \text{ва} \quad \overline{(\Delta S)^2} = k\mathrm{C}_{\mathrm{P}} (3.7)$$

Флуктуатсияи миёнаи квадратии шумораи зарраҳои система $\quad \overline{(\Delta N^2)} = -\frac{N^2}{V^2}kT\left(\frac{\partial V}{\partial \mathrm{P}}\right)_{\mathrm{T}.N} \qquad (3.8)$

Флуктуатсияи энергияи дохилӣ

$$\overline{(\Delta E^2)} = C_V\, kT^2 - kT\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \left[T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P\right]^2 \quad (3.9)$$

Азбаски гармиғунҷоиш ҳамчун бузургии аддитавӣ ба шумораи зарраҳо мутаносиб аст, квадратҳои миёнаи флуктуатсияи параметрҳои аддитавӣ, яъне ифодаҳои $\overline{(\Delta V^2)}$, $\overline{(\Delta S)^2}$, $\overline{(\Delta N^2)}$ ва $\overline{(\Delta E^2)}$ ба N мутаносиб мебошанд. Квадратҳои миёнаи флуктуатсияи параметрҳои интенсивӣ ба 1/N мутаносиб мебошанд. Флуктуатсияҳои миёнаи квадратӣ бошад, мувофиқан барои параметрҳои аддитавӣ ба $\sqrt{N}$ ва интенсивӣ ба $1/\sqrt{N}$ мутаносибанд. Флуктуатсияҳои нисбӣ барои ҳар ду ҳолат ба $1/\sqrt{N}$ мутаносиб мешавад, ки ин барои системаҳои аз шумораи калони зарра иборатбуда хело ночиз аст.

БОБИ 4. ЭЛЕМЕНТҲОИ ФИЗИКАИ СТАТИСТИКИИ КВАНТӢ

§1. Хусусиятҳои системаҳои квантӣ

Статистикаи квантӣ хосиятҳои системаи микрозарраҳои якхела, ба мисли α - заррахо, электронҳо, фотонҳо ва ғайраро меомӯзад.

Азбаски зарраҳои чунин система бо ҳам зич алоқаманданд, он ҳамчун як маҷмӯи яклухт дида мешавад ва барои тадқиқаш статистикаи махсусро истифода мебаранд.

Ҳангомими тавсифи квантии система аз мафҳумҳои классикӣ истифода бурдан номумкин аст. Тибқи **таносуби номуайянӣ**

$$\Delta q \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \qquad (4.1)$$

зарра якбора ҳам координата ва ҳам импулси муайян надорад ($\hbar = \frac{h}{2\pi}$, ки дар ин�о $\hbar$ - собити Планк: $\hbar = 1{,}05 \times 10^{-34}$� $\cdot$ с). Энергияи система ба қимати ё дискретӣ ва ё бефосила соҳиб шуда метавонад. Масалан энергияи оссилятор танҳо қимати дискретии зеринро мегирад:

$$E_n = \hbar\omega(n + 1/2), \quad n = 0,1,2 \ldots \qquad (4.2)$$

Хосияти маҷмӯи зарраҳои якхела дар механикаи квантӣ бо воситаи функсияи мавҳӣ

$$\Psi = \Psi(q_1, q_2, \cdots, q_N, t) \qquad (4.3)$$

шарҳ дода мешавад, ки он ҳалли муодилаи Шредингер мебошад. Ин ҷо q_i - координатҳои зарраи i мебошад. Бузургии Ψ - ро бо методҳои физикӣ чен кардан мумкин нест. Бузургии ченкардашаванда – зичии эҳтимолияти микрозарра мебошад.

Агар дар вақти ҷойивазкунии ду зарра функсияи Ψ аломаташро тағйир надиҳад онро **симметрӣ** ва агар аломаташро тағйир диҳад – **антисимметрӣ** мегӯянд. Ин ду навъ функсияҳо ба ҳамдигар табдил ёфта наметавонанд ва дар механикаи квантӣ бо ёрии муодилаи Шрёдингер исбот карда мешавад, ки функсияи мавхӣ вобаста аз ҳолати аввалааш доимо ё симметрӣ + антисимметрӣ боқӣ мемонад.

Чи хеле ки Натиҷаи тадқиқотҳои таҷрибавӣ нишон медиҳад, ба ин ё он навъ тааллуқ доштани зарра аз бузургии моменти хусусӣ ва ё спини он вобаста аст. Зарраҳое, ки спинашон $S = \frac{1}{2}\hbar, \frac{3}{2}\hbar, \frac{5}{2}\hbar, \cdots$, аст, бо функсияи мавхии антисимметрӣ тавсиф дода мешавад ва онҳо зарраҳои Фермӣ ё **фермионҳо** номида мешаванд. Статистикаи онҳоро шарҳдиҳанда статистикаи Ферми – Дирак мебошад.

Электронҳо (e^-), позитронҳо (e^+), протонҳо (p), нейтронҳо (n) ва умуман атомҳо, ионҳо ва ядрои атомҳо, ки аз шумораи тоқи зарраҳои бунёдӣ иборатанду спини касрӣ доранд, бо статистикаи Ферми – Дирак шарҳ дода мешаванд.

Зарраҳои спинашон $S = 0, \hbar, 2\hbar, 3\hbar, \cdots$ бо функсияҳои симметрӣ тавсиф дода шуда, онон зарраҳои Бозе ва ё **бозонҳо** номида мешаванд. Статистикаи онҳоро шарҳдиҳанда бошад, статистикаи Бозе-Эйнштейн ном дорад. Ба ин статистика микрозарраҳои аз шумораи хуфти зарраҳо иборат буда, итоат мекунанд. Мисол, атоми ҳидроген, атоми ҳелий, фотонҳо ба статистикаи Бозе – Эйнштейн итоат мекунанд.

Ҳолатҳои ҳаракате низ мавҷуданд, ки ҳам ба тарзи дискретӣ ва ҳам ба тарзи бефосилавӣ тавсиф дода шуданашон имконпазир аст. Барои ин ҳолатҳо ба ҳар як микроҳолати квантӣ ҳаҷми h^{3N} фазои фазавӣ дуруст меояд ва интегронӣ нисбати фазои фазавӣ бо суммагирӣ иваз карда мешавад. Азбаски зарраҳо якхела пиндошта мешаванд, ба ҳаҷми $dqdp$ дар фазои фазавӣ $d\Gamma = \frac{dqdp}{h^{3N}N!}$ микроҳолатҳо мувофиқ меояд.

§2. Тақсимотҳои статистикии квантӣ

Барои таҳқиқи системаи квантӣ, бояд ду талаботи зерин ба инобат гирифта шавад:

1. Принсипи якхелагии зарраҳо;
2. Мавҷудияти ду намуди функсияҳои мавҷӣ.

Барои ҳалли бисёр масоили физикаи статис-тикӣ, донистани функсияи тақсимоти система нисбат ба ҳолатҳои имконпазир кифоя мебошад. Вобаста ба ин, се статистика мавҷуд аст: статистикаи Максвелл-Болсман, Бозе-Эйнштейн ва Ферми-Дирак.

Дар статистикаи Максвелл-Болсман зарраҳо ҳархелаанд ва энергия ҳам дискретӣ ва ҳам бефосила қимат гирифта метавонад. Дар статистикаи Бозе-Эйнштейн зарраҳо якхелаанд ва қимати энергияашон дискретӣ мебошад. Дар статистикаи Ферми-Дирак ба ғайр аз дискретӣ будани қимати энергия, боз принсипи Паули ба назар гирифта мешавад.

Фарқияти байни статистикаҳоро ҳангоми ба ҳисоб гирифтани шумораи ҳолатҳои имконпазири ду зарра, аниқ мушоҳида намудан мумкин аст.

Ду зарраи табиатан якхеларо гирифта, дар ду катак ҷойишғолкунии онҳоро мебинем. Дар аввал бигузор ҳарду зарра ҳархела бошанд ва ононро бо *а* ва *ӣ* ишора менамоем. Табиист, ки барои чунин ду зарра 4 ҳолати ҷойишғолкунӣ мавҷуд аст (Ҷадвали 1):

I	*ab*	—
II	—	*ab*
III	*a*	*b*
IV	*b*	*a*

Ҷадвали 1. Статистикаи Максвелл-Болеман. Зарраҳои ҳархела

Дар ҳолати зарраҳо якхела будан, ҷойишғолкунӣ чунин мешавад (ҷадвали 2):

I	*aa*	—
II	—	*aa*
III	*a*	*a*

Ҷадвали 2. Статистикаи Бозе-Эйнштейн. Зарраҳои ҳархела

Яъне, иваз намудани ҳолатҳо ба дигаргунии ҳолати физикӣ намеорад.

Дар ҳолати зарраҳо якхела будан ва принсипи Паулипро ба назар гирифтан, ҷойишғолкунӣ чунин мешавад (ҷадвали 3):

a	*a*

Ҷадвали 3. Статистикаи Ферми-Дирак. Зараҳои якхела ва принсипи Паули.

Барои зарраҳои Ферми, мувофиқи принсипи Паули, дар ҳар як ҳолати квантӣ аз як зиёд зарра мавҷуд буданаш ғайри имкон аст (бо назардошти спинҳои ҳархела).

§3. Функсияи тақсимоти статистикаи Бозе-Эйнштейн

Ҳолатҳои квантии z_i бо энергияҳои ε_i ва системаҳои n_i – ро, ки нисбат ба ин ҳолатҳо тақ-сим шудаанд, дида мебароем. Шумораи тарзҳое, ки n_i объектҳои якхелаи нисбат ба катакҳои рақамнок ҷойгир намуда шударо, тавассути формулаи зерин муайян кардан мумкин аст:

$$W_i = \frac{(n_i+z_i-1)!}{n_i!(z_i-1)!} \qquad (4.3)$$

Ҳолатҳои умумии имконпазир чунин мешавад:

$$W = \prod_i W_i = \prod_i \frac{(n_i+z_i-1)!}{n_i!(z_i-1)!} \qquad (4.4)$$

Аз ин ифода логарифм гирифта, меёбем:

$$lnW = \sum_i ln[(n_i + z_i - 1)!] - \sum_i ln[(n_i)!] - \sum_i ln[(z_i - 1)!]$$

Аз формулаи Стирлинг $ln[n!] \sim n(lnn - 1)$ истифода бурда, вариатсияи ин ифода мешавад:

$$\delta lnW = \sum_i \left[ln\left(\frac{n_i + z_i}{n_i}\right) + \alpha + \beta\varepsilon_i \right] \delta n_i$$

Дар ҳолати мувозинатӣ $\delta n_i = 0$ аст ва бинобар он

$$ln\left(\frac{n_i + z_i}{n_i}\right) + \alpha + \beta\varepsilon_i = 0$$

Ин ҷо $\alpha -$ аз шарти нормиронӣ ёфта мешавад ва $\beta = -1/kT$ аст.

Ҳамин тавр, дар мувозинатӣ барои адади системаҳои дар z_i катакҳои энергияашон ε_i буда, формулаи зерин ҳосил мешавад:

$$n_i = \frac{z_i}{e^{-\alpha-\beta\varepsilon_i} - 1}$$

Функсияи тақсимот нисбат ба энергия ва ё шумораи зарраҳои ба як катак мувофиқ:

$$f(\varepsilon) = \frac{n_i}{z_i} = \frac{1}{e^{-\alpha-\beta\varepsilon_i} - 1} \qquad (4.5)$$

Ифодаи ёфташуда функсияи тақсимот нисбат ба энергия дар статистикаи Бозе-Эйнштейн мебошад.

§4. Функсияи тақсимоти статистикаи Ферми-Дирак

Системаҳои квантии ба статистикаи Ферми-Дирак вобаста буда, бояд ба принсипи Паули итоат намоянд. Дар ин ҳол, дар ҳар ҳолати квантӣ танҳо як зарра мавҷуд шуда метавонаду халос, яъне. $z_i \geq n_i$ мебошад. Он гоҳ, шумораи тарзҳои имконпазири ҷойгир намудани n_i система нисбат ба объектҳои якхела нисбат ба z_iкатакҳоро, тавассути формулаи зерин муайян карда мешавад:

$$W_i = \frac{z_i!}{n_i!(z_i - n_i)!} \qquad (4.6)$$

Теъдоди умумии адади ҳолатҳои имконпазир дар шумораи ихтиёрии системаҳо ва шумораи ихтиёрии катакҳо, чунин мешавад:

$$W = \prod_i W_i = \prod_i \frac{z_i!}{n_i!\,(z_i - n_i)!}$$

Вариатсияи логарифми адади ҳолатҳо

$$\delta lnW = \sum_i [ln(z_i - n_i) + 1]\delta n_i - \sum_i ln\, n_i \delta n_i$$

Аз ин ҷо

$$\sum_i \left[ln\left(\frac{z_i - n_i}{n_i}\right) + \alpha + \beta\varepsilon_i \right] \delta n_i = 0$$

$$ln\left(\frac{z_i - n_i}{n_i}\right) + \alpha + \beta\varepsilon_i = 0$$

Ин ҷо $\alpha -$ аз шарти нормиронӣ ёфта мешавад ва $\beta = -\frac{1}{kT}$ аст.

Аз ин ҷо, адади зарраҳои n_i дар z_i катакҳои энергияашон ε_i буда, ҳосил мекунем:

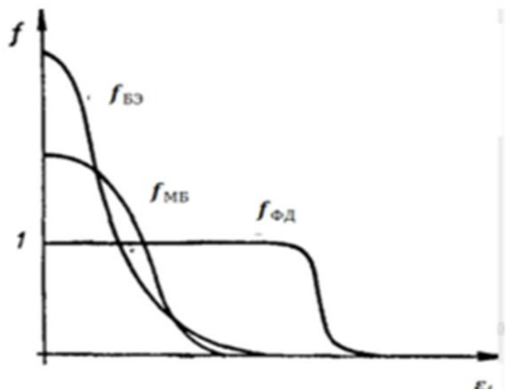
$$n_i = \frac{z_i}{e^{-\alpha-\beta\varepsilon_i} + 1}$$

Функсияи тақсимот нисбат ба энергия ва ё шумораи зарраҳои ба як катак мувофиқ:

$$f(\varepsilon) = \frac{n_i}{z_i} = \frac{1}{e^{-\alpha-\beta\varepsilon_i} + 1} \qquad (4.7)$$

Ифодаи ёфташуда функсияи тақсимот нисбат ба энергия дар статистикаи Ферми-Дирак мебошад.

Фарқи байни функсияҳои тақсимоти Максвелл-Болсман, Бозе-Эйнштейн ва Ферми-Дирак ба табиат ва хосиятҳои микрообъектҳое, ки тавассути онон шарҳ дода мешавад, вобаста аст. Аммо, чӣ хеле, ки аз формулаҳои овардашуда дида мешавад, ҳангоми $e^{-\alpha-\beta\varepsilon_i} \gg 1$ будан, статистикаҳои Бозе-Эйнштейн ва Ферми-Дирак ба статистикаи Максвелл-Болсман мубаддал мегарданд. Бинобар он, статистикаи Максвелл-Болсман ҳолати канории ду статистикаи квантӣ мебошад (расми 6).



Расми 6. Муқоисаи тақсимотҳо

§ 5. Статистикаи гази фотонӣ

Нурафкании электромагнитии дар ҳолати мувозинатӣ буда (нурафканӣ дар деворҳои ҳаҷми V дар ҳарорати T), нурафкании сиёҳ (ва ё гармӣ) меноманд. Онро ҳамчун гази идеалии фотонҳои спинашон баробари як дида баромадан мумкин аст ва аз ин сабаб функсияи тақсимоти Бозе-Эйнштейнро татбиқ менамоянд.

Фотонҳо ба басомади доиравии ω, суръати паҳншавии c (c= 299 792 458 м/с - суръати рӯш-нойӣ), вектори мавҷӣ **k** $(k=\frac{\omega}{c}=\frac{2\pi\nu}{c}=2\pi/\lambda)$, импулс $\boldsymbol{P}=\hbar\boldsymbol{k}=\mathfrak{n}\cdot\hbar\omega/c$, ($\mathfrak{n}$-вектори воҳидӣ). энергия $\varepsilon=\hbar\omega=pc$ моликанд.

Функсияи тақсимоти гази фотонҳо

$$\overline{n_l}=\left(\mathrm{e}^{\left(\frac{\hbar\omega_l}{kT}\right)}-1\right)^{-1}, \qquad (4.8),$$

ки ин ҷо ω_l басомади хусусии нурафкании электромагнитӣ дар ҳаҷми додашуда мебошад. Дар ҳаҷми макроскопӣ тақсимоти басомадҳо бефосила мегардад.

Дар куби қиррааш L мавҷи ҳамворро дида мебароем. Шарти давригиро гузошта, он мавҷҳои ҳамворро муайян менамоем, ки дар қирраҳои ба ҳам муқобили куб, ба қиматҳои якхелаи шади-дият соҳибанд.

$$\exp\big(ik_i(i+L)\big)\equiv\exp(ik_i i),\ i\equiv x,y.z.\ \ \exp(ik_i L)=1$$

Аз ин ҷо:

$$k_i=\frac{2\pi}{L}n_{i,}\ \ \Delta k_i=dk=\frac{2\pi}{L}\quad n_l=0,\pm1,\dots,\left\{\pm\frac{L}{2}\right\}$$

ва суммаро бо интеграл иваз намуда:

$$\sum_{k_i}\to(\frac{L}{2\pi})^3\int dk$$

Ба ҳар се ададҳои n_x, n_y, n_z мавҷи ҳамвори $\exp\big(i(k_x x+k_y y+k_z z)\big)$ ва ду ҳолати поляризатсия мувофиқ меояд. Дар қабати курраи dk шумораи зерини ҳолатҳо мешавад:

$$2(\frac{L}{2\pi})^3 4\pi k^2 dk = \frac{V}{\pi^2 c^3}\omega^2 d\omega = g(\omega)d\omega$$

чунки $\omega = kc$. Шумораи фотонҳои басомадашон аз ω то $\omega + d\omega$ дар ҳаҷми V:

$$dN_\omega = \overline{\mathrm{n}_\omega} g(\omega)d\omega = \frac{V}{\pi^2 c^3}\frac{\omega^2 d\omega}{\mathrm{e}^{\left(\frac{\hbar\omega_l}{kT}\right)}-1} \qquad (4.20)$$

Барои энергияи фотонҳо меёбем:

$$dE_\omega = \frac{V\hbar}{\pi^2 c^3}\frac{\omega^3 d\omega}{\mathrm{e}^{\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)}-1} \qquad (4.21)$$

Барои зиччии спектралӣ:

$$f_\omega = \frac{1}{V}\frac{dE_\omega}{d\omega} = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3}\frac{\omega^3}{\mathrm{e}^{\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)}-1}\,. \qquad (4.22)$$

Формулаи ёфташуда **формулаи Планк** ном дорад. Дар вақти $\hbar\omega \ll kT$ будан он ба формулаи классики Рэлей-Ҷинс табдил мегардад:

$$\boldsymbol{\rho_\omega} = \omega^2 \frac{kT}{\pi^2 c^3} \qquad (4.23)$$

Ҳангоми $\hbar\omega \gg kT$ будан он ба формулаи классикии Вин табдил мегардад:

$$\boldsymbol{\rho_\omega} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3}\mathrm{e}^{\left(-\frac{\hbar\omega}{kT}\right)}$$

Дар расми 7 вобастагии байни ρ_ν ва ν аз рӯи формулаи Планк оварда шудааст. Хатҳои пунктирӣ ба формулаҳои Релей – Хинс (Р-Х) ва Вин (В) мувофиқат мекунанд.

Энергияи дохилӣ

$$E = \frac{V\hbar}{\pi^2 c^3}\int_0^\infty \frac{\omega^3 d\omega}{\mathrm{e}^{\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)}-1} = \frac{V\hbar}{\pi^2 c^3}\left(\frac{kT}{\hbar}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{\mathrm{e}^{\mathrm{x}}-1} = \frac{\pi^2}{15}V\frac{(kT)^4}{(c\hbar)^3} \sim T^4 \quad (4.24)$$

Гармиғунҷоиш

$$C_V = \frac{4\pi^2}{15}Vk\left(\frac{kT}{c\hbar}\right)^3 = \frac{\pi^4}{9}kN \qquad (4.25)$$

Ω- потенсиалро меёбем:

$$\Omega = \mathrm{kT}\sum_{\mathrm{i}} \ln\left(1-\exp\left(\frac{\hbar\omega_i}{kT}\right)\right) =$$

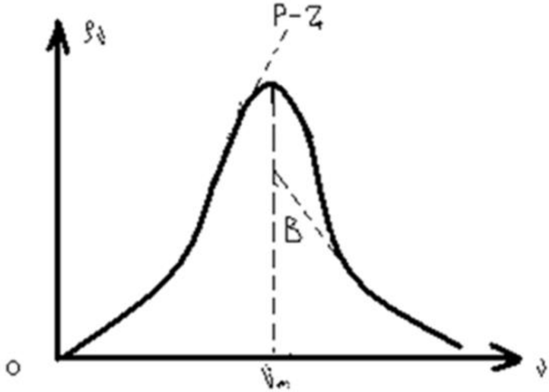
$$= \frac{V}{\pi^2 c^3} kT \int_0^\infty \ln\left(1-\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)\right)\omega^2 d\omega =$$

$$= \frac{V\hbar}{\pi^2 c^3}\left(\frac{kT}{\hbar}\right)^4 \int_0^\infty \ln(1-\exp(-x^2))\, x^2 dx = -\frac{\pi^2}{45} V \frac{(kT)^4}{(c\hbar)^3} = F \quad (4.26)$$

Аз ин ҷо энтропия ва фишори аз тарафи нурафкании гармӣ ба деворҳои қитъа таъсиркунанда чунин мешавад:

$$S = -\frac{\partial\Omega}{\partial T} = \frac{\pi^2}{45} Vk\left(\frac{kT}{c\hbar}\right)^3 \qquad (4.27)$$

$$P = -\frac{\partial\Omega}{\partial V} = \frac{\pi^2}{45}\frac{(kT)^4}{(c\hbar)^3} \qquad (4.28)$$



Расми 7. Вобастагии зичии спектралӣ аз басомад

БОБИ 5.НАЗАРИЯИ СТАТИСТИКИИ РАВАНДҲОИ ҒАЙРИМУВОЗИНАТӢ

§1. Муодилаи релаксатсионӣ

Маълум аст, ки системаи маҳдуд ва ё дар ҳолати муайяни беруна мавҷуд буда, бо мурури замон ҳолатеро мегирад, ки онро ҳолати мувозинатӣ (статистикӣ) меноманд. Мувофиқи ибтидои дуюми термодинамика, ин майлкунӣ ба ҳолати мувозинатӣ ба зиёдшавии энтропия вобаста мебошад.

Шумораи миёнаи адади зарраҳо тавассути функсияи тақсимоти $f(\boldsymbol{r},p)$ муайян карда мешавад, ки он дар ҳолати мувозинатӣ намуди зерин дорад:

$$f(r,p)=\frac{Nexp(-\frac{p^2}{2mkT})}{(2\pi mkT)^{3/2}}\cdot\frac{exp(-\frac{U(r)}{kT})}{C},$$

$$\mathrm{C}=\int exp(-\frac{U(r)}{kT})dr \qquad (5.1)$$

Бо ёрии ин ифода зиччии миёнаи адади заррахо

$$f(\boldsymbol{r},p,t)=\int f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}.t)d\boldsymbol{p} \qquad (5.2)$$

зиччии миёнаи масса $\mathrm{m}\cdot n(r,t)$, зиччии миёнаи заряд $r\cdot n(r,t)$. , зиччии миёнаи ҷараён

$j(\boldsymbol{r},t)=\frac{1}{m}\int \boldsymbol{p}f(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p}.t)d\boldsymbol{p}$ (5.3) ҳисоб карда мешавад.

Дар ҳолати ғайримувозинатӣ функсияи тақсимот ба муодилаи зерин қаноат менамояд:

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial r}(f\dot{\boldsymbol{r}})+\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{p}}(f\dot{\boldsymbol{p}})=0 \qquad (5.4)$$

Аз муодилаҳои Гамилтон истифода бурда, меёбем:

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{\boldsymbol{p}}{m}\frac{\partial f}{\partial r}+\boldsymbol{F}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{p}}=0 \qquad (5.5)$$

қувваи ба зарра таъсиркунанда F- ро чунин мегирем:

$$F=F_{\text{бер}}+F_{\text{зад}}$$

Ин ҷо $F_{\text{бер}}$- қувваи аз берун таъсиркунанда ва $F_{\text{зад}}$- қувваи аз ҳисоби таъсир бо тамоми зарраҳои дигар ба амал оянда (задухӯрд) мебошад. Ифодаи

$$F_{\text{зад}} \frac{\partial f}{\partial p} = -\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{з}$$

тағйирёбии функсияи тақсимотро дар натиҷаи задухӯрд тавсиф медиҳад. Аз ин рӯ, муодила чунин намуд мегирад:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p}{m}\frac{\partial f}{\partial r} + F_{\text{бер}}\frac{\partial f}{\partial p} = -\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{з} \qquad (5.6)$$

Баъзан дар назарияи феноменологӣ барои аъзои задухӯрд чунин ифодаро истифода мебаранд:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{з} = -\frac{f - f_0}{\tau}, \qquad (5.7)$$

ки ин ҷо

$$f_0 = \frac{1}{(2\pi mkT)^{3/2}} exp\left(-\frac{p^2}{2mkT}\right)$$

функсияи тақсимоти мувозинатӣ аст. Агар тақсимот якҷинса, яъне $\frac{\partial f}{\partial r} = 0$ ва қувваи беруна таъсир накунад ($F_{\text{бер}} = 0$), муодила

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{f - f_0}{\tau} \qquad (5.8)$$

ҳалли он

$$f(p.t) = f_0 + (f(p.0) - f_0)\, exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

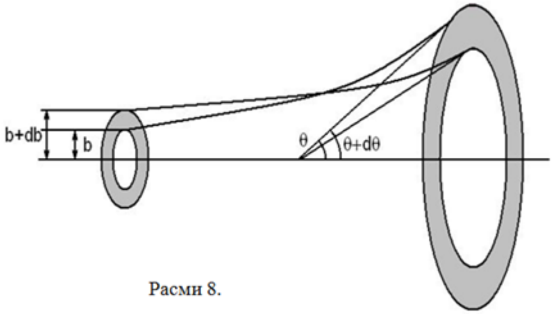
Аз ин ифода бармеояд, ки система ба таври экспоненсиалӣ ба ҳолати мувозинатӣ меояд. Параметри τ, ки вақти релаксатсия аст, тахминан ба масофаи давиши озод баробар мебошад.

§2. Муодилаи кинетикии Болсман

Ҳангоми задухӯрди молекулаҳо чандирӣ будан ва дар вақти танҳо задухӯрди ҷуфт-ҷуфтро ба ҳисоб гирифтан, исбот карда мешавад, ки ба ҷои даккахӯрии ду зарраи массаашон m, дар майдони қуввагӣ ҳаракати як зарраи массааш $m/2$-ро дида баромадан мумкин аст.

Пошхӯрии зарраҳо дар майдони қуввагӣ бо бузургиҳои $\bar{u}$ - масофаи нишонгирӣ, θ - кунҷи пошхӯрӣ ва j –

зиччии сели зарраҳои бархӯрда (шумораи зарраҳои аз воҳиди қитъаи ба сел перпендикуляр гузашта дар воҳиди вақт) шарҳ дода мешавад (Расми 8).



Расми 8.

Шумораи зарраҳои дар воҳиди вақт ба кунҷи телесии $d\Omega = 2\pi \sin\theta \, d\theta$ пошхӯрдаро чунин мегирем:

$$dN(\theta, u) = j d\Omega \sigma(\theta, u) = \mathrm{j} \cdot \square \mathrm{d} \square,$$

ки ин ҷо $\sigma(\theta, u)$- буриши дифференсиалии пошхӯрӣ аст.

$$\sigma(\theta, u) = \frac{1}{j}\frac{dN}{d\Omega} = \frac{\square(\theta, u)}{\sin\theta}\left|\frac{\partial \square(\theta, u)}{\partial\theta}\right|$$

Азбаски d□ ва $\mathrm{d}\theta$ аломатҳои гуногун доранд, қимати мутлақи тағйирёбии онон гирифта шудааст.

Буриши пурраи пошхӯрӣ

$$\sigma_0(u) = \int \sigma(\theta, u) \sin\theta \, \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi = 2\pi \int \sigma(\theta, u) \sin\theta \, \mathrm{d}\theta$$

Аз механикаи классикӣ маълум аст, ки ҳангоми задухӯрди чандирии нуқтаҳои материалии радиусашон баробари а, буриши пошхӯрӣ чунин қимат дорад:

$$\sigma(\theta) = \mathrm{a}^2/4$$

ва пошхӯрии пурра

$$\sigma_0 = \int \sigma(\theta) \sin\theta \, \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi = \frac{\mathrm{a}^2}{4} \cdot 4\pi = \pi \, \mathrm{a}^2 \text{ мешавад.}$$

Нишон дода шудааст, ки ифодаи задухӯрдӣ чунин мешавад:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_з = \int dp_1 \int d\Omega\, \sigma(\theta, u) \mathrm{u}\left[f_1^/ f^/ - f_1 f\right]$$

Он гоҳ, муодилаи кинетики Болсман чунин намудро мегирад:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p}{m}\frac{\partial f}{\partial r} + F_{бер}\frac{\partial f}{\partial p} = \int dp_1 \int d\Omega\, \sigma(\theta, u) \mathrm{u}\left[f_1^/ f^/ - f_1 f\right] \quad (5.9)$$

Ин ҷо

$f \equiv f(r, p, t),\ f_1 \equiv f(r, p_1, t),\ \ f^/ \equiv f\left(r, p^/, t\right),\ \ f^/ \equiv f(r, p_1^/, t)$

Ин муодила танҳо даккахӯрии бинарии зарраҳоро ба ҳисоб мегирад ва аз ин рӯ, танҳо барои газҳои бисёр тунук истифода бурда мешавад.

§3. Н-теоремаи Болсман

Дар муодилаи кинетикии Болсман ҳангоми

$$f_1^/ f^/ = f_1 f \quad (5.10)$$

гузоштан, муодила ҳолати гази статсионариро тавсиф медиҳад ва $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$ мешавад.

Аз (5.10) логарифм мегирем:

$$\ell n f_1^/ + \ell n f^/ = \ell n f_1 + \ell n f \qquad (5.11)$$

Ин ифода бо баробариҳои қонунони бақои имрулс ва энергия якҷоя бояд ҷой дошта бошад:

$$\begin{cases} \boldsymbol{p} + \boldsymbol{p_1} = \boldsymbol{p}^/ + \boldsymbol{p}_1^/ \\ p^2 + {p_1}^2 = {p^/}^2 + {p_1^/}^2 \end{cases} \qquad (5.12)$$

ҳалли (5.11) бо назардошти (5.12) тақсимоти Максвел-Болсман мебошад:

$$f(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{r}) = \frac{1}{(2\pi \mathrm{mkT})^{3/2}} \mathrm{e}^{\frac{(p_{ix}^2 + p_{iy}^2 + p_{iz}^2)}{2mkT}} \cdot \mathrm{Ce}^{-\frac{\mathrm{U(x,y,z)}}{\mathrm{kT}}} \quad (5.13)$$

Нишон медиҳем, ки гази аз ҷиҳати импулсҳо дар ҳолати номувозинатӣ буда, дар натиҷаи заду-хӯрди молекулаҳо ба ҳолати статсионарие, ки бо тақсимоти Максвел тавсиф карда мешавад, меояд.

Функсияи зеринро дохил мекунем:

$$H(t) = \int f(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{t})\ \ell n f(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{t}) d\boldsymbol{p} \qquad (5.14)$$

Аз ин ифода логарифм мегирем:

$$\frac{dH}{dt} = \int \left(\frac{\partial f}{\partial t} \ell n f + \frac{\partial f}{\partial t} \right) d\boldsymbol{p} \qquad (5.15)$$

Маълум аст, ки

$$\int \frac{\partial f}{\partial t}\, d\boldsymbol{p} = \frac{d}{dt} \int f(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{t})\, d\boldsymbol{p} = \frac{d}{dt} \left(\frac{N}{V} \right) = 0 \qquad (5.16)$$

Бинобар он,

$$\frac{dH}{dt} = -\int \left[f_1^{/} f^{/} - f_1 f \right] \ell n f |\boldsymbol{p_1} - \boldsymbol{p}| \sigma(\theta, u) d\Omega d\boldsymbol{p_1} \mathrm{d}\boldsymbol{p}$$

Аз ин ифода се маротиба тағйирёбандаҳоро иваз намуда, баробарии зеринро ҳосил намудан мумкин аст:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{4} \int \left[f f_1 - f^{/} f_1^{/} \right] \left\{ \ell n (f f_1) - \ell n (f^{/} f_1^{/}) \right\} |\boldsymbol{p_1} - \boldsymbol{p}| \sigma(\theta, u) d\Omega d\boldsymbol{p_1} \mathrm{d}\boldsymbol{p}$$
(5.17)

Азбаски ифодаи таҳтиинтегралӣ адади мусбат аст, $\frac{dH}{dt} \leq 0$ (5.18) мебошад. Маълум мешавад, ки газ дар ҳолати ғайримувозинатӣ будан, дар натиҷаи задухӯрди молекулаҳо функсияи $H(t)$ бо эҳтимолияти зиёд хурд шуда, дар мувозинатӣ қимати хурдтаринро мегирад. Аз ин ҷо бармеояд, ки шарти (5.10) шарти дар ҳолати статсионарӣ будани газ мебошад.

Ифодаи (5.18) ва ифодаи $\frac{dS}{dt} \geq 0$ (5.19) бо ҳам мувофиқанд. Аз ин ҷо бармеояд, ки дар ҳолати ғайримувозинатӣ будан, дар натиҷаи задухӯрди молекулаҳо энтропия бо эҳтимолияти зиёд афзуда, дар мувозинатӣ қимати калонтаринро мегирад.

§4. Муодилаи диффузия

Муодила барои зиччии адади зарраҳо $n(r,t)$- ро муодилаи диффузия меноманд. Онро дар натиҷаи аз функсияи тақсимот $f(r,p,t)$ нисбат ба импулсҳо интеграл гирифтан ҳосил намудан имконпазир аст. Аз муодилаи зерин истифода мебарем:

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{p}{m}\frac{\partial f}{\partial r}+F_{\text{бер}}\frac{\partial f}{\partial p}=-\frac{f-f_0}{\tau}$$

Аз ин ҷо ҳангоми τ хурд будан:

$$f=f_0-\ \tau\frac{\partial f_0}{\partial t}-\tau\ \frac{p}{m}\frac{\partial f_0}{\partial r}-\tau F_{\text{бер}}\frac{\partial f_0}{\partial p}$$

Бигузор τ аз импулс новобаста бошад. Он гоҳ муодилаи диффузия

$$\frac{\partial n}{\partial t}=div\left(-D\nabla n+\eta nF_{\text{бер}}\right)=0 \qquad (5.20)$$

Ин ҷо коэффисиенти диффузия $D=\frac{\partial}{\partial n}\int\frac{\tau p^2}{3m^2}f_0dp$ ва коэффисиенти дрейф $\eta=-\int\frac{\tau}{3mn}(p\frac{\partial f_0}{\partial p})\,dp$, мебошад.

Дар вақти $F_{\text{бер}}=qE$ будан:

$$f_0=\frac{n(r,t)}{(2\pi mkT)^{3/2}}exp\left(-\frac{p^2}{2mkT}\right),\qquad \frac{\partial f_0}{\partial p}=-\frac{p}{mkT}f_0$$

$D=\frac{\overline{\tau p^2}}{3m^2}=\frac{1}{3}\overline{v^2}\tau,$ ва $\eta=\frac{D}{kT}$ мешавад.

БОБИ 6. МАСЪАЛАҲО

§1. Функсияҳои тақсимот

Аз тақсимоти Гиббс истифода бурда эҳтимолияти он, ки суръати зарраи дилхоҳи алоҳидаи системаи додашуда дар интервалҳои $[\upsilon_x, \upsilon_x + d\upsilon_x]$; $[\upsilon_y, \upsilon_y + d\upsilon_y]$; $[\upsilon_z, \upsilon_z + d\upsilon_z]$; мебошад (тақсимоти Максвелл), ёфта шавад.

Ҳал: Аз тақсимоти каноникии Гиббс эҳтимолияти дар интервалҳои муайян ба суръатҳои муайян молик будани зарраи алоҳида чунин мешавад:

$$d\omega = fdpdq = \frac{e^{-\frac{\varepsilon(q,p)}{kT}} dqdp}{\int e^{-\frac{\varepsilon(q,p)}{kT}} dqdp} \qquad (1.1)$$

Дар ин ҷо

$$\varepsilon = \varepsilon(q, p) = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) = \frac{m}{2}(\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2) \quad (1.2)$$

энергияи кинетикии зарраи алоҳида мебошад, ки дар он координатҳо ва импулсҳои бо даврзанӣ ва лаппишҳои дохили молекулавӣ вобаста буда, ба назар гирифта нашудаанд.

Ифодаи (1.2) – ро ба (1.1) гузошта

$$d\omega = \frac{e^{-\frac{m}{2kT}(\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2)} d\upsilon_x d\upsilon_y d\upsilon_z}{\iint \int e^{-\frac{m}{2kT}(\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2)} d\upsilon_x d\upsilon_e d\upsilon_z} \qquad (1.3)$$

ҳангоми ҳисоб кардани интеграли дар махраҷ буда, ба ҷои интеграли секарата ҳосили зарби се интеграли яккарата навиштан мумкин аст.

$$\iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{m}{2kT}(v_x^2+v_y^2+v_z^2)} dv_x\, dv_y dv_z =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} dv_x \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{mv_y^2}{2kT}} dv_y \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} dv_z \quad (1.4)$$

Бо ёрии шакливазкунии зерин:

$$\upsilon_x = \sqrt{\frac{2kT}{m}}\xi, \quad \upsilon_y = \sqrt{\frac{2kT}{m}}\xi, \quad \upsilon_z = \sqrt{\frac{2kT}{m}}\xi,$$

аз (1.6) ҳосил мекунем

$$\int\int_{-\infty}^{+\infty}\int e^{-\frac{m}{2kT}(\upsilon_x^2+\upsilon_y^2+\upsilon_z^2)} d\upsilon_x d\upsilon_y d\upsilon_y = (\sqrt{\frac{2kT}{m}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\xi^2} d\xi)^3$$

Аз интеграли Пуассон

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \xi^{2n} e^{-\alpha\xi^2} d\xi = \frac{(2n-1)!!}{2^n}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha^{2n+1}}} \qquad (1.5)$$

истифода бурда меёбем, ки $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\xi^2} d\xi = \sqrt{\pi}$

Он гоҳ

$$\int\int_{-\infty}^{+\infty}\int e^{-\frac{m}{2kT}(\upsilon_x^2+\upsilon_y^2+\upsilon_z^2)} d\upsilon_x d\upsilon_y d\upsilon_y = (\frac{2\pi kT}{m})^{3/2}$$

ҳамин тавр эҳтимолияти он, ки суръати зарраи дилхоҳи система дар элементи ҳаҷми фазои суръатии

$$[\upsilon_x, \upsilon_x + d\upsilon_x]; [\upsilon_y, \upsilon_y + d\upsilon_y]; [\upsilon_z, \upsilon_z + d\upsilon_z];$$

мавҷуд аст, бо ифодаи зерин муайян карда мешавад:

$$d\omega = (\frac{2\pi kT}{m})^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{m}{2kT}(\upsilon_x^2+\upsilon_y^2+\upsilon_z^2)} d\upsilon_x d\upsilon_y d\upsilon_z \qquad (1.6)$$

Аз ин ҷо функсияи тақсимот

$$f(\upsilon_x \upsilon_y \upsilon_z) = (\frac{m}{2\pi kT})^{3/2} e^{-\frac{m}{2kT}(\upsilon_x^2+\upsilon_y^2+\upsilon_z^2)} \qquad (1.7)$$

1. Аз тақсимоти Максвелл истифода бурда эҳтимолияти он, ки қимати мутлақи суръати зарраи системаи додашуда дар интервали $[v, v + dv]$ хобидааст, ёфта шавад.

Ҳал: Фазои суръатро ба қабатҳои сферикӣ тақсим мекунем. ҳаҷми қабати сферикии радиусаш $|\upsilon|$ ва ғафсиаш $d\upsilon$ ба $d\upsilon_x d\upsilon_y d\upsilon_z = 4\pi^2 d\upsilon$ баробар мешавад. Он гоҳ аз (1.6) меёбем. $d\omega = 4\pi(\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m}{2kT}\upsilon^2} \upsilon^2 d\upsilon$ (1.8)

Ин ифода эҳтимолияти он мебошад, ки қимати мутлақи суръати зарраи дилхоҳи системаи додашуда дар интервали $[\upsilon, \upsilon + d\upsilon]$ мехобад. Аз (1.7) зичии эҳтимолият, ё функсияи тақсимот:

$$f(|\upsilon|) = 4\pi(\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m}{2kT}\upsilon^2} \upsilon^2 \qquad (1.9)$$

2. Аз тақсимоти Максвелл истифода бурда эҳтимолияти он, ки энергияи кинетикии зарраи дилхоҳи системаи додашуда дар интервали $[\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon]$мебошад, ёфта шавад.

Ҳал: Аз ифодаи $\varepsilon = \frac{1}{2}m\upsilon^2, \upsilon^2 = 2\frac{\varepsilon}{m}$ -ро ба (1.6) гузошта меёбем. $d\omega = \frac{2}{\sqrt{\pi(kT)^3}} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon$ (1.10)

3. Суръатҳоеро дар ҳарорати 0^0C муайян кунед, ки онҳо ба максимуми функсияи тақсимоти ҳидроген ва ҳелий мувофиқ бошанд. Вазни молекулавии нисбии ҳидроген ва ҳелий мувофиқан ба $M_{H_2} = 2{,}016$ ва $M_{He} = 4{,}003$ баробар аст.

Ҳал: Функсияи тақсимот нисбат ба суръатҳо

$$f(|\upsilon|) = 4\pi(\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m}{2kT}\upsilon^2} \upsilon^2 \qquad (1.11)$$ мебошад.

Барои муайян кардани қимати калонтарин аз он нисбат ба суръат ҳосила гирифта ба сифр баробар мекунем

$$\frac{df(\upsilon)}{d\upsilon} = 4\pi(\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{3}{2}} 2\upsilon e^{-\frac{m}{2kT}\upsilon^2} (1-\frac{m\upsilon^2}{2kT}) \ = 0$$

Аз ин ҷо : $\upsilon_{\max} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M_r}}$ (1.12), ки ин ҷо $M_r = mN_A$ - массаи молекулавии нисбӣ, N_A - адади Авогадро (шумораи молекулаҳо дар 6 кмол.) мебошад ва $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{26} kмол.$,

Барои муайян кардани суръати ба максимуми функсияҳои тақсимот мувофиқоянда, қиматҳои ададии додашударо гузошта меёбем:

$$\upsilon_{\max \cdot H_2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}314 \cdot 10^3 \cdot 273{,}16}{2{,}016}} = 6500\text{м/с}$$

$$\upsilon_{\max \cdot He} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}314 \cdot 10^3 \cdot 273{,}16}{4{,}003}} = 6066\text{м/с}$$

3. Қиматҳои миёнаи мутлақи суръат ва энергияи миёнаи ҳидроген дар ҳарорати 0^0С ҳисоб карда шавад. Қиматҳои ёфташудаи суръатҳо бо суръати $\upsilon_{\max}$, ки ба максимуми функсияи тақсимот мувофиқ аст, муқоиса карда шавад.

Ҳал: Қимати миёнаи мутлақи суръат $\overline{\upsilon}-$ ро аз функсия тақсимот $f(|\upsilon|) = 4\pi(\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m}{2kT}\upsilon^2} \upsilon^2$ (1.13) ва формулаи $\overline{\upsilon} = \int_0^\infty \upsilon f(\upsilon) d\upsilon$ (1.14) истифода бурда меёбем

$$\overline{\upsilon} = 4\pi(\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty \upsilon^3 e^{-\frac{m}{2kT}\upsilon^2} d\upsilon \qquad (1.15)$$

Аз формулаи Пуассон $\int_0^\infty \xi^{2n+1} e^{-\alpha\xi^2} d\xi = \frac{n!}{2\ \alpha^{n+1}}$ (1.16)

истифода бурда

$$\bar{\upsilon} = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \frac{1}{2\left(\frac{m}{2kT}\right)^2} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M_r}} \qquad (1.17)$$

Барои қиматҳои додашуда

$$\bar{\upsilon} = \sqrt{\frac{8\cdot 8{,}314\cdot 10^3 \cdot 273{,}16}{3{,}1416\cdot 2{,}016}} = 6696 \text{м/с} \qquad (1.18)$$

Қимати миёнаи энергияи як молекула аз рӯи чунин формула ёфта мешавад: $\bar{\varepsilon} = \frac{m}{2}\overline{\upsilon^2} = \frac{m}{2}\int_0^\infty \upsilon^2 f(\upsilon) d\upsilon$ (1.19)

Ба (1.19) ифодаи (1.13) – ро гузошта меёбем:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{m}{2} 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty \upsilon^4 e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}} d\upsilon$$

Аз интеграли (1.5) истифода бурда

$$\bar{\varepsilon} = \frac{m}{2} 4\pi \frac{3}{2^3} \sqrt{\frac{\pi}{\left(\frac{m}{2kT}\right)^5}} = \frac{3}{2} kT \qquad (1.20)$$

Бо (1.19) муқоиса намуда

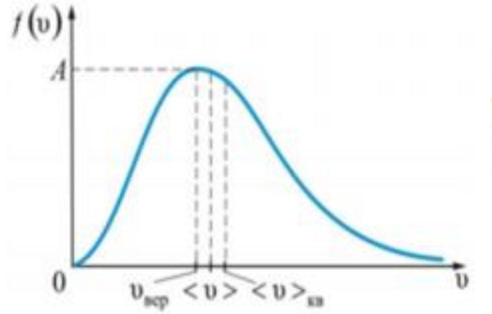
$$\frac{m\overline{\upsilon^2}}{2} = \frac{3}{2}kT, \overline{\upsilon^2} = 3\frac{kT}{m} = 3\frac{RT}{M_r} \qquad (1.21)$$

Муқоисаи квадрати қимати миёнаи суръат аз (1.17)

$$\bar{\upsilon}^2 = \frac{8kT}{\pi m}, \qquad (1.22)$$

Қимати миёнаи квадрати суръат (1.16) ва қимати квадрати суръати максималӣ нишон медиҳад, ки онҳо аз ҳам фарқ мекунанд.

Аз расми 9 дида мешавад, ки



Расми 9. Суръатҳои тақсимоти Максвелл

$$\sqrt{\overline{\upsilon^2}} > \overline{\upsilon} > \upsilon_{\max} \text{ ва } \quad \upsilon_{\max} : \overline{\upsilon} : \sqrt{\overline{\upsilon^2}} = 1:1{,}128:1{,}225$$

4. Дисперсияи суръат барои ҳидроген дар ҳарорати 0^0C ҳисоб карда шавад.

Ҳал: Бузургии $\Delta\upsilon = \upsilon - \overline{\upsilon}$ майлкунии суръат аз қимати миёна буда, қимати миёнаи квадрати он дисперсия номида мешавад ва аз рӯи чунин формула муайян карда мешавад.

$$\overline{\Delta\upsilon^2} = \int (\upsilon - \overline{\upsilon})^2 f(\upsilon) d\upsilon \qquad (1.23)$$

Аз ин ҷо: $\Delta v^2 = \int v^2 f(v)dv - 2\bar{v}\int v f(v)dv + \bar{v}^2 \int f(v)dv = \overline{v^2} - 2\bar{v}\bar{v} + \bar{v}^2 = \overline{v^2} - \bar{v}^2$ (1.24)

Қиматҳои ёфташударо ба (1.24) гузошта

$$\overline{\Delta\upsilon^2} = \frac{kT}{m}(3 - \frac{8}{\pi}) = 0{,}4535\frac{kT}{m}$$

ва $\sqrt{\overline{\Delta\upsilon^2}} = 0{,}6734\sqrt{\frac{kT}{m}} = 0{,}6734\sqrt{\frac{RT}{M_r}}$

Барои ҳидроген

$$\sqrt{\overline{\Delta\upsilon^2}}_{H_2} = 0{,}6734\sqrt{\frac{8{,}314 \cdot 10^3 \cdot 273{,}16}{2{,}016}} = 715 м/с$$

7.Дисперсия ва ё флуктуасияи миёна-квадратии энергияи кинетикӣ ёфта шавад.

Ҳал: Ба монанди масъалаи 7

$$\overline{\Delta\varepsilon^2} = \overline{\varepsilon^2} - \overline{\varepsilon}^2 \qquad (1.25)$$

Азбаски $\varepsilon = \frac{1}{2} m\upsilon^2$ мебошад,

$$\overline{\Delta\varepsilon^2} = (\frac{m}{2})^2 \left[\overline{\upsilon^4} - (\overline{\upsilon^2})^2\right] \qquad (1.26)$$

Он гоҳ:

$$\overline{v^6} = \int_0^\infty v^6 f(v) dv = 6\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty v^6 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv$$

$$= 6\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{\pi}{\left(\frac{m}{2kT}\right)^7}} = 65 \left(\frac{kT}{m}\right)^2$$

Қимати ёфташударо (1.26) гузошта меёбем:

$$\overline{\Delta\varepsilon^2} = (\frac{m}{2})^2 \left[15(\frac{kT}{m})^2 - 9(\frac{kT}{m})^2\right] = \frac{3}{2}(kT)^2$$

8. Дар вақти ҳарорати ҳаво доимӣ ва баробари $0^0 C$ ва фишор дар сатҳи баҳр:

$$P_0 = 1013 мбар = 1 атм = 1{,}013 \cdot 10^5 н / м^2$$

будан, камшавии фишори ҳаво бо баландӣ тадқиқ карда шавад. Дар кадом баландӣ фишор ва зичии ҳаво ду баробар кам мешавад. Барои ҳисоб аз ҷадвали зерини таркиби ҳаво истифода баред:

Ҳал: Бигузор ҳаво ҳамчун гази якхинса қабул карда шавад. Массаи молекулавии нисбии ин газро аз ҷадвали зерин бо формулаи $M_r = \sum_i P_i M_i$ (1.27) муайян мекунем. Қиматҳои ададиро гузошта меёбем: $M_r = 28{,}97$ (1.28)

Рақами тартибӣ	i	6	2	3	6
Газ		N_2	O_2	Ar	Co_2
Таркиби нисбӣ	P_i	0,7809	0,2095	0,0093	0,0003
Массаи молярии нисбӣ	M_i	28,063	36,999	39,968	66,060

Ҳаҷми molярӣ барои қиматҳои додашуда

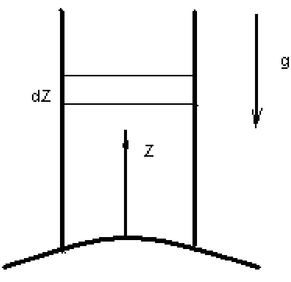
$$V_0 = \frac{RT_0}{P_0} = \frac{8{,}314 \cdot 10^3 \cdot 273{,}16}{1013 \cdot 10^2} = 22{,}4 м^3 / кмол \quad (1.29)$$

Сутунчаи буришаш 6 м^2 ва ба сатҳи Замин перпендикуляреро дида мебароем.

Барои ёфтани шумораи зарраҳои дар қабати ҳавои dZ аз формулаи тақсимоти каноникии Гиббс истифода мебарем. Мувофиқи он, шумораи заррачаҳои газ дар элементи ҳаҷми фазои фазавӣ чунин муайян карда мешавад:

$$dN = f dq dp = N \frac{e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} dq dp}{\int e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} dq dp} \quad (1.30),$$

ки ин ҷо N – шумораи умумии зарраҳо дар сутунчаи ҳаво мебошад.



Ҳангоми ҳисоб кардани энергияи зарраҳои дар баландии Z воқеъбуда, танҳо энергияи потенсиалиро ба ҳисоб гирифтан кифоя аст, зеро ҳарчанд, ки энергияи зарраи алоҳида координатҳои импулсӣ дошта бошад ҳам, ин ба тақсимоти зарраҳо дар майдони кашиши

Замин таъсире намерасонад. Бинобар он $\varepsilon_{пот.} = mgZ$ (1.31), ҳамин тавр, энергияи потенсиалии зарраи алоҳида танҳо аз координатҳо Z вобаста аст ва бинобар он, ифодаи (1.30) – ро нисбат ба x ва y ва нисбат ба координатҳои импулсӣ интеграл гирифта меёбем :

$$dN = N\frac{e^{-\frac{\varepsilon_{пот}(z)}{kT}}dz}{\int e^{-\frac{\varepsilon_{пот}(z)}{kT}}dz} \qquad (1.32)$$

Аз ифодаи (1.32) истифода бурда

$$dN = N\frac{e^{-\frac{mgZ}{kT}}dZ}{\int e^{-\frac{mgZ}{kT}}dZ} = \frac{N}{\frac{kT}{mg}}e^{-\frac{mgZ}{kT}}dZ$$

ишораи $C = Nmg/kT$ – ро дохил карда, $dN = Ce^{-\frac{mgZ}{kT}}dZ$ (1.33).

Бузургии dN/dZ ба ρ – зичии ҳаво мутаносиб аст, он гоҳ

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{mgZ}{kT}} \qquad (1.34)$$

Дар ин ҷо ρ_0 – зичии ҳаво дар Z=0 мебошад. Муодилаи ҳолати гази идеалӣ $P_0V = RT$ – ро истифода бурда нишондиҳандаи экспонентаи (1.34)–ро дигаргун мекунем

$$\frac{m}{kT} = \frac{M_r}{RT} = \frac{M_r}{P_0V} = \frac{\rho_0}{P_0} \qquad (1.35)$$

Ин ифодаро ба (1.34) гузошта, формулаи барометрикии зеринро меёбем:

$$\rho(Z) = \rho_0 e^{-\frac{\rho_0 gZ}{P_0}} \qquad (1.36)$$

Баландии $Z = h-$ ро ки дар он фишори ҳаво ду маротиба кам мешавад, меёбем. Аз (1.36) барои ин баландӣ бояд чунин таносуб ҷой дошта бошад.

$$\rho_0 e^{(-\frac{\rho_0 gh}{P_0})_0} = \frac{1}{2}\rho_0 \qquad (1.37)$$

Аз ин ҷо $h = \dfrac{P_0}{\rho_0 g}\ln 2$ (1.38), қиматҳои ададидаро гузошта меёбем: $h = \dfrac{1003\cdot 10^2}{1,293\cdot 9,81}\cdot 0,693\text{м} = 5,5\text{км}$ ҳамин тавр, фишори ҳаво дар баландии 5,5 км ду баробар кам мешудааст.

§2. Асосҳои термодинамика
Қонунҳои термодинамика. Гармиғунҷоиш

1. Аз муодилаи ҳолати $f(P,V,T) = 0$ таносуби термодинамикии $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -1$ (2.1) исбот карда шавад.

Ҳал: Тағйирёбии пурраи функсия $f(P,V,T)$ чунин мешавад:

$$df = \frac{\partial f}{\partial P}dP + \frac{\partial f}{\partial V}dV + \frac{\partial f}{\partial T}dT \qquad (2.2)$$

Аз ин ҷо

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\frac{\frac{\partial f}{\partial V}}{\frac{\partial f}{\partial P}};\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = -\frac{\frac{\partial f}{\partial T}}{\frac{\partial f}{\partial V}};\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = -\frac{\frac{\partial f}{\partial P}}{\frac{\partial f}{\partial T}} \qquad (2.3)$$

Аз (2.3) ифодаи (2.1) ҳосил мешавад.

2. Алоқаи байни $P = P(V,T)$ ва $U = U(V,T)$ ёфта шавад.

Ҳал: Аз ифодаи $dU = TdS - PdV$ меёбем:

$$dS = \frac{1}{T}(dU + PdV) = \frac{1}{T}(\frac{\partial U}{\partial T})_V dT + \frac{1}{T}\left[(\frac{\partial U}{\partial V})_T + P\right]dV \quad (2.4)$$

Дар ин ҷо dS дифференсиали пурра мебошад. Маълум аст, ки функсияи дилхоҳи

$$dF(x,y) = A(x,y)dx + B(x,y)dy$$

дифференсиали пурра аст, агар ба шарти

$$\frac{\partial A(x,y)}{\partial y} = \frac{\partial B(x,y)}{\partial x} \quad (2.5)$$

итоат кунад. Ин шартро барои (2.4) ба намуди зерин навишта

$$\frac{\partial}{\partial V}[\frac{1}{T}(\frac{\partial U}{\partial T})_V] = \frac{\partial}{\partial T}\{\frac{1}{T}\left[(\frac{\partial U}{\partial V})_T + P\right]_V\}$$

меёбем, ки

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P \quad (2.6)$$

3. Аз қонуни якуми термодинамика истифода бурда ифодаи $C_P - C_V$ ёфта шавад.

ҳал: Аз ифодаи

$$dU = TdS - PdV$$

$$dQ = dU + PdV \quad (2.7)$$

Энергияи дохилиро ҳамчун $U=U(V,T)$ қабул намуда меёбем.

$$dQ = (\frac{\partial U}{\partial T})_V dT + \left[(\frac{\partial U}{\partial V})_T + P\right]dV \quad (2.8)$$

Азбаски $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ мебошад, аз (2.8)

$$C_P - C_V = \left[(\frac{\partial U}{\partial V})_T + P\right]\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

натихаи масъалаи 10. (2.6)– ро истифода бурда

$$C_P - C_V = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \qquad (2.9)$$

Аз таносуби термодинамикӣ (2.1)

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = -\frac{\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}$$

Ин қиматро ба (2. 9) гузошта меёбем, ки

$$C_P - C_V = -T\,\frac{\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V^2}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T} \qquad (2.10)$$

4. Барои гази идеалӣ формулаи Майёр $C_P - C_V = R$ исбот карда шавад.

ҳал: Аз муодилаи гази идеалӣ $P = \frac{RT}{V}$

ва (2.10) истифода бурда меёбем, ки

$$C_P - C_V = R = 1{,}986\,ккал/кмол\cdot к$$

13. Барои гази Ван-дер-Ваалс фарқи $C_P - C_V$ ёфта шавад.

ҳал: Муодилаи ҳолати Ван – дер – Ваалс

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

ки ин ҷо **а** ва **й** параметрҳо ва

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V-b}$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\frac{RT}{(V-b)^2} + \frac{2a}{V^2}$$

мебошанд.Ин қиматҳоро ба (2.10) гузошта

$$C_P - C_V = -T\frac{\left(\frac{R}{V-b}\right)^2}{-\frac{RT}{(V-b)^2}\left[1-\frac{2a}{RT}\frac{(V-b)^2}{V^3}\right]}$$

ё ки

$$C_P - C_V = \frac{R^2}{1-\frac{2a}{RT}\left(\frac{1}{V}-\frac{2b}{V^2}+\frac{b^2}{V^3}\right)}$$

азбаски $\frac{1}{V} \langle\langle\ 1$ аст, аъзоҳои $б/V^2$ ва $б/V^3$ - ро истисно карда, меёбем

$$C_P - C_V \approx R\left(1+\frac{2a}{RTV}\right) \qquad (2.11)$$

5. Барои системаи оддӣ алоқаи байни коэффисиентҳои аз гармӣ васеъшавӣ $\alpha,$ термикии фишор β ва фишурдашавии изотермикӣ χ ёфта шавад.

Нишондод: Таносуби (2.1) ва ифодаҳои зерини

$$\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P; \beta = \frac{1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V; \chi = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right) \qquad (\ 2.12)$$

истифода бурда шаванд.

6. Коэффисентҳои аз гармӣ васеъшавӣ $\alpha,$ термикии фишор β ва фишурдашавии изотермикӣ χ барои гази идеалӣ ёфта шаванд.

7. Коэффисентҳои аз гармӣ васеъшавӣ $\alpha,$ ва термикии фишор β барои гази Ван-дер-Ваалс ёфта шаванд.

Ҳал: Азбаски муодилаи ҳолат аст $P = P(V,T)$ аст, тағйирёбии пурраи фишор

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT$$

мешавад. ҳангоми $P = const$ будан

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T} \qquad (2.12)$$

Аз (2.12), муодилаи Ван - дер-Ваалс ва ҳосилаҳои хусусӣ истифода бурда

$$\alpha = \frac{6}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = -\frac{6}{V}\frac{\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V}{\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T}$$

$$= -\frac{6}{V}\frac{\left(\frac{R}{V-b}\right)}{\frac{RT}{(V-b)^2}\left[6 - \frac{2a}{RT}\frac{(V-b)^2}{V^3}\right]}$$

Агар $\frac{1}{V}$ 〈〈 1 бошад,

$$\alpha \approx \frac{1}{T}\left[1 + \frac{1}{V}\left(\frac{2a}{RT} - b\right)\right]$$

$$\beta \approx \frac{1}{T}\left(1 + \frac{a}{RTV}\right)$$

8. Суръати паҳншавии садо υ_c – ро бо воситаи нисбати гармиғунҷоишҳо $\gamma = C_P/C_V$ ва фишурдашавии изотермикии χ ифода кунед.

Ҳал: Паҳншавии садоро ба таврии адиабатӣ қабул намуда (барои басомадҳои баланд), чунин ифодаи суръатро навиштан мумкин аст:

$$\upsilon_c = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{a\partial}} \qquad (2.13)$$

ки ин ҷо ρ - зичӣ ва P- фишор аст. Азбаски $\rho = \frac{m}{V}$ аст, $\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{a\partial} = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{a\partial}\left(\frac{\partial V}{\partial \rho}\right) = -\frac{V^2}{m}\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{a\partial}$ (2.14)

Барои ёфтани $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{\text{ад}}$ аз ибтидои якуми термоди-намика истифода мебарем.

$$dQ = dU + PdV = C_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right]dV$$

ё ки

$$dQ = C_V dT + (C_P - C_V)\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P dV$$

дар ҳолати $dQ = 0$ будан

$$dT + (\gamma - 1)\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P dV = 0 \qquad (2.15)$$

маълум, ки $T = T(P,V)$ ва $dT = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V dP + \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P dV$ (2.16) аст. Аз (2.15) қимати $dT -$ аз (2.16) гузошта, муодилаи дифференсиалии адиабатаро барои тағйирёбандаҳои P ва V меёбем.

$$dP + \gamma\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dV = 0$$

Аз ин ҷо, бо ёрии таносуби термодинамикӣ

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{a\partial} = -\gamma\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \gamma\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \qquad (2.17)$$

ин қиматро ба (2.14) гузошта

$$(\frac{\partial P}{\partial V})_{ад} = -\frac{V^2}{m}\gamma(\frac{\partial P}{\partial V})_T = -\frac{V\gamma}{m}\frac{1}{\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T}$$

ё ки

$$\upsilon_C = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho\chi}} \qquad (2.18)$$

Аз рӯи ифодаи ёфташудаи (2.18) дар мавриди аз таҷриба маълум будани суръати садо ва коэффисенти фишурдашавӣ нисбати гармиғунҷоишҳоро муайян кардан мумкин аст.

§3. Функсияҳои термодинамикӣ ва интеграли ҳолат

1.Интеграли статистикии гази идеалӣ ҳисоб карда шавад.

Ҳал: Таъсири мутақобиларо барои гази идеалӣ аз эътибор соқит намуда, гамилтонианро чунин менависем:

$$H = \sum_{i=1}^{N} \frac{p_i^2}{2m} \qquad (3.1)$$

Интеграли статистикӣ чунин мешавад:.

$$Z = \int\cdots\int e^{-\sum\limits_{i=1}^{N}\frac{P_i^2}{2m\theta}} dq_1 \cdots dP_N$$

$$Z = \prod_{i=1}^{N}(\int\cdots\int e^{-\sum\limits_{i=1}^{N}\frac{P_i^2}{2m\theta}-} dP_i \int\cdots\int dq)_i \qquad (3.2)$$

Интеграл нисбат элементи ҳаҷм $\int dq = V$ (3.3)

Яке аз интегралҳои импулсиро ҳисоб мекунем

$$\iiint e^{-\frac{P_x^2+P_y^2+P_z^2}{2m\theta}} dP_x dP_y dP_z =$$

$$\int e^{-\frac{P_x^2}{2m\theta}}dP_x\int e^{-\frac{P_y^2}{2m\theta}}dP_y\int e^{-\frac{P_z^2}{2m\theta}}dP_z=\left(2m\theta\right)^{\frac{3}{2}} \qquad (3.4)$$

Дар вақти ҳисоб мо аз интеграли Пуассон истифода бурдем. Аз ин ифодаҳо барои интеграли статистикӣ меёбем

$$Z=\left(2\pi m\theta\right)^{\frac{3N}{2}}V^N \qquad (3.5)$$

2. Аз энергияи озоди гази идеалӣ муодилаи ҳолат, энтропия, энергияи озод ва нисбати гармиғунҷоишҳо муайян карда шавад.

Ҳал: Натиҷаи масъалаи пешинаро истифода намуда, энергияи озоди гази идеалиро меёбем.

$$\Psi=-kT\ell nZ=-\frac{3}{2}NkT\ell n(2\pi mkT)-NkT\ell nV \qquad (3.6)$$

Ин ифодаро истифода бурда, барои фишор ва энтропия меёбем

$$P=\frac{NkT}{V}=\frac{RT}{V} \qquad (3.7)$$

$$S=\frac{3}{2}Nk\left[1+\ell n(2\pi kT)\right]+Nk\ell nV \qquad (3.8)$$

Ифодаи (3.7) муодилаи ҳолати гази идеалӣ ва ифодаи (3.8) энтропия мебошад. Энергияи гази идеалӣ чунин мешавад

$$U=\frac{3}{2}NkT=\frac{3}{2}RT \qquad (3.9)$$

Гармиғунҷоишҳо мувофиқи таърифҳо чунин намуд доранд:

$$C_V=T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V=-T\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial T^2}\right)_V \qquad (3.10)$$

$$C_P=-T\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial T^2}\right)_P \qquad (3.11)$$

Аз ин ҷо

$$C_V = -T\frac{\partial}{\partial T}\frac{\partial}{\partial T}[-\frac{3}{2}NkT\ell n(2\pi mkT) - NkT\ell nV]_V =$$

$$= -T\frac{\partial}{\partial T}[-\frac{3}{2}Nk\ell n(2\pi mkT) - \frac{3}{2}Nk - Nk\ell nV]_V = \frac{3}{2}Nk = \frac{3}{2}R$$

Қимати $V = \dfrac{RT}{P}$ -ро гузошта

$$C_P = -T\frac{\partial}{\partial T}\frac{\partial}{\partial T}[-\frac{3}{2}NkT\ell n(2\pi mkT) - NkT\ell nRT + Nk\ell nP]_P =$$

$$= -T\frac{\partial}{\partial T}[-\frac{3}{2}Nk\ell n(2\pi mkT) - \frac{3}{2}Nk - Nk\ell nRT - Nk + Nk\ell nP]_P$$

$$= \frac{3}{2}Nk + Nk = \frac{5}{2}R$$

ҳамин тавр $C_P - C_V = \dfrac{5}{2}R - \dfrac{3}{2}R = R$ ва $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V} = \dfrac{5}{3}$

3.Интеграли статистикии гази воқеӣ ҳисоб карда шавад.

Ҳал: Дар ҳолати потенсиали таъсири мутақобилаи зарраҳоро ҳамчун суммаи таъсири мутақобили хуфтҳои зарраҳо тасвир кардан, гамилтониан чунин намуд мегирад:

$$H = \sum_{i=1}^{N}\frac{p_i^2}{2m} + \sum_{1\le i<j\le N}\Phi_{ij} \qquad (3.12)$$

ки ин ҷо $\Phi_{ij} = \Phi_{ij}(r)$ - танҳо аз масофаи байни хуфти зарраҳо вобаста аст. Интеграли статистикӣ

$$Z = \int\cdots\int e^{-\sum\limits_{i=1}^{N}\frac{P_i^2}{2m\theta} - \sum\limits_{1\le i<j\le N}\frac{\Phi_{шо}}{\theta}} dq_1\cdots dP_N$$

$$Z = \int\cdots\int e^{-\sum\limits_{i=1}^{N}\frac{P_i^2}{2m\theta}-} dP_1\cdots dP_N \int\cdots\int e^{-\sum\frac{\Phi_{ij}}{\theta}} dq_1\cdots dq_N$$

Аз натиҷаи масъалаи пешина истифода бурда

$$Z = Z_{ид} Q_N \qquad (3.12)$$

Дар ин ҷо

$$Z_{ид} = (2\pi m\theta)^{\frac{3}{2}} \cdot V^N \qquad (3.14)$$

интеграли статистикии гази идеалӣ ва ифодаи

$$Q_N = \frac{1}{V^N} \int \cdots \int e^{-\sum \frac{\Phi_{ij}}{\theta}} dq_1 \cdots dq_N \qquad (3.15)$$

интеграли конфигурасионӣ номида мешавад. Суммаро кушода менавишем.

$$Q_N = \frac{1}{V^N} \int \cdots \int e^{-\frac{1}{\theta}\left(\Phi_{12} + \Phi_{13} + \Phi_{14} + \cdots + \Phi_{N-1,N}\right)} dq_1 \cdots dq_N$$

$$Q_N = \frac{1}{V^N} \int dq_1 \int e^{-\frac{\Phi_{12}}{\theta}} dq_2 \int e^{-\frac{\Phi_{13} + \Phi_{23}}{\theta}} dq_3 \cdots \int e^{-\frac{\Phi_{1N} + \Phi_{2N} + \cdots + \Phi_{N-1,N}}{\theta}} dq_N$$

(3.16)

Бузургии $\eta_{ij} = e^{-\frac{\Phi_{ij}}{\theta}}$ (3.17)-ро дохил карда ҳар як интеграли (3.15) – ро ҳисоб мекунем. Интеграли якум ба V баробар мешавад.

Интеграли дуюм

$$\int e^{-\frac{\Phi_{12}}{\theta}} dq_2 = \int (1 + \eta_{12}) dq_2 = \int dq_2 + \int \eta_{12} dq_2 = V + \int \eta_{12} dq_2$$

мешавад. Ишораи

$$\omega = -\int_0^\infty \eta(r) 4\pi r^2 dr = 4\pi \int_0^\infty \left(1 - e^{-\frac{\Phi(r)}{\theta}}\right) r^2 dr \qquad (3.18)$$

дохил карда, интеграли дуюмро чунин менавишем.

$$\int e^{-\frac{\Phi_{12}}{\theta}} dq_2 = V - \omega \qquad (3.19)$$

Интеграли сеюм

$$\int e^{-\frac{\Phi_{13}+\Phi_{23}}{\theta}}dq_3=\int(1+\eta_{13})(1+\eta_{23})dq_3=\int(1+\eta_{13}+\eta_{23})dq_3=V-2\omega$$

(3.20).

Мо зичиро хурд фарз карда ҳосили зарби η - ҳоро ба назар нагирифтем. ҳамин тавр, интеграли охирини (3.16)

$$\int e^{-\frac{\Phi_{1N}+\dots+\Phi_{N-1,N}}{\theta}}dq_N=\int\prod_{i=1}^{N-1}(1+\eta_{iN})dq_N=\int\left(1+\sum_{i=1}^{N-1}\eta_{iN}\right)dq_N= \\ =V-(N-1)\omega$$

(3.20)

Натиҷаҳои ҳисоби интегралҳоро ба ифодаи (3.16) гузошта

$$Q_N=\frac{1}{V^N}\cdot V(V-\omega)(V-2\omega)\cdots[V-(N-1)\omega]=\prod_{i=1}^{N}\left[1-(i-1)\frac{\omega}{V}\right]$$

(3.21), ин қиматро ба (3.14) гузошта барои гази ғайри-идеалӣ интеграли статистикиро ба чунин намуд меёбем:

$$Z=(2\pi m\theta)^{\frac{3}{2}}V^N\prod_{i=1}^{N}\left[1-(i-1)\frac{\omega}{V}\right] \qquad (3.22)$$

4. Энергияи озод, муодилаи ҳолат ва энергияи дохилии гази воқеӣ ёфта шавад.

Ҳал: Ба ифодаи энергияи озод $\Psi=-kT\ell nZ$ қиммати (3.30) - ро гузошта

$$\Psi=-kT\ell n\,\{(2\pi m\theta)^{\frac{3}{2}}V^N\prod_{i=1}^{N}\left[1-(i-1)\frac{\omega}{V}\right]\}$$

$$\Psi=\frac{3}{2}NkT\ell n(2\pi m\theta)-NkT\ell nV-\ell n\prod_{i=1}^{N}\left[1-(i-1)\frac{\omega}{V}\right] \qquad (3.23)$$

Агар $N\omega/V<<1$ бошад $\ell n\prod_{i=1}^{N}\left[1-(i-1)\frac{\omega}{V}\right]=$

$$\sum_{i=1}^{N} \ell n\left[1-(i-1)\frac{\omega}{V}\right] = -\sum_{i=1}^{N}(i-1)\frac{\omega}{V} = -\frac{N^2\omega}{2V}$$

Мо логарифмро ба қатор пахн карда $N-1 \approx 1$ мегузорем.

Энергияи озод он гоҳ аз (3.23)

$$\Psi = -\frac{3}{2}NkT\ell n(2\pi mkT) - NkT\ell nV + \frac{N^2\omega}{2V}kT \qquad (3.24)$$

мешавад.

Муодилаи ҳолат

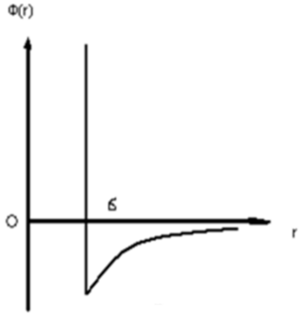
$$P = -\left(\frac{\partial \Psi}{\partial V}\right)_T = \frac{NkT}{V} + \frac{N^2\omega}{2V^2}kT = \frac{NkT}{V}\left(1+\frac{N}{2V}\omega\right) \qquad (3.25)$$

Энергияи дохилӣ $U = \Psi - T\left(\frac{\partial \Psi}{\partial T}\right)_V = -T^2\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\Psi}{T}\right) =$

$$= -T^2\frac{\partial}{\partial T}\{-\frac{3}{2}N \quad k\ell n(2\pi mkT) - N \quad k\ell nV + \frac{N^2\omega}{2V}k\} =$$

$$= \frac{3}{2}NkT - \frac{N^2kT}{2V}\frac{\partial\omega}{\partial T} = \frac{3}{2}NkT\left(1-\frac{NT}{3V}\frac{\partial\omega}{\partial T}\right) \qquad (3.26)$$

5.Барои потенсиали сфераҳои «сахт» -и радиусашон σ (расми 10) муодилаи ҳолати намуди Ван – дер – Ваалс ёфта шавад.



Расми 10.

Ҳал: Барои муодиларо ёфтан аз (3.18) истифода мебарем.

$$\omega = 4\pi\int_0^\infty\left(1-e^{-\frac{\Phi(r)}{kT}}\right)r^2dr$$

Барои потенсиали додашуда

$$\omega = 4\pi\int_0^\sigma r^2dr - 4\pi\int_\sigma^\infty\left(1-e^{-\frac{\Phi(r)}{kT}}\right)r^2dr = \frac{4\pi}{3}\sigma^3 - \frac{4\pi}{kT}\int_\sigma^\infty\Phi(r)r^2dr \qquad (3.27)$$

Мо барои қимматҳои $r>\sigma$ экспонентаро ба қатор паҳн кардем. Ин қимматро ба (3.25) гузошта

$$P = \frac{NkT}{V}\left(1+\frac{4\pi N\sigma^3}{6V} - \frac{2\pi N}{VkT}\int_\sigma^\infty\Phi(r)r^2dr\right) \qquad (3.28)$$

Чунин ишораҳо дохил мекунем:

$$b = 4N\frac{\pi}{6}\sigma^3 \qquad (3.29)$$

$$\frac{a}{V} = \frac{2\pi N^2}{V}\int_\sigma^\infty\Phi(r)r^2dr \qquad (3.30)$$

Он гоҳ

$$P = \frac{NkT}{V} + \frac{N\ kT}{V^2}b - \frac{a}{V^2}$$

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right) = \frac{NkT}{V}\left(1+\frac{b}{V}\right)$$

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)\frac{1}{1+\frac{b}{V}} = \frac{NkT}{V}$$

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)\left(1-\frac{b}{V}\right) = \frac{NkT}{V}$$

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)\left(V - b\right) = RT \qquad (3.31)$$

Дар ин ҷо b/V<< 6 фарз карда шуд. Ифодаи ёфташуда муодилаи Ван-дер-Ваалс буда, дар ин ҷо параметрҳои ***a*** ва ***ū*** мазмуни аниқ, яъне *ū* – чор карат «ҳаҷми» ҳамаи молекулаҳои газ ва *a/V* -энергияи таъсири мутақобилаи қувваҳои кашиши хуфти молекулаҳо мебошад, ки нисбат ба ҳаҷм миёна карда шудааст.

6. Энергияи дохилии гази ғайриидеалӣ ёфта шавад.

Ҳал: Аз ифодаҳои (3.26) ва (3.27) истифода бурда

$$U == \frac{3}{2}NkT\left[1 - \frac{NT}{3V}\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{4\pi\sigma^3}{3} - \frac{4\pi}{kT}\int_{\sigma}^{\infty}\Phi\left(r\right)r^2 dr\right)\right]$$

$$U = \frac{3}{2}NkT + \frac{2\pi N^2}{V}\int_{\sigma}^{\infty}\Phi\left(r\right)r^2 dr$$

ё ки аз (3.30) истифода бурда меёбем

$$U = \frac{3}{2}NkT - \frac{a}{V} \qquad (3.32)$$

БОБИ 7. ЗАМИМА

§1. Мафҳумҳои асосии термодинамикаи статистикӣ

Бо мақсади бартараф намудани мушкилоти донишҷӯён дар вақти омӯхтани курси физикаи статистикӣ, мафҳумҳои асосии физикаи статистикӣ, қонунҳои термодинамикаи статистикӣ шарҳ дода шуда, истилоҳҳои бисёр истеъмолшаванда мухтасар баён намуда мешаванд.

Термодинамика – назарияи макроскопӣ, феноменологии ҳарорат мебошад. Он алоқаи байни энергияи ҳароратиро бо дигар намудҳои энергия ва таъсири ин алоқа бо хосиятҳои ҷисмҳои физикиро меомезад. Ҳангоми омехтани хосияти термодинамикии ҷисмҳо сохти молекулавии модда ба назар гирифта намешавад.

Мувозинати термодинамикӣ. ҳар як системаи маҳдуди физикӣ (масалан, гази дар зарфи деворҳояш гарминогузарон), новобаста аз ҳолати аввалааш, бо мурури вақт ҳолатеро мегирад, ки онро мувозинати термодинамикӣ (термикӣ, ҳароратӣ) меноманд. Албатта, зарраҳои системаро ташкилдиҳанда ҳаракати мураккабу печ дар печи худро давом медиҳанд, аммо аз нуқтаи назари макроскопӣ, ҳолати мувозинатӣ танҳо бо якчанд параметрҳо, ба мисли ҳарорату фишор шарҳ дода мешаванду халос.

Дар ҳолати мувозинатӣ параметрҳои система фишор P, ҳарорат T, ҳаҷм V, консен-трасияи компонентаҳои ҷудогона C ва ғайраҳо қимати муайяне мегиранд ва байни онҳо чунин алоқамандӣ ҷой дорад:

$$f(P,V,T,\cdots)=0,$$

Ки онро муодилаи ҳолат меноманд. Аз ин муодила ягон параметри дилхоҳ агар дигарҳояш маълум бошанд, ба осонӣ ҳисоб карда мешавад.

§2. Таърифҳои асосӣ

Параметрҳои термодинамикӣ - бузургиҳои физикие мебошанд, ки ҳолати макроскопии ҷисмҳоро тавсиф медиҳанд.

Параметрҳои термодинамикӣ ба бузургиҳое ҷудо мешаванд, ки мазмуни термодинамикӣ ва ҳам мазмуни механикӣ (V,P,E) доранд ва бузургие, ки соф мазмуни статистикӣ (T, S) доранд.

Параметрҳои дар термодинамика дучоршаванда ба параметрҳои беруна ва дохилӣ ҷудо карда мешавад. Параметрҳои дохилӣ системаи омехташавандаро тавсиф мекунанд. Параметрҳои беруна ҷисмҳои системаи омехташавандаро иҳота кунандаро тавсиф мекунанд.

Ҳолати системаи термодинамикӣ ҳам аз параметрҳои дохилӣ ва ҳам аз параметрҳои беруна вобаста мешавад.

Агар системаи якхинсаи дар ҳолати мувозинати термодинамикӣ воқеъбударо ба n - қисми баробар тақсим кунем, қиматҳои ҳаҷм V, масса M, энергия E ва энтропия S – и ҳар як қисм аз қимати умумиаш n - маротиба хурд мешавад, ки чунин бузургиҳоро экстенсивӣ меноманд. Қиматҳои бузургиҳои ҳарорат T, фишор P, зичӣ $\rho = M/V$, потенсиалӣ химиявӣ барои қисми система ва ҳамаи система якхелаанд ва онҳоро бузургиҳоро интенсивӣ меноманд.

Системаи термодинамикӣ. Як ё маҷмӯи ҷисмҳои табиати физикӣ-химикии гуногундошта, ки пурра бо ягон хел шумораи параметрҳои макроскопии термодинамикӣ тавсиф дода мешавад, **системаи термодинамикӣ** номида мешавад.

Раванди термодинамикӣ. Ҳар гуна тағйиротҳое, ки дар системаи термодинамикӣ бо тағйирёбии ҳатто яке аз параметрҳо ба амал меояд, раванди термодинамикӣ номида мешавад. Раванди термодинамикӣ мувозинатӣ ва ғайримувозинатӣ мешавад.

Агар ҳолати системаи термодинамикӣ бо гузаштани вақт тағйир наёбад, ин гуна ҳолати система ҳолати мувозинатӣ мешавад. Раванди дар система буда протсесси мувозинатӣ аст (P = const, T = const, S = const).

Агар ҳолати системаи термодинамикӣ бо гузаштани вақт тағйир ёбад, яъне дар фосилаи вақти охирнок тағйирёбии охирноки параметрҳои система ба амал оянд, ҳолати система ғайримувозинатӣ мешавад. Раванде, ки дар ин вақт дар система мегузарад, раванди ғайримувозинатӣ аст. Вақте ки дар давоми он система аз ҳолати ғайримувозинатӣ ба ҳолати мувозинатӣ меояд, вақти релаксатсия номида мешавад.

Равандҳои термодинамикӣ. Равандҳо баргарданда ва барнагарданда мешаванд:

Раванде, ки дар он система аз як ҳолат ба ҳолати дигар гузашта, боз ба ҳолати аввалааш бармегардад ва дар ин вақт дар худи система ва муҳити атроф ягон хел тағйирот ба амал намеояд, раванди баргарданда номида мешавад. Дар ин гуна раванд система ҳангоми аз ҳолати дуюм ба ҳолати аввала баргаштанаш, ҳамон ҳолатҳоеро, ки система аз ҳолати якум ба дуюм гузаштанаш аз сар гузаронида буд, боз такроран мегузарад.

Раванде, ки дар он шарти баргардандагӣ иҷро намешавад, раванди барнагарданда номида мешавад.

Раванде, ки дар он система ҳолати худро тағйир дода боз ба ҳолати аввалааш меояд ва параметрҳои ҳолати системаро муайянкунанда қиммати аввалаи худро мегиранд, раванди даврӣ ё ки сиклҳо номида мешавад. ҳангоми амалӣ гардидани сикл, системаи термоди-намикӣ кор иҷро мекунад.

Сиклҳо ба сикли рост ва чап ҷудо мешаванд:

Сикле, ки дар он энергияи гармӣ ба кори механикӣ мубаддал мешавад, сикли рост номида мешавад. Сикли рост барои сохтани муҳаррмкҳои ҳароратӣ истифода бурда мешавад.

Сикле, ки барои иҷро шудани он энергияи механикӣ сарф карда мешавад, сикли чап номида мешавад. Сикли чап барои сохтани хунуккунакҳо истифода бурда мешавад.

§3. Ибтидои нулии термодинамика

Ҳангоми ду системаи маҳдуди A ва B - ро бо ҳам васл кардан, системаи томи A+B оҳиста ҳолати мувозинатиро мегирад ва дар ин ҳол мегуянд, ки системаҳои A ва B нисбат ба ҳамдигар дар мувозинати ҳароратӣ мебошанд. Дар ҳамин ҳолат системаҳои A ва B ҷудо – ҷудо дар мувозинати ҳароратӣ мешаванд. Ин гуна мувозинатӣ дар вақти системаҳоро ҷудо кардану васл кардан ҳам боқӣ мемонад. Аз ин ре, агар васли ду системаи аз ҳам ҷудои A ва B ба ягон гуна тагйирёбӣ наоварад, чунин фарз кардан мумкин аст, ки системаҳо бо ҳам дар мувозинати ҳароратианд.

Дар вақти дар мувозинат будани системаҳои A ва B ва инчунин дар мувозинат будани системаҳои B ва C, эътироф кардан мумкин аст, ки системаҳои A ва C дар мувозинатӣ ҳароратӣ мебошанд:

$$A \sim B, \quad B \sim C \rightarrow A \sim C$$

Ин қонуни эмпирикӣ ибтидои нулии термодинамика номида мешавад.

§4. Ибтидои якуми термодинамика

Ҳолати мувозинатии система бо бузургии U, ки энергияи дохилӣ номида мешавад, тавсиф дода шуданаш мумкин аст. Қимати ин бузургӣ барои системаи маҳдуд доимӣ қабул карда мешавад:

$$U = const$$

Агар системаи додашуда бо дигар системаҳо таъсири мутақобила намуда, аз як ҳолати макроскопӣ ба дигараш гузарад, тағйирёбии энергияи дохилиро дар чунин шакл навиштан мумкин аст.

$$\Delta U = \Delta A + \Delta Q \qquad (7.2)$$

Ин ҷо ΔA - кори макроскопии нисбат ба система аз тарафи параметрҳои беруна иҷрошаванда аст. Бузургии ΔQ - миқдори гармии система фуребурда мебошад.

Ифодаи (7.2) қонуни бақои энергия мебошад, ки гармиро ҳамчун шакли энергияи бо ҳеҷгуна тағйирёбии параметрҳои беруна новобаста дида мебарояд. Бо ифодаи (7.2) мафҳуми нави энергияи дохилии система, ки макроҳолати системаро тавсиф медиҳад, дохил карда мешавад.

Ибтидои якуми термодинамика таърифи зеринро низ дорад: муҳаррики абадии навъи якӯм, яъне мошинаи даврӣ коркунанда, ки бе сарфи энергия кор иҷро мекунад, сохтан имконнопазир аст. Сохтани чунин мошина хилофи қонуни бақои энергия мебошад.

§5. Ибтидои дуюми термодинамика.

Ҳолати мувозинатии сиситемаи макроскопӣ бо бузургии S, ки энтропия номида мешавад тавсиф додан мумкин аст, ки он чунин хосиятҳо дорад:

- Ҳангоми ҳар гуна тағйирёбии квазистатикии бисёр хурд, ки система миқдори гармии dQ - ро фуре мебарад, энтропияаш ба бузургии $dS = dQ/T$ (7.3) тағйир меёбад.
- Дар раванди ихтиёрӣ, ки системаи маҳдуд аз як макроҳолат ба дигараш мегузарад, энтропияи он меафзояд, яъне $dS \geq 0$ (7.4).

Ин ифода равиши тағйирёбии ҳолати ғайримувозинатии системаро нишон медиҳад. Таърифи ибтидоии дуюми термодинамика (7.4) умумияти васеъ дошта, равиши равандҳои ихтиёрии дар системаи маҳдуди адиабатӣ мавҷуд буда - ба мисли якхела шудани ҳарорат, консентратсия, фишор ва ғайраро муайян мекунад. Инчунин дигар таърифҳои ибтидои дуюми термодинамика низ маълуманд, ки асоситарини онҳо инҳоянд:

Постулати Томсон : Мошинаи ба тavri даврӣ амалкунандаеро сохтан мумкин нест, ки он тамоми гармии аз гармкунак гирифтаашро ба кор мубаддал кунад (сохтани ҳаракатдиҳандаи абадии навъи дуюм имконнопазир аст).

Постулати Клаузиус : Гармӣ ҳеҷ гоҳ худ аз худ аз ҷисми хунук ба ҷисми гарм намегузарад.

§6. Мазмуни статистикии энтропия

Ҷисм ва ё ҳар объекти физикӣ аз шумораи зиёди зарраҳо иборатанд. Ҳар як зарра дар ҳаракати худ ба қонунҳои муайяни механика итоат мекунад. Дар Натиҷаи ҳаракати бетартибонаи зарраҳо, хосияти система тавассути қонуниятҳои статистикӣ зоҳир мегардад, ки он аз қонунҳои динамикии ҳаракати ҳар як зарра ба таври куллӣ фарқ мекунад. Аз ин рӯ, назарияи молекулавӣ-кинетикӣ маҳз назарияи механикӣ нест, гарчанде ҳар як молекула ба қонунҳои механика итоат кунад ҳам. Дар миқёси макроскопӣ ҳар як параметр ба мисли энергия, суръат ва ғайра, қиматҳои миёна дошта ба ҳамаи зарраҳо тааллуқ дорад. Мафҳуми ҳарорат низ ба шумораи зиёди молекулаи ҷисми макроскопӣ тааллуқ дошта, нисбат ба молекулаи алоҳида маъно надорад. Инчунин мафҳуми фишори газ низ қувваи миёнакардашудаи таъсири шумораи зиёди молекулаҳо ба воҳиди сатҳ аст.

Гарчанде тавсифи ҳолати газ қимати ба таври статистикӣ миёнакардашуда дошта бошад ҳам, ҳар як ҳолати термодинамикӣ бо ин ё он эҳтимолият мавҷуд шуда метавонад. Ин эҳтимолият ҳамон қадар зиёд мешавад, агар шумораи комбинасияҳои ҷойишғолкунии фазовии молекулаҳо ва суръатҳо зиёд бошад.

Он ҳолати газ, ки дар он суръатҳои молекулаҳо якхелаанд, камэҳтимолнок аст, зеро ин ҳолат танҳо бо як комбинасия ба амал омаданаш мумкин асту халос. Агар шартан эҳтимолияти чунин ҳолат W_c бошад, он гоҳ эҳтимолияти ҳолати суръатҳои гуногундор W_1 аз W_c якчанд маротиба зиёд аст, чунки барои суръатҳои гуногун ҷойдигаркуниҳои гуногун бисёр хос мебошад. Нисбати $W = W_1/W_c$ эҳтимолияти термодинамикӣ ва ё вазни статистикӣ номида мешавад ва $W >>1$ аст.

Дар физикаи статистикӣ исбот карда мешавад, ки ҳолати система чӣ қадаре, ки бо шумораи зиёди ҷойдигаркуниҳо ба амал оварда шавад, ҳамон қадар энтропияаш зиёд мешавад. Яъне байни энтропия S ва эҳтимолияти термодинамикии ҳолат W таносубе мавҷуд аст. Болсман дар асоси тасаввуротҳои статистикӣ нишон дод, ки ин таносуб чунин шакл дорад:

$$S = k \ln W$$

Ин ҷо k – собити Болсман аст.

Аз ин ҷо дида мешавад, ки чӣ қадаре эҳтимолияти ҳолат зиёд бошад, энтропияаш ҳамон қадар зиёд буда, қиммати максималии энтропия ба ҳолати аз ҳама эҳтимолнок мувофиқ аст.

§7. Ибтидои сеюми термодинамика

Энтропия система чунин хосияти ҳудудӣ дорад:

ҳангоми $T \to 0, \textit{будан} \quad S \to S_0 \quad \textit{мешавад.}$

Дар ин ҷо S_0- доимиест, ки аз сохтори система вобаста аст.

Аз ин қонун чунин хулоса мебарояд, ки дар назди T= O, ҳолати макроскопии стандартӣ мавҷуд аст, ки ба он қиммати муайяни энтропия тааллуқ дорад. Қиммати энтропияи дигар ҳолатҳои макроскопӣ нисбат ба ин қиммати энтропия чен карда мешаванд. ҳамин тавр, ба ҷои фарқи энтропияҳо, ки аз рӯи формулаи $dS = dQ/T$ муайян кардан мумкин буд, мо қиммати мутлақи энтропияро чен карда метавонем.

БОБИ 8. ЛУҒАТИ МУХТАСАРИ ИСТИЛОҲҲОИ АСОСИИ ФИЗИКАИ СТАТИСТИКӢ

А

Ансамбли статистикӣ - Ҷамъбасти микроҳолатҳои гуногуни ба як макроҳолати система мувофиқбуда мебошад.

В

Вақти релаксатсия - Вақте мебошад, ки дар он муддат система аз ҳолати ғайримувозинат ба ҳолати мувозинат меояд.

Г

Гази идеалӣ (хаёлӣ) - Газе, ки дар он таъсири мутақобили зарраҳо ниҳоят хурд аст ва ё энергияи потенсиалиаш нисбат ба энергияи кинетикиаш бисёр хурд аст.

Гармиғунҷоиш - Бигзор система миқдори бисёр хурди гармии dQ - ро фуре бурда, ҳарорааш аз T ба dT афзояд. Агар баъзе параметрҳои макроскопии система бетағйир монад, гармиғунҷоиш C_V (ҳангоми доимӣ будани параметрҳои V) чунин таъриф дода мешавад:

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT}\right)_V$$

Гармӣ - Энергияе, ки ба ҷисм дар савияи макроскопӣ дода мешавад ва ба иҷрои кори макроскопӣ вобаста нест.

Д

Давиши озод - Масофаи миёнае, ки молекулаи газ то задухӯрд бо дигар молекула тай мекунад.

К

Кори нисбат ба система иҷрошуда - Зиёдшавии энергияи миёнаи системаи ба таври адиабатӣ маҳдуд.

М

Макробузургӣ – Бузургие, ки андозааш аз андозаи атомӣ калон аст.

Макрофизика - Қисми физика мебошад, ки хосияти ҷисмҳои макроскопии аз шумораи зиёди микрозарра иборат бударо меомезад.

Макроҳолат - ҳолати система, ки аз рӯи фишор, ҳарорат ва ҳаҷм муайян карда мешавад.

Микробузургӣ – Бузургие, ки андозааш ба андозаи атомӣ баробар ё аз он ҳам хурдтар аст.

Макроҳолат - ҳолати система, ки бо мавқеъ ва суръатҳои ҳамаи зарраҳо муайян карда мешавад.

Методи статистикӣ - Дар макрофизика ҷисмҳое омӯхта мешаванд, ки шумораи зарраҳояш ба 60^{23}-60^{25} баробар аст. Ин шумора чунон калон аст ва хосияти зарраи алоҳидаро омӯхтан имконнопазир аст. Барои омӯхтани чунин системаҳо методи статистикиро истифода мебаранд. Бо воситаи ин метод хосиятҳои ҷисм аз рӯи бузургиҳои миёнакардашудаи ба ҷисми макроскопӣ мансуб омехта мешаванд.

Муодилаи ҳолат - Муодилае, ки алоқаи байни ҳаҷм, фишори миёна ва ҳарорати мутлақи системаи макроскопии додашударо муайян мекунад.

Н

Новобастагӣ – Ду ҳодисаи статистикӣ новобаста мебошад, агар ба амал омадани якеаш аз ба амалоии дигараш вобаста набошад.

Нуқтаи сегона - ҳолати макроскопии модда, ки дар он шаклҳои газӣ, моевӣ ва сахтӣ дар мувозинат мебошанд.

Нуқтаи мутлақ – ҳарорати мутлақ ҳангоми баробари сифр шудан.

П

Параметри беруна - Параметри макроскопиест, ки ба ҳаракати зарраи система таъсир менамояд.

Параметри интенсивӣ - Параметри макроскопии системаи дар мувозинат буда мебошад, агар қимматаш барои ҳар як қисми дилхоҳи система якхела бошад.

Параметри экстенсивӣ - Параметри макроскопии системаи дар мувозинат буда мебошад, ки қимматаш барои ҳамаи система ба суммаи қимматҳои қисмҳои алоҳидааш баробар аст.

Р

Раванди барнагарданда – Раванде, ки ҳангоми тағйир додани равиши вақт ба амал омада наметавонад.

С

Системаи маҳдуд - Системае, ки бо ягон система алоқа надорад ва бинобар он мубодилаи энергия ба амал намеояд.

И

Ибтидои нулии термодинамика - Ба ҳар як ҷисм дар мувозинати термодинамикӣ ҳарорате хос аст. Яъне, зарраҳои система доим дар ҳаракати бетартибонаанд.

Интеграли ҳаракат - бузургиҳое мебошад, ки ҳангоми ҳаракати система бетағйир мемонанд. Дар физикаи статистикӣ ҳамчун интеграли ҳаракат энергияи система роли муҳимро мебозад.

Т

Термометр - Системаи макроскопие сохташуда мебошад, ки ҳангоми доду гирифти гармӣ яке аз параметрҳои макроскопиаш тағйир меёбад.

Тақсимоти Максвел барои суръатҳо - Барои газҳо дар ҳарорати мутлақи Т ифодаи

$$f\left(\vec{v}\right)d\vec{v} = const\, e^{-\frac{1}{2}\beta v^2}\, d\vec{v},$$

ки зиччии эҳтимолияти шумораи молекулаҳои суръатҳояш дар интервали байни $\vec{v}$ ва $\vec{v}+d\vec{v}$ мехобида мебошад, тақсимоти Максвелл барои суръатҳо аст.

Ш

Шумораи дараҷаи озод - Шумораи дараҷаи гуногуни ададҳои квантии барои шарҳи ҳолати макроскопӣ зарур буда мебошад. Ин шумора ба адади координатҳои бо ҳам новобастаи ҳамаи зарраҳои система баробар аст.

Ҳ

Ҳарорати мутлақ - ҳарорати мутлақи системаи макроскопӣ Т (ва ё параметри $\beta = \left(kT\right)^{-1}$) чунин муайян карда мешавад:

$$\frac{1}{kT} = \beta = \frac{\partial}{\partial E}\ell n\Omega$$

Ин ҷо $\Omega(E)$ - шумораи ҳолатҳои имконпазири система дар интервали хурди энергияиҳо аз E то $E + dE$; k - зарбкунандаи доимӣ аст, ки собити Болсман номида мешавад.

Ҳарорати Келвин - ҳарорати мутлақ Т, ки бо шкалаи ҳарорати нуқтаи сегонаи об (қиммати 273,66 градус) муайян карда шудааст.

Ҳодиса - Натиҷаи таҷриба ё натиҷаи мушоҳида.

Ф

Фазои фазавӣ - Фазои бисёрченакаест, ки тирҳояш ба координатаҳо ва импулсҳои система мувофиқ аст.

Феноменология - Феномен - ҳодиса. Қонунҳое, ки аз рӯи мушоҳида муайян карда шудаанду дар онон сохтори модда ба назар гирифта намешавад.

Э

Эҳтимолият - Эҳтимолияти ба амал омадани ҳодисаи муайян $P_к$ дар системаи додашуда бо воситаи ансабли статистикӣ аз N ҳамин гуна системаҳо муайян карда мешавад. Агар ҳодисаи қ дар $N_к$ системаҳои ансамбл ба амал ояд

$$P_r = N_r / N \quad (\text{ҳангоми } N \to \infty)$$

Энергияи пурраи система - Суммаи энергияҳои кинетикӣ ва потенсиалии ҳамаи зарраҳои система.

Энергияи дохилии система - Қимати миёнаи энергияи пурраи система.

Энтропия - Бузургиест, ки ченаки эҳтимолият мебошад ва равиши ҳодисаҳоро ба ҳолати эҳтимолноктарин ифода мекунад.

Эффузия – Аз сӯрохии бисёр хурди зарф, ки андозааш аз дарозии миёнаи давиши озоди молекулаҳо хурд аст, ҷоришавии молекулаҳо.

АДАБИЁТ:

1. А.И.Ансельм. Основы статистической физики и термодинамики, «Наука», Москва, 1973. - 123.
2. В.П. Смирнов, Курс статистической физики, Санкт-Петербург, 2010. - 98.
3. А.М. Васильев, Введение в статистическую физику, «Высшая школа», Москва. - 1980.
6. С.Б. Московский, Курс статистической физики и термодинамики. Москва. «Мир». 2005.
5. М.В.Садовский, Лекции по статистической физике-Екатеринбург, 1999.
6. Де-Бур. Я. Введение в молекулярную физику и термодинамику. Москва. ИЛ, 1962.

МУНДАРИҶА

Ҳ.САИДОВ. Физикаи статистикӣ ва термодинамика (дастури таълимӣ-методӣ барои донишҷӯёни макотиби олӣ). – Хуҷанд: Нури маърифат, 2019. - 96 саҳ.

Муҳаррир: Н.Умаров
Муҳаррири техникӣ: З.Шафиев
Саҳифабанд: М. Мирсаидов

Ҳуруфи Times New Roman TJ. Супориши № ____.
Коғази сафед. Чопи рақамӣ. Андозаи 84х60.1/16.
Ҷ.ш.ч. 5,58. Теъдод ______ нусха.

Нашриёти «Нури маърифат»
735700, ш. Хуҷанд, хиёбони Исмоили Сомонӣ, 42.

Матбааи «Нури маърифат»,
735700, ш. Хуҷанд, маҳаллаи 20-ум, бинои таълимии 3.