

Усто Бурҳонов, Қумъа Шарифов

ГЕОМЕТРИЯ

китоби дарсӣ барои синфи 7

Вазорати маорифи
Қумҳурии Тоҷикистон тавсия кардааст

Душанбе
2013

ББК – 22.151Я72+74.262.21

Ш – 30

Усто Бурҳонов, Цумъа Шарифов

Геометрия, китоби дарсӣ барои синфи 7. КВД «Комбинати полиграфии ш.Душанбе» соли 2013, 112 саҳифа.

Чадвали истифодаи иҷравии китоб

№	Ному насаби хонанда	Синф	Соли хониш	Ҳолати китоб (баҳои китобдор)	
				Аввали сол	Охири сол

Омӯзгорони мухтарам

Хоҳишмандем фикру мулоҳизаҳои худро оид ба мазмуни китоби мазкур ба нишони 734024 ш. Душанбе, кӯчаи Айнӣ 45, Пажӯҳишгоҳи рушди маорифи Академияи таҳсилоти Тоҷикистон ирсол намоед.

ISBN 978-99947-944-7-8

САРСУХАН

Ҳонандағони азиз! Шумо бо мафҳуми нуқта, порча, нур, хати рост, кунҷ, секунҷа шинос ҳастед. Инҳо як қисми мафҳумҳои геометриянд. Геометрия як қисми математика мебошад. Калимаи «геометрия» юнонӣ буда, маънояш «заминченкунӣ» аст.

Дар замонҳои қадим геометрия, асосан барои ченкунӣ дар сатҳи Замин дозим буд. Нисбат ба замонҳои қадим доираи омӯзиши масъалаҳои геометрия хеле васеъ гаштааст. Геометрияи ҳозира барои ченкунӣ дар сатҳи Замин, ҳамворӣ, фазо, кайҳон ва заррачаҳои хурде, ки ба чашм ноаёнанд, зарур аст.

Геометрия ба мисли алгебра таърихи қадим дорад. Ин илм дар давлатҳои қадимаи Миср, Бобул ва Юнон ба вуҷуд омадааст.

Аввалин асарҳои геометрия дар асрҳои XVII то милод, яъне тақрибан 3700 сол пеш аз замони мо дар Мисри қадим навишта шудааст. Дар ин асарҳо қоидаҳо ва тарзҳои ҳисоб қардани масоҳат ва ҳаҷми шаклҳои гуногуни геометрия дар асоси таҷрибаҳои ҳаётии одамон баён қарда шудааст.

Барои илми геометрия хизмати олими Юнони қадим Евклид, ки солҳои 330 – 275-уми пеш аз милод ҳаёт ба сар бурдааст, хеле бузург мебошад. Евклид доир ба геометрия асари машҳуре навиштааст, ки «Ибтидо» ном дорад. Ӯ дар ин асараш ҳамаи маълумотҳои геометрии то замони худ мавҷуд бударо ба тартиб дароварда, илми геометрияро ба таври аксиоматикӣ баён қардааст.

Евклид яқчанд мафҳумҳои одитаринро бе таъриф қабул намуд ва дар асоси ин мафҳумҳо мафҳумҳои дигари геометрияро таъриф дод. Ӯ яқчанд тасдиқоти одиро, ки дурустиашон аз худӣ ҳаёт бармеояд, беисбот қабул қард. Чунин тасдиқоти беисботро аксиома меноманд. Тасдиқотҳои дигари геометрияро дар асоси мафҳумҳои ибтидоӣ ва аксиомаҳо исбот қард. Тасдиқоте, ки дурустиаш исботро галаб мекунад, теорема ном дорад.

Китоби Евклид зиёда аз 2000 сол ҳамчун китоби дарсии геометрия ба ҳисоб мерафт. Китоби дарсие, ки шумо ҳоло дар даст доред, мазмунаш геометрияи евклидӣ мебошад. Гузаштагони мо Умари Хайём, Абӯрайҳони Берунӣ, Абӯалӣ ибни Сино. Насриддини Тусӣ ва дигарон аз геометрияи Евклид бохабар буданд. Онҳо ба асарҳои худ доир ба илми геометрия ва барои тараққиёти минбаъдаи ин илм хизматҳои босазое намудаанд.

Олими бузурги рус Н.И. Лобачевский (солҳои 1793-1854) дар гарақиёти илми геометрия гардиши бузурге ба вучуд овард. ӯ геометрияи наверо ба вучуд овард, ки он геометрияи гайриевклидӣ ном дорад. Хизмати Н.И. Лобачевский дар он аст, ки олимони соҳаи математика дар асоси асарҳои ӯ намудҳои дигари геометрияро кашф намуданд.

Нуқта, порча, хати рост, кунҷ, секунҷа, квадрат, давра, доира, куб, нур, кура ва гайра мисоли шаклҳои геометрӣ мебошанд.

Геометрия илмест, ки мавзӯи тадқиқоташ шаклҳои геометрӣ ва хосиятҳои онҳо мебошад. Фанни геометрия аз қадом модда сохта шудани ашӯро намеомӯзад. Масалан, барои тадқиқогчии илми геометрия аз шиша, чӯб ё оҳан сохта шудани квадрат фарқ надорад. Дар геометрия намуд, мавқеи ҷойгиршавии шаклҳо, андоза, масоҳат, ҳаҷм ва дигар бузургиҳои ба онҳо вобаста тадқиқ карда мешавад. Геометрияе, ки шумо дар мактаб меомӯсед, аз ду қисм иборат аст:

а) **Планиметрия** – хосияти шаклҳо дар ҳамворӣ;

б) **Стереометрия** – хосияти шаклҳо дар фазо.

Шумо дар синфҳои 7-9 планиметрияро омӯхта, дар синфҳои 10-11 стереометрияро хоҳед омӯхт.

Донишҳои геометрӣ барои ҳалли масъалаҳои заминченкунӣ, кайҳоннавардӣ, мошинсозӣ, ҳавопаймоӣ, сохтани харитаҳо, бинокорӣ, баҳрнавардӣ, муҳандисӣ, маъданшиносӣ, табиатшиносӣ ва гайраҳо хеле заруранд.

Агар шумо яке аз соҳаҳои дар боло номбаршударо пешаи касби ояндаи худ карданӣ бошед, пас ба омӯзиши фанни геометрия диққати ҷиддӣ диҳед!

ГЕОМЕТРИЯРО ЧӢ ТАВР БОЯД ОМУӢХТ?

Мавзӯҳо ва мафҳумҳои геометрӣ тарзе ифода ёфтаанд, ки яке бо дигаре саҳт алоқаманд мебошанд. Аз ин рӯ, аз худ накардани як ё якчанд мавзӯё боиси мушкил гаштани омӯзиши мавзӯҳои минбаъда мегардад.

Кӯшиш намоед, ки доир ба ҳар як мавзӯи геометрӣ дониши кофӣ дошта бошед. Агар шумо аз рӯйи маслиҳатҳои зерин амал намоед, боварӣ дорем, ки соҳиби донишҳои мукаммали геометрӣ хоҳед гашт.

1. Ҳангоми омӯзиши ин ва ё он мавзӯё саросема нашуда, ба ҳар як ҷумла ва калимаи наво, ки ба шумо воҷӯрад, диққат диҳед.

2. Мафҳумҳои нав бо ранги сиёҳ навишта шудаанд. Шумо кӯшиш намоед, ки шаклҳои шинос, онҳоро худатон тасвир намоед ва монандашро аз муҳити атроф ёбед.

3. Таърифи мафҳумҳо ва матни тасдиқотро бо забони худатон озод баён карда тавонед. Бо ин мақсад аввал аз китоб ду ё се бор таъриф ё матро хонда, ба расмҳои мувофиқ назора намоед. Сипас, китобро пӯшида, дар ҷарағон ҳамон расмро кашед. матн ё таърифро аввал даҳонӣ баён намуда, баъдан дар ҷарағон нависед, расм ва навиштаҷоти худро бо матни китоби дарсӣ муқоиса кунед.

4. Ҳамеша бо ду ё се рафикагон доир ба таърифҳо, ҳосиятҳо ва тарзи исботи тасдиқот ва ҳалли масъалаҳо саволу ҷавоб ва баҳс намоед.

5. Дар охири ҳар як мавзӯё якчанд саволҳо дода шудаанд.

Кӯшиш намоед, ки ба он саволҳо ҷавоб диҳед.

6. Шумо бояд гайр аз дафтари асосӣ боз дафтари хотира дошта бошед. Дар дафтари хотираатон таърифҳо, ҳосиятҳо, тасдиқот ва формулаҳои асосиро нависед.

7. Кӯшиш намоед, ки ҳар як шакли нави геометрӣ аз қоғаз, кардон, ҷӯб, пластилин ё маводи дигар сохта тавонед.

8. Барои дуруст кашидани расм ва нақшаи шаклҳо аз қаламҳои ранга, хаткашак, паргор, кунҷченкунак (транспортир), қоғазҳои катакҷадор, секунҷаи нақшакашӣ истифода баред.

9. Масъалаҳоеро, ки дар китоб ҳал шудаанд ва ё омӯзгор ба шумо мефаҳмонад, дар хона мустақилона аз нав ҳал намоед. Исботи тасдиқотро ҳамеша як ё якчанд маротиба мустақилона иҷро намоед.

10. Дар китоби дарсӣ намунаи ҳалли баъзе масъалаҳо оварда шудааст. Қӯшиш намоед, ки масъалаи ҳалшударо омӯхта. масъалаҳои боқимондаро ҳал намоед.

11. Баъзе маслиҳатҳои дигарро омӯзгор ба шумо тавсия хоҳад дод. Дар хотир доред: «Кореро, ки имрӯз метавон кард, ба фардо магузор!»

ЧАНД МАСЛИҲАТ БАРОИ ОМУЗГОР

1. Пас аз эълони ҳар як мавзӯ, шавқу рағбати шоғирдонро ба омӯзиши мафҳумҳои тасдиқоти нав бедор намоед. Аз ин рӯ, бештар ба муҳит ва ҳаёти ҳаррӯзаи шоғирдон нигаред, диққати онҳоро ба татбиқи амалии мафҳумҳо, ҳосиятҳо, формулаҳо ва ҳалли масъалаҳо ҷалб намоед.

2. Ҳангоми омӯзиши мавзӯҳои назариявӣ, пеш аз ҳама дар лаҳзаи синф саволҳои асосиро ҷудо карда нависед. Баъд аз баён кардани таърифи мафҳумҳо ва ҳосиятҳои асосӣ онҳоро аз се ё чор хонандаи қобилиятшон гуногун пурсида такрор намоед.

3. Ҳангоми омӯзонидани ин ё он мафҳум ё ҳосияти навбатӣ ба расми мувофиқ мурочиат кунед, фарқи онро аз дигар расмҳо нишон диҳед. Қӯшиш кунед, ки шоғирдон худашон таърифҳо ва ҳосиятҳоро баён намоянд.

4. Ба тарзи сохтани расмҳо диққат диҳед. Ҳар як расмро дар вазъиятҳои гуногун кашида, қӯшиш намоед, ки шоғирдон онҳоро мустақилона дар дафтар ё тахтаи синф кашида тавонанд.

5. Ҳангоми омӯзиши мавзӯҳои назариявӣ ба хонандагон имконият диҳед, ки онҳо матни китобро мустақилона хонанд. Баъд аз хондани мағни китоб вобаста ба саволҳои пайдошуда бо аҳли синф мувоҳида ташкил намоед. Имконият диҳед, ки шоғирдон ба саволи ҳамдигар ҷавоб диҳанд.

6. Ҳангоми таълими ҳалли машқҳо талаботи масъаларо аниқ намоед. Вобаста ба талаботи масъала расми мувофиқ созед, шартӣ масъаларо ба мазмуни расм мувофиқ кунед.

Ҳаракат намоед, ки бо иштироки фаъолонаи шоғирдон алгоритм ё тарғиби ҳал муайян гардад. Бо иваз намудани номи ишораҳо ва қимати адабии онҳо баҳс ё кори мустақилона ташкил намоед.

7. Ба шоғирдон ҳалли якчанд масъала ва ё исботи ҳосиятҳоеро ҳамчун кори мустақил вогузор намоед, ки онҳо аз уҳдаи ҳал ё исботи вайҳо баромада тавонанд. Агар иҷрои машқҳои барои шоғирдони шумо мушқилӣ намояд, онро ба машқи сабуқгар иваз намоед. Масъалаҳоро дар тахтаи синф ҳал намуда.

барои рӯйбардор кардани шогирдон розигӣ надихед. Агар онҳо эътироф кунанд, ки ҳалли масъаларо фаҳмидаанд, тахтаро тоза намоед ва имконият диҳед, ки ҳалли онро дар синф ва ё дар хона аз нав мустақилона иҷро намоянд.

8. Шарт нест, ки ҳамаи масъалаҳои китоби дарсӣ дар синф пурра ҳал карда шуда, он дар тахтаи синф ва дафтарҳои шогирдон навишта шавад. Ҳалли масъалаҳои тақиягоҳӣ бояд пурра иҷро карда шаванд. Ҳалли масъалаҳои монанд дар синф бо иштироки фаъолони хонандагон муҳокима гардида, алгоритми ҳал тартиб дода шавад. Масъала фаҳмо ҳисоб карда мешавад, агар шогирдон эътироф намоянд, ки аз уҳдаи ҳал баромада метавонанд. Ҳалро шогирдон мустақилона дар синф ва ё хона иҷро намоянд.

9. Баъди омӯзиши ҳар як боб дар қатори кори хаттӣ, санҷиши даҳонӣ гузаронидан лозим аст. Шогирдоне, ки аз санҷиш намегузаранд, ба дарси иловагӣ ҷалб карда шуда, аз нав санҷиш месупоранд.

ПЛАНИМЕТРИЯ

ФАСЛИ I

МАФҲУМҲОИ ОДИТАРИНИ ГЕОМЕТРИ

1. Нуқта он аст, ки қисмҳо надорад.
2. Хат дарозии бебар аст.
3. Худудҳои хат нуқтаҳоианд.
4. Хати рост ҳамон аст, ки нисбат ба ҳамаи нуқтаҳоиаш якхел ҷойгир аст.

Евклид

§1. НУҚТА, ХАТ ВА ХАТИ РОСТ

1. Нуқта. Евклид нуқтаро чунин маънидод кардааст, ки гуё қисмҳо надорад. Ин ба он далолат мекунад, ки нуқта бар, дарозӣ ва баландӣ надорад. Аммо ҳамаи ашёҳои моро ихота карда, ин се андозаро соҳибанд. Масалан, изи бо нуғи қалам гузошташуда бо вучуди бисёр хурд буданаш гафсӣ, бар ва дарозӣ дорад. Тасвири нуқтае, ки Евклид дар назар дорад, аз имкон берун аст. Дар як нуғи қалам миллионҳо нуқтаҳо ҷойгир кардан мумкин аст. **Дар геометрия мафҳуми нуқта таъриф дода намешавад.** Агар нуғи қаламро хуб тез карда, дар рӯи варақ из гузорем, ин тасвири нуқта аст, вале ин тасвир нуқтаи ҳақиқӣ нест.

Дар геометрия нуқтаҳо бо ҳарфҳои калони алифбои латинӣ A, B, C, D, E, F ва ғайра ишора мекунанд. Ба расми 1 нигаред.

.A
нуқтаи A

.B
нуқтаи B

.C
нуқтаи C

Расми 1

2. Хат. Аз рӯи гуфтаи Евклид гуё хат дарозии бебар бошад. Хати ҳақиқӣ ба монанди ресмони дарозест, ки ибтидою интиҳо ва гафсию бар надорад. Тасвири хатро бо қалам дар варақ кашидан мумкин аст.

Хатҳо рост, қач, гирд (мудаввар), мавҷмонанд, морпеч, шикаста, сарбаста мешаванд (расми 2).



хати мудаввар



хати кач



хати рост



хати мавҷмонанд



хати морпеч



хати шикаста



хати сарбаста

Расми 2

Хатҳоро ба воситаи ҳарфҳои хурди алифбои лотинӣ a, b, c, d, \dots ишора менамоянд.

Қисм дар натиҷаи ҳаракат изи муайяне мегузорад. Агар бари чунин изро ба инобат нагирем, онро хати ҳаракат гуфтан мумкин аст.

Дар хотир доред:

Хат аз шумораи бисёри нуқтаҳо иборат аст. Нуқтаҳои мавҷуданд, ки ба хат тааллуқ доранд ва нуқтаҳои намавҷуданд, ки ба хат тааллуқ надоранд.

Мисол: Нуқтаҳои A, B, C, D ба хати a тааллуқ доранд. (расми 3). Нуқтаҳои M, N, P, K ба ин хат тааллуқ надоранд.



Расми 3

Агар нуқтаи A ба хати a тааллуқ дошта бошад, чунин ишора мекунам: $A \in a$. Агар нуқтаи K ба хати a тааллуқ на дошта бошад, чунин менависанд: $K \notin a$. Агар нуқта ба

хат тааллук дошта бошад, он гоҳ мегӯянд, ки хат аз ин нукта мегузарад. Баъзан чунин ҳам мегӯянд: «нукта дар хат мехобад».

Супоришҳо

1. Ба расми 3 нигаред ва дар дафтаратон ба воситаи ишора тааллук доштан ё надоштани нуктаҳоро дар хати a нависед.

2. Ягон хати ихтиёрии b -ро созед. Навиштаҳои зеринро бо се тарз хонед ва нуктаҳоро дар расм гузоред. $A \in b$, $P \notin b$, $D \in b$, $K \in b$. $M \in b$, $E \in b$, $\Phi \in b$, $C \in b$, $B \in b$, $O \in b$, Агар дар хат як ё ду нукта гузошта шавад, хат ба қисмҳо чудо мешавад. Худуди қисмҳои хат нуктаҳо мебошанд.



Расми 4

Дар расми 4 хати a ба ду қисми a_1 ва a_2 чудо шудааст, худуди ин қисмҳо нуктаи A аст. Хати b бо ду нуктаи A ва B ба се қисм чудо шудааст. Ин қисмҳо a_1 , a_2 ва a_3 мебошанд. Қисми a_1 фақат як ҳудуд дорад (нуктаи A), қисми a_2 ду ҳудуд дорад (A ва B) ва қисми a_3 фақат як ҳудуд дорад (нуктаи B).

Агар қисми хат як ҳудуд дошта бошад, он гоҳ ин ҳудудро ибтидои қисми хат гуфтан раво аст. Агар қисми хат ду ҳудуд дошта бошад, якеро ибтидо ва дигареро интиҳо мегӯянд.

Супоришҳо

3. Ягон хати c -ро сохта, дар он се нуктаи A, B ва C -ро гузоред. Хат ба чанд қисм чудо шуд? Аз ин қисмҳо чандтояш як ҳудуд ва чандтои дигараш ду ҳудуд дорад?

4. Агар дар ягон хат 2, 4, 6, 8, ..., 100 нукта гузорем, миқдори қисмҳо чандто мешаванд. Чандтояш як ва чандтояш дутоғӣ ҳудуд доранд?

5. Агар дар ягон хат 1, 3, 5, 7, 9, ..., 99 нукта гузорем,

микдори қисмҳо чандто мешаванд. Чандтояш як ва чандтояш дутогӣ худуд доранд?

3. Хати рост. Тасаввур кунед, ки ду вагон ресмони дарозе доранд. Онҳо ресмонро таранг кашида ба самтҳои муқобил ҳаракат мекунанд (расми 5)



Расми 5

Дар ин ҳолат ресмони таранг кашидашуда тасаввуроти хати ростро медиҳад. Мисоли хатҳои рост симҳои телефон, нурҳои аз сӯроҳии танг гузаранда ва ғайра шуда мегарзанд, агар онҳо аз ду тараф беҳад давом ёбанд ё худ ибтидою интиҳо надошта бошанд. Мувофиқи гуфтаи Евклид «**хати рост хатест, ки нисбат ба ҳамаи нуқтаҳои он якхел ҷойгир аст**». Аз ин гуфтаи Евклид бармеояд, ки хати рост аз нуқтаҳои зиёд иборат буда, қачон ва ҳамидоғию мавҷҳо надорад. Дар геометрия хати ростро мафҳуми одитарин ҳисобида таъриф намедиханд. Гуфтаи Евклидро барои мафҳуми хати рост таъриф ҳисобидан дуруст нест.

Дар геометрияи мактабӣ аз мафҳуми хати рост ба таври васеъ истифода мегарзанд. Аксарияти шаклҳои геометрия аз шумораи зиёди қисмҳои хати рост иборатанд.

Ба фикри шумо аз як нуқта чанд хати рост мегузаранд? Аз ду нуқта чӣ?

Аз як нуқта хатҳои рости бешумор мегузаранд (расми 6, а)).



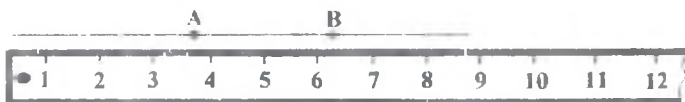
Расми 6

Дар хотир доред:

1. Аз ду нуқтаи гуногун фақат як хати рост мегузаранд. Дар ҳақиқат, аз ду нуқта хатҳои бешумор мегузаранд,

(расми 6, б)), вале фақат яктояш хати рост аст. Хати ростро бо хаткаишак (расми 7) мекашанд. Хати ростро бо ду ҳарфи калон ё бо як ҳарфи хурди латинӣ шиора мекунанд. Масалан: AB , CD ё a , b ...

2. Нуктаҳои мавҷуданд, ки ба хати рост тааллуқ доранд ва нуктаҳои мавҷуданд, ки ба хати рост тааллуқ надоранд. Хати рост нуктаҳои бешумор дорад, вай дарозӣ дораду бар ва гафси не. Хати рост ибтидою интиҳо надорад.



Расми 7

4. **Ҳамворӣ ва сатҳ.** Ҳар як ашёе, ки дар табиат мавҷуд аст. қабати беруние дорад, ки онро ихота мекунад. Масалан, бадани одамро пусти бадан ихота кардааст. Дарахтон ҳам қабати берунӣ-пусти доранд. Ин қабатро ба монанди пардаи тунуке тасаввур кардан мумкин аст, ки бару дарозӣ дорад. аммо гафси надорад.

Чунин пардаи тунук барои ҷисмҳо ва ашёҳо сатҳ мебошад. Дар забони гуфтугӯӣ сатҳи об, сатҳи миз, сатҳи Замин. сатҳи кура ва ғайра воমেҳуранд. Евклид гуфта буд: «сатҳ онест, ки танҳо дарозӣ ва бар дорад». Дар ҳар сатҳ нуктаҳои бешумор мавҷуданд. Дар сатҳ хатҳои бешуморро ҷойгир кардан мумкин аст. Хатҳо сатҳро ба қисмҳо ҷудо мекунанд.

Ба гуфтаи Евклид: «**Худуди сатҳ хат аст**».

Деворҳои хонаро бо қоғазҳои гулдор ё охаку рангҳои махсус оро медиҳанд. Дар ин ҳолат қабати қоғазҳо ва рангҳо, мисоли сатҳҳо мебошанд.

Укёнус ё баҳрро тасаввур кунед, ки обаш тамоман ором бошад. Сатҳи ин хел об моро ба тасаввуроти ҳамворӣ меоварад. Ҳамворӣ сатҳест, ки аз чор тараф беҳудуд аст. Сатҳи девор сатҳи миз, сатҳи оина ва ғайра қисмҳои ин ё он ҳамворӣ мебошанд. Ҳамвории ҳақиқиро сохтан ё дар ҳаёт вохӯрдан аз имкон берун аст, аммо қисмҳои ҳамворӣ дар ҳама ҷо дучор меоянд.

Ҳамвориро дар шакли чоргушаҳо тасвир карда, онро бо ҳарфҳои алифбои юнонӣ α (алфа), β (бета), γ (гамма) ва ғайра шиора мекунанд.

Дар хотир доред:

Ҳамворӣ мафҳуми одитарин аст, онро таъриф намедиханд. Ҳамворӣ бар ва дарозӣ дорад, вале гафси надорид. Ҳамвориро ба чор самт беинтиҳо давом додан мумкин аст. Ҳамворӣ аз нуқтаҳои бешумор иборат аст. Дар ҳамворӣ хатҳои рости бешуморро ҷойгир кардан мумкин аст.

5. **Нимҳамворӣ.** Агар дар ҳамворӣ хати рости b -ро ҷойгир намоем, он ҳамвориро ба ду қисм ҷудо мекунад. Ҳар як қисм нимҳамворӣ мебошад. Ҳудуди нимҳамворӣ аз як тараф хати рости b аст (расми 8)



Расми 8

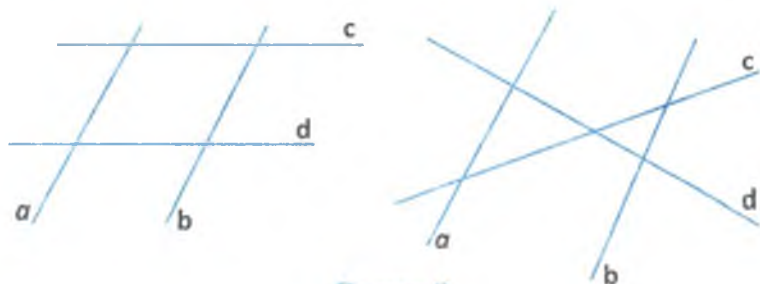
Супоришҳо

6. Дар ҳамворӣ ду хати рости созад. Ҳамворӣ ба чанд қисмҳо ҷудо шуд? Чанд ҳолатҳои гуногун ҷой доранд?

7. Дар ҳамворӣ се хати рости тавре созад, ки ҳамворӣ ба: а) 4 қисм; б) 6 қисм; в) 7 қисм ҷудо шавад.

8. Агар дар сатҳи Замин кӯҳҳо, пастию баландиҳо мавҷуд набошанд, онро ҳамворӣ гуфтан мумкин аст?

9. Дар расми 9 хатҳои рости a, b, c, d , кашида шудаанд. Онҳо ҳамвориро ба чанд қисмҳо ҷудо кардаанд?



Расми 9

6. Нур. Дар хати рости a нуқтаи A -ро нишона мекунем (Расми 10). Ин нуқта хати ростро ба ду қисм чудо мекунад. Ҳар як қисм нур мебошад. Нуқтаи A ибтидои ин нурҳо аст.

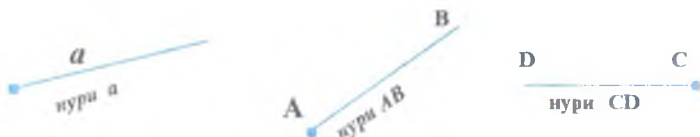


Расми 10

Дар хотир доред:

Қисми хати рост, ки аз як тараф бо нуқта маҳдуд аст, нур номида мешавад. Нур ибтидо дораду интиҳо не.

Шуоъҳои ҷароғ ва Офтоб мисли нурҳо мебошанд. Онҳо аз як нуқта баромада беинтиҳо давом меёбанд. Нурҳоро бо як ҳарфи хурд ё бо ду ҳарфи калоне, ки ҳарфи аввалинаш ибтидои нур аст, ишора мекунам. Ба расми 11 нигаред.



Расми 11

7. Порча. Агар дар хати рост ду нуқтаи A ва B -ро гузорем, хати рост ба се қисм чудо мешавад. Қисми байн порча мебошад.



Расми 12

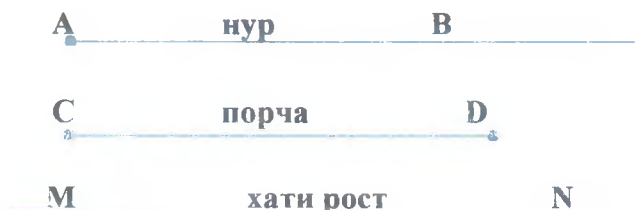
Таъриф. Он қисми хати рост, ки бо ду нуқта маҳдуд аст, порча номида мешавад.

Нуқтаҳои маҳдудкунанда нӯғҳои порча мебошанд. Порчаро бо ҳарфҳои хурди алифбои лотинӣ a, b, c, d, \dots ё бо ду ҳарфи калони алифбои лотинӣ ишора мекунам. Ба расми 13 нигаред.



Расми 13

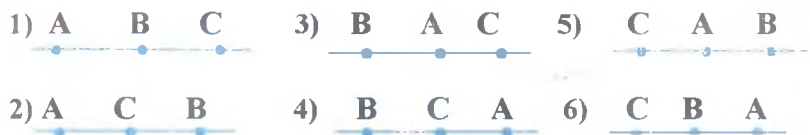
Ҳангоми кашидани порчаҳо, нурҳо ва хатҳои рост ин тавр рафтор мекунад: Нурҳои порчаро бо нуқтаҳои равшан тасвир менамоянд. Ибтидои нур бо нуқтаи нишона карда мешавад. Нурҳои хати ростро ба тӯ тараф беинтиҳо давом додан мумкин аст. Дар расми 14 нури АВ, порчаи CD ва хати рости MN тасвир ёфтааст.



Расми 14

Порчаро дар ҳаёт сари ҳар қадам дидан мумкин аст. Пояҳои миз, қалам, сими телефон аз як симчӯб то дигараш, тегаҳои хона ва ғайра мисолҳои порчаҳо мебошанд.

8. Тартиби ҷойгиршавин нуқтаҳо дар хати рост. Дар хати рости a се нуқтаҳои А,В,С,-ро бо шаш тарз ҷойгир кардан мумкин аст.



Расми 15

Дар ҳолати 1) ва 6) нуқтаи В дар байни нуқтаҳои А ва С меҳобад. Дар ҳолати 2) ва 4) нуқтаи С дар байни нуқтаҳои А ва В воқеъ мебошад. Дар ҳолати 3) ва 5) нуқтаи А дар байни В ва С ҷойгир аст.

Дар хотир доред:

Аз се нуқтаҳои дар хати рост ҳобида, фақат яктояш дар байни дутои дигараш меҳобад.

Супоришхо

10. Дар хати рости α чор нуқтаи А, В, С, D-ро гузored. Кадоме аз нуқтаҳо дар байни нуқтаҳои дигар меҳобад? Ҳамаи ҳолатҳои имконпазирро нишон диҳед.

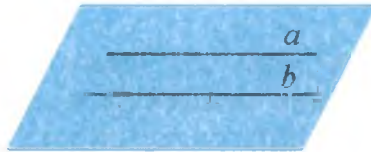
11. Дар нури OA нуқтаи А ва B-ро тасвир кунед. Ҳолатҳои имконпазирро нишон диҳед. Кадом нуқта дар байни нуқтаи O ва нуқтаи дигар меҳобад.

12. Дар порчаи АВ ду нуқтаи С ва D-ро нишона кунед. Кадом нуқта: а) дар байни А ва D, б) дар байни D ва В, в) дар байни С ва В; г) дар байни А ва С; г) дар байни А ва В хобида мегавад?

9. Ҳолати ҷойгиршавии хатҳои рост. Ба сифати ду хати рост ду ҷубчаи ростхата ва ба сифати ҳамворӣ сатҳи мизро интиҳоб намуда, муайян кунед, ки дар рӯи миз ҷубчаҳоро бо чанд тарз ҷойгир кардан мумкин аст.

Ду хати рост дар ҳамворӣ бо се тарз ҷойгир мешаванд.

1. Ду хати рост ягон нуқтаи умумӣ надоранд (расми 16)



Расми 16

2. Ду хати рост фақат як нуқтаи умумӣ доранд (расми 17)



Расми 17

2. Ду хати рост ақаллан ду нуқтаи умумӣ доранд (расми 18)



Расми 18

Дар хотир доред:

Ду хати росте, ки дар ҳамворӣ хобида ягон нуқтаи умумӣ надоранд, хатҳои рости параллел номида мешаванд.

Дар расми 16 хатҳои рости a ва b параллеланд. Ибораи «Хати рости a параллели хати рости b » чунин ишора карда мешавад: $a \parallel b$

Дар расми 19 ҳолатҳои гуногуни тасвири хатҳои рости параллел нишон дода шудааст.



Расми 19

Релсҳои роҳи оҳан, симҳои телефон, тегаи муқобили миз ё дафтар, раванакҳои зинапоя, соҳилҳои канал ва ғайра мисоли хатҳои рости параллел мебошанд.

Дар хотир доред:

Ду хати росте, ки фақат як нуқтаи умумӣ доранд, хатҳои рости буранда номида мешавад.

Дар расми 17 хатҳои рости бурандаи c ва d , инчунин нуқтаи буриши онҳо A тасвир ёфтааст. Ибораи «хати рости c хати рости d -ро дар нуқтаи A мебурад» чунин навишта мешавад:

$$c \cap d = A.$$

Дар хотир доред:

Ду хати росте, ки ақаллан ду нуқтаи умумӣ доранд, хатҳои рости ҳамчояшаванда номида мешаванд.

Ишорааш: $a=b$ (дар расми 18)

Дар расми 18 хатҳои рости ҳамчояшавандаи a ва b ва ду нуқтаи умумии онҳо B ва C тасвир ёфтаанд. Навишти $a=b$ маънои «хатҳои рости a ва b ҳамчояшаванда ҳастанд»-ро дорад.

Агар ду хати рост ҳамчоя бошанд, онҳо нуқтаҳои бешумори умумӣ доранд, баъзан ин гуна хатҳои ростро ҳамон як хати рост меҳисобанд.

Аксиома, таъриф, теорема ва исбот

Дар геометрия мафҳумҳои нукта, хати рост ва ҳамворӣ мафҳумҳои одитарин ҳисоб мешаванд. Мафҳумҳои одитаринро таъриф намедиханд.

Оё медонед, ки таъриф чист?

Таъриф ҷумла ва ё ғуруҳи ҷумлаҳост, ки барои аниқ кардани ягон мафҳум хизмат мекунанд. Агар ба ягон шакли геометрӣ таъриф дода шавад, бояд таъриф имконият диҳад, ки ин шакл аз байни шаклҳои дигар ҷудо карда шавад. Дар таърифи мафҳумҳо ҳамон аломат ё хосиятҳои зикр карда мешаванд, ки дар дигар мафҳумҳои маълум мавҷуд набошанд.

Масалан, ҷумлаи «Қисми хати росте, ки аз ду тараф бо нукта маҳдуд аст, порча номида мешавад» таъриф мебошад. Аломати фарқкунанда «ду нуктаи маҳдудкунанда» мебошад. Нур ҳам қисми хати рост аст, вале фақат як нуктаи маҳдудкунанда дорад.

Дар геометрия ғайр аз мафҳумҳои нукта, хати рост ва ҳамворӣ, дигар ҳамаи мафҳумҳо таъриф дода мешаванд. Муносибати байни мафҳумҳои одитарин, ки ба шакли тасдиқоти маълум қабул карда шудаанд, аксиомаҳо мебошанд. Ба тариқи дигар, *аксиома тасдиқест, ки исбот карда намешавад.* Масалан, тасдиқи «аз ду нукта фақат як хати рост мегузарад» аксиома мебошад. Дар геометрия ғайр аз аксиомаҳо дигар ҳамаи тасдиқот аз нуктаи назари дуруст ва ё нодуруст буданашон исбот карда мешаванд.

Теорема чист?

Хосият ё тасдиқе, ки дурустиаш исботро талаб мекунад, теорема номида мешавад.

Масалан, тасдиқӣ: «агар ду хати рост ба хати рост сеюм параллел бошад, он гоҳ онҳо параллеланд» теорема аст. Ҳақиқат будани ин тасдиқ исботро талаб мекунад.

Исбот чист? Муҳокимароние, ки барои қабул ё рад кардани ягон тасдиқ лозим аст, исбот ном дорад.

Дар мавзӯҳои оянда шумо бо таъриф, теорема ва исботҳои гуногун шинос хоҳед шуд.

§2. АКСИОМАИ ПАРАЛЛЕЛИИ ХАТҲОИ РОСТ

Аз нуқтаи берунаи хати рост ба хати рости додашуда чанд хати рости параллел гузаронидан мумкин аст? Ин савол то Евклид, дар давраи ҳаёти γ ва то замони зиндагии олими рус Н. И. Лобачевский диққати аҳли илмро ҷалб карда буд. Мувофиқи ақидаи Евклид:

Аз нуқтаи беруни хати рост ба хати рости додашуда фақат якто хати рости параллел гузаронидан мумкин аст.



Расми 20 (а)

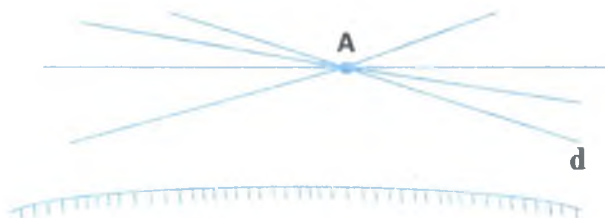
Евклид ин тасдиқро ҳамчун аксиомаи (постулати) панҷуми китобаш қабул карда буд. Ин тасдиқ дар замони ҳозира аксиомаи параллелии хатҳои рост ном дорад.

Дар замони Евклид ва тақрибан 2000 сол пас аз он олимони гуногун ба монанди: Ламберт, Лежандр, Саккери аз Аврупо, Умари Хайём, Насриддини Тӯсӣ аз Осиёи Миёна ва дигарон кӯшиш кардаанд, ки ин постулатро ҳамчун теорема исбот кунанд. Мутаассифона, ба хато роҳ доданд. Ба ҳар ҳол кӯшишҳои онҳо барабас наарафт, ин кӯшишҳо боиси тараққиёти минбаъдаи илми геометрия гардид. Танҳо ба олими рус Н.И. Лобачевский муяссар гашт, ки ба саволи дар боло гузошташуда ҷавоби саҳеҳ диҳад. Н.И. Лобачевский исбот кард, ки дар доираи геометрияи евклидӣ постулати панҷумро ҳамчун теорема исбот кардан ғайриимкон аст. (Аз рӯйи фаҳмиши геометрияи евклидӣ аз нуқтаи беруни хати рост ба хати рости додашуда фақат якто хати рости параллел мегузарад).

Мутаассифона ҳамворие, ки Евклид дар назар дошт, дар амал вучуд надорад. Агар тасаввур кунем, ки сатҳи Замин ҳамвор аст, аз сабаби курашакл будани Замин ҳамворӣ аз ҳамвориҳои Евклид фарқ мекунад.

Н. И. Лобачевский геометрияи наvero кашф намуд, ки дар он аз нуқтаи беруни хати рост, ба хати рости додашуда зиёда аз як хати рости параллел гузаронидан мумкин буд.

Агар хати ростро дар сатҳи Замин гузаронем, аз сабаби курашаклии Замин он каме хамида менамояд. Аз ин рӯ, баъзан хатҳои рости аз нуқтаи А гузаранда, ба хати рости додашуда то андозае наздик шуда, пас онро набурида дур мешаванд.



Расми 20 (б)

Дар чунин геометрияе, ки онро Н. И. Лобачевский «хаёли» номида буд, постулати панҷуми Евклид доир ба хатҳои рости параллел ҷой надорад. Бо ҳамин кашфи худ Н. И. Лобачевский дар геометрия табаддулоти бузурге ба вуҷуд овард. Ин кашф номи Н. И. Лобачевскийро машҳур кард.

§ 3. ҲОЛАТИ ҶОЙГИРШАВИИ НУРҲО

Ду нур дар яке аз ҳолатҳои дар расми 21 тасвирёфта воқеъ мебошанд:



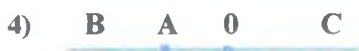
Нурҳои a ва b ҳамсатт.



Нурҳои c ва d муқобилсатт.



Нурҳои AC ва BC ҳамсатт.



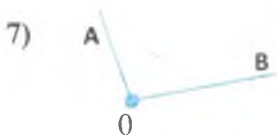
Нурҳои OB ва AC муқобилсатт.



Нурҳои a ва b гуногунсатту буранда.



Нурҳои c ва d гуногунсатту набуранда.



Нурҳои OA ва OB гуногунсамтӣ ибтидоӣ умумидошта мебошанд.

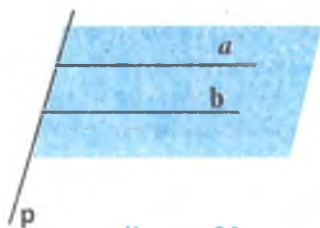


Нурҳои OA ва OB нурҳои муқобилсамтӣ дорои ибтидоӣ умумӣ мебошанд, онҳоро нурҳои пурқунанда меноманд.

Расми 21

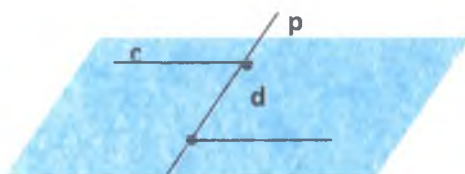
Аз расми 21 маълум аст, ки ду нур метавонанд ҳамсамт, гуногунсамт ва муқобилсамт бошанд. Ду нури муқобилсамтӣ дорои ибтидоӣ умумӣ нурҳои пурқунандаи якдигаранд.

Маълум аст, ки хати рост ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ ҷудо мекунад. Агар сарҳади нимҳамвориҳо хати рости p буда, ду нури ҳамсамт аз нуқтаҳои хати рости p ибтидо гиранд, онҳо дар як нимҳамворӣ меҳобанд. Ба тариқи дигар нурҳои ҳамсамт ҳамеша дар як нимҳамворӣ меҳобанд, ки сарҳади он хати рости аз ибтидоӣ онҳо гузаранда мебошад.



Расми 22

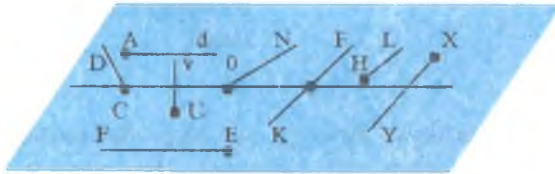
Агар ду нур аз сарҳади нимҳамвориҳо ибтидо ёфта муқобилсамт бошанд, дар нимҳамвориҳои гуногун меҳобанд.



Расми 23

МАСЪАЛАҲО

1) Ба расми 24 нигаред ва муайян кунед, ки кадом нурҳо: а) ҳамсамт; б) муқобилсамт; в) гуногунсамт; г) сарҳади нимҳамвориро буранда; г) ҳамдигарро буранда; д) пуркунандаи якдигар мебошанд.



Расми 24

2) Ду нури АВ ва CD ҳамсамтанд. Агар онҳоро то хати рост пурра намоем, хатҳои рост чӣ тавр ҷойгир мешаванд?

3) Ду нури АВ ва CD-и муқобилсамт кашед, ин нурҳоро то хати рост пурра намоед. Хатҳои рости ҳосилшуда чӣ гунаанд?

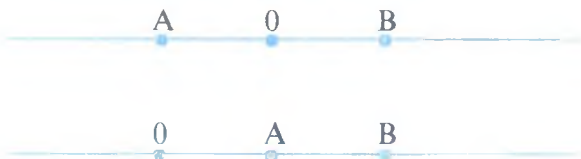
4) Нурҳои MN ва PK-ро тарзе кашед, ки самти гуногун дошта бошад. Онҳо дар чӣ гуна хатҳои рост ҷойгиранд?

5) Дар хати рост a , чор нуқтаи А, В, С, D,-ро гузоред.
 а) Ҳамаи нурҳои ибтидояшон ин нуқтаҳоро нависед; б) Кадом нурҳо ҳамсамт, муқобилсамт ва гуногунсамт мебошанд? г) Чанд порча ҳосил шуд?

6) Ду нури созед, ки: а) дорои як нуқтаи умумӣ бошанд; б) дорои як порчаи умумӣ бошанд; в) дорои як нури умумӣ бошанд.

Дар хотир доред:

Агар ду нуқта ба нурҳои пуркунанда тааллуқ дошта бошанд, он гоҳ ибтидои умумии нурҳо дар байни ин нуқтаҳо меҳобад. Агар ҳар ду нуқта ба як нур тааллуқ дошта бошанд, он гоҳ ибтидои нур дар байни нуқтаҳо намеҳобад (Расми 25)



Расми 25

7). Нур ва порча дода шудааст. Ҳолатҳои ҷойгиршавии порчаро нисбат ба нур муайян намоед.

8). Порча ва хати рост дар ҳамворие дода шудаанд. Ҳолатҳои ҷойгиршавии порчаро нисбат ба хати рост ва нимҳамвориҳо муайян намоед.



Расми 26

9) Дар расми 26 нурҳои нишон дода шудаанд, ки самтҳои сатҳи Заминро муайян мекунанд;

а) Нурҳои расм чӣ тавр ҷойгиранд?

б) Кадом нурҳо ба чап, ба рост, ба боло, ба поён равонанд?

г) Нурҳои OM, ON, OP, OK ба кучо равонанд?

§4. ЧЕН КАРДАНИ ПОРЧАҲО

Таҷриба: Дар варақи дафтар ё дар тахтаи синф нуре кашед. Нурҳои паргорро дар масофаи муайян ҷойгир намоед. Дар ибтидои нур нуқтаи O гузоред. Аз нуқтаи O ба воситаи паргор нуқтаҳои A, B, C, D, E-ро тавре нишона кунед, ки масофаҳои OA, AB, BC, CD, ва DE якхела бошанд. Дар зери нуқтаҳои O, A, B, C, D, E мувофиқан ададҳои 0, 1, 2, 3, 4, 5-ро гузоред. Ба саволҳои зерин ҷавоб диҳед: а) Порчаи OB аз порчаи OA чанд маротиба калон аст? б) Порчаҳои OC, OD, OE аз порчаи OA чанд маротибагӣ калонанд?

Дар замонҳои қадим одамон барои чен кардани масофаҳо ё дарозиҳо, асбобҳои ченкунанда надоштанд. Бинобар ин, аз муқоисаи порчаҳо истифода мебуданд. Аҷдоди мо барои чен кардани бар ва дарозиҳо аз вачаб, ангушт ё қадам истифода мекарданд.

Ба чунин тарзи ченкунӣ дарозии вачаб, ангушт ё қадам як воҳид қабул карда мешуд. Агар гӯем, ки дарозии ҷӯб 10 вачаб аст, ин маънои онро дорад, ки дарозии ҷӯб аз вачаб 10 маротиба калон аст.

Таъриф. Ду порча баробар номида мешаванд, агар ҳангоми нурҳои онҳоро болои ҳам гузоштан ҳамҷоя шаванд.

Ибораи «порчаи AB баробари порчаи CD» чунин навишта мешавад: $AB = CD$

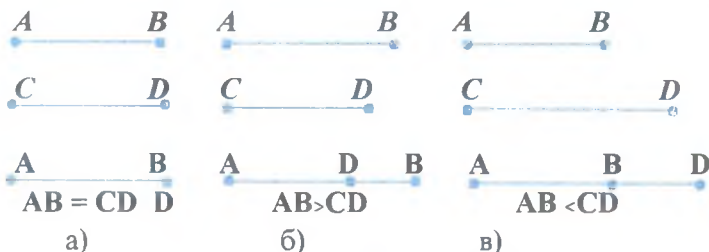
Бигзор ду порчаи AB ва CD дода шуда бошанд.

Барои муқоиса қардани порчаҳои AB ва CD нуқтаҳои A ва C -ро ҳамчоя намуда, порчаи CD -ро дар нури AB ҷойгир мекунем (расми 27).

1). Агар нуқтаи B ба D ҳамчоя шаванд, порчаҳои AB ва CD баробаранд (расми 27 а): $AB = CD$

2). Агар нуқтаи D дар байни нуқтаҳои A ва B ҷойгир шавад, порчаи AB калон аз CD аст: $AB > CD$ (расми 27 б).

3). Агар нуқтаи B дар байни нуқтаҳои A ва D ҷойгир шавад, порчаи AB аз порчаи CD хурд аст: $AB < CD$ (расми 27 в)



Расми 27

4). Агар ибтидои нур ва ягон нуғи порчаи додашударо ҳамчоя кунем, нуғи дигари порча дар нур фақат як нуқтаро муайян мекунад.

Аз мисоле, ки шумо мушоҳида намудед, дарозии порчаи OA як воҳид буд. Дар он ҷо, порчаи $OB=2 \cdot OA = 2$ воҳид, $OC=3 \cdot OA=3$ воҳид, $OD=4 \cdot OA=4$ воҳид, $OE=5 \cdot OA=5$ воҳид. Дар ҳамин мисол порчаи $OE=5$ воҳид ва $OA=AB=BC=CD=DE=1$ воҳид мебошанд. Дарозии порчаи OE ба суммаи дарозии қисмҳои OA , AB , BC , CD , DE баробар аст. Қисмҳои порчаи OE нуқтаҳои дохилии умумӣ надоранд (ба расми 28 нигаред).



Расми 28

Дарозии порча чунин таъриф дода мешавад:

Дарозии порча адади мусбатест, ки се шарти зеринро қаноат мекунад: 1. Агар порча ба қисмҳои ҷудо шуда бошад, ки нуқтаҳои дохилии умумӣ надошта бошанд, он

гоҳ дарозии порча ба суммаи дарозии қисмҳои баробар аст. 2. Порчаҳои баробар дарозии баробар доранд.

3. Дарозии порчаи воҳидӣ ба як воҳид баробар мебошад.

Дар натиҷаи таҷрибаҳо бисёр одамон ба хулосае омаданд, ки воҳидҳои дарозиро доимӣ қабул намоянд. Воҳиди байналхалқии дарозӣ 1 метр (1 м) қабул карда шудааст, ки он тақрибан ба аз 40000000 як хиссаи меридиани Замин ($1/40000000$) баробар аст. Ин эталон дар шакли милаи металӣ аст, ки дарозиаш 1 м буда, дар ҳолати 0°C нигоҳ дошта мешавад. Он дар шаҳри Париж (пойтахти Фаронса) маҳфуз аст. Нусхаи чунин эталон дар дигар мамлакатҳо низ вучуд дорад.

Барои чен кардани дарозӣ ва масофаҳо аз дигар воҳидҳо, ки дар муқоиса бо метр тартиб дода шудаанд, истифода мебаранд.

Дар хотир доред:

$1\text{см}=0,01\text{м}$	$1\text{м}=100\text{см}$	
$1\text{дм}=0,1\text{м}$	$1\text{м}=10\text{дм}$	$1\text{дм}=100\text{мм}=10^2\text{мм}$
$1\text{мм}=0,001\text{м}$	$1\text{м}=1000\text{мм}$	$1\text{км}=10000\text{дм}=10^4\text{дм}$
$1\text{км}=1000\text{м}=10^3\text{м}$	$1\text{дм}=10\text{см}$	$1\text{км}=100000\text{см}=10^5\text{см}$
$1\text{мил}=1,852\text{км}$	$1\text{см}=10\text{мм}$	$1\text{км}=1000000\text{мм}=10^6\text{мм}$

Масофаи байни нуқтаҳои А ва В маънои дарозии порчаи АВ-ро дорад.

Барои муқоисаи порчаҳо аз муносибатҳои зерин истифода мебаранд:

- 1) Порчаҳои АВ ва CD баробаранд; $AB=CD$,
- 2) Порчаҳои АВ аз порчаи CD калон аст; $AB > CD$
- 3) Порчаи АВ аз порчаи CD хурд аст; $AB < CD$
- 4) Порчаи АВ калон ё баробари порчаи CD аст; $AB \geq CD$
- 5) Порчаи АВ хурд ё баробари CD аст; $AB \leq CD$
- 6) Порчаи АВ аз порчаи CD к-маротиба калон аст; $AB = k \cdot CD$
- 7) Порчаи АВ аз порчаи CD к-маротиба хурд аст; $AB = CD / k$
- 8) Порчаи АВ аз CD α воҳид калон аст; $AB = CD + \alpha$

9) Порчаи АВ ва CD b воҳид хурд аст; $AB=CD-b$

10) Фарқи порчаҳои АВ ва CD; $AB-CD$

Агар гуём, ки нуқтаҳои А, В, С дар як хати рост мехобанд, он гоҳ яке аз шартҳои зерин иҷро мешавад:

1. $AB=AC+CB$.

Бо тариқи дигар, нуқтаи С дар байни нуқтаҳои А ва В мехобад.

2. $AC=AB+BC$

Нуқтаи В дар байни нуқтаи А ва С мехобад.

3. $BC=BA+AC$.

Нуқтаи А дар байни нуқтаҳои В ва С мехобад.



Расми 29

Барои чен кардани масофа ва дарозӣ, аз хаткашаки тақсимотдор (чадвал), рулетка, штангенсеркул, планҷӯб, спидометр, микрометр ва ғайра истифода мебаранд.

Диктанти зеринро аз рӯи расмҳо иҷро намоед

1. Расми 29-ро дар дафтарадон кашида, дар зери ҳар қадам аввал ба воситаи ишораҳои ҳарфӣ, сипас ба воситаи шарҳи ҷумлагӣ мавқеи ҷойгиршавии нуқтаҳоро дар нур ва хати рост нависед.

Аз расми 29 истифода бурда, бо ишораҳои ҳарфӣ ва ҷумлаҳо муносибатҳои муқоисавии порчаҳои MN ва NK, KN ва MN, OM ва OP-ро нависед.

2. Расми 30-ро дар дафтарадон кашида, дарозии порчаи OE-ро 1 воҳид қабул карда, дарозии порчаҳои OA, OB, OK, OM, ON, MN, AC, BC, CD, DN, KM ва KN-ро муайян кунед. Дар расм ҳамагӣ чанд порча хаст? Қадам порча аз ҳама калон аст?

Онро бо чанд тарз ба намуди суммаи порчаҳои дигар навиштан мумкин аст?

0 E A B C D M N K

Расми 30

3. Агар дарозии порча бо ададҳои касрӣ ифода шуда бошад, онро чӣ тавр месозанд?

Мисол.1) Агар порчаи $AB=3,5$ см бошад, мо аввал бо хаткашак порчаи 3см-ро кашида, дар давомаш 5мм-ро чойгир мекунонем, яъне $AB=3,5\text{см}=3\text{см} 5\text{мм}$:

Шумо порчаҳои $AB=5,3\text{см}$, $CD=4,8\text{см}$ ва $MP=0,7$ см-ро созед.

2) Агар порчаи $AB=4\frac{2}{5}$ см бошад, аввал мо порчаи 4 см-ро кашида, пас $\frac{2}{5}\text{см}=\frac{2}{5}\cdot 10\text{мм}=4\text{мм}$ -ро дар давомаш мегузorem.

Шумо порчаҳои зеринро бо хаткашак кашед:

а) $AB=8\frac{3}{4}$ см, $CD=\frac{1}{5}\text{см}$, $PK=5\frac{1}{2}\text{см}$, $ME=3\frac{4}{5}\text{см}$

3) Агар порчаи $OB=2,4$ OE бошад, аввал мо порчаи воҳидии OE-ро мекашем, сипас порчаи ба 2 OE баробарро кашида, дар давомаш порчаи $0,4\text{OE}=\frac{4}{10}\text{OE}=\frac{2}{5}\text{OE}$ -ро мекашем, яъне $OB=2\cdot\text{OE}+\frac{2}{5}\text{OE}$



Расми 31

Ба таври дигар кашидани $0,4\text{OE}$: порчаи OE-ро ба дах қисми баробар ҷудо карда, аз он 4 қисмашро мегирад.

Шумо порчаҳои зеринро кашед:

а) $OM=0,6\cdot\text{OE}$; б) $OK=3,7\cdot\text{OE}$; в) $OP=8,5\cdot\text{OE}$

г) $OC=7,8\cdot\text{OE}$; д) $OA=2,8\cdot\text{OE}$

Супоришхо барои кори мустакил

1). Ба мо 3,6 дм; 4,5 м; 3,2 км дода шудааст. Талаб карда мешавад, ки онҳоро бо см-ҳо ифода кунем:

$$3,6 \text{ дм} = 3,6 \cdot 10 \text{ см} = 36 \text{ см}; \quad 3,2 \text{ км} = 3,2 \cdot 1000 \text{ м} = 3200 \text{ м} = 3200 \cdot 100 \text{ см} = 320000 \text{ см}; \quad 4,5 \text{ м} = 4,5 \cdot 100 \text{ см} = 450 \text{ см}.$$

Шумо 4,7 дм, 6,3 м ва 9,4 км-ро бо см-ҳо ифода кунед.

2). Агар 450 дм, 45 дм, 4,7 дм, 8,3 м ва 6 см дода шуда бошад, онҳоро ин тавр бо км-ҳо ифода мекунем: 45 дм =

$$(45:10) \text{ м} = 4,5 \text{ м} = (4,5:1000) \text{ км} = 0,0045 \text{ км}$$

$$450 \text{ дм} = (450:10) \text{ м} = 45 \text{ м} = (45:1000) \text{ км} = 0,045 \text{ км}.$$

$$4,7 \text{ дм} = (4,7:10) \text{ м} = 0,47 \text{ м} = (0,47:1000) \text{ км} = 0,00047 \text{ км}.$$

$$8,3 \text{ м} = (8,3:1000) \text{ км} = 0,0083 \text{ км}; \quad 6 \text{ см} = (6:10) \text{ дм} = 0,6 \text{ дм}$$

$$= (0,6:10) \text{ м} = 0,06 \text{ м} = (0,06:1000) \text{ км} = 0,00006 \text{ км}$$

Шумо 370 дм; 48 дм; 0,6 дм; 780 м; 9,4 м; 820 см; 15000 см; 4 см ва 5 мм-ро бо км-ҳо ифода кунед.

3) Агар $6\frac{7}{8}$ мм дода шуда бошад, онро ин тавр бо км ифода кардан мумкин аст: 1 км = 1000 м = 10000 см, пас;

$$6\frac{7}{8} \text{ мм} = \frac{55}{8} \cdot \frac{1}{100000} \text{ км} = \frac{55}{800000} \text{ км} = \frac{11}{160000} \text{ км}.$$

Шумо $5\frac{6}{7}$ мм, $8\frac{4}{3}$ дм, $9\frac{1}{5}$ м, 450 мм, $4\frac{3}{8}$ м, $9\frac{3}{10}$ см-ро бо км-ҳо ифода кунед.

САВО.ҶО БАРОИ САИҚИШ

1. Кадом мафҳумҳои геометриро таъриф додан шарт нест? Евклид дар бораи онҳо чӣ гуфта буд?
2. Евклид кист ва кадом китобро навиштааст?
3. Калимаи геометрия чӣ маъно дорад?
4. Геометрия аз чанд қисм иборат аст?
5. Аз ду нуқта чанд хати рост мегузарад?
6. Ду хати рост чанд ҳолати ҷойгиршавӣ доранд?
7. Чӣ гуна хатҳои ростро параллел меноманд? Онҳоро дар кучо дидан мумкин аст?
8. Чӣ гуна хатҳои рост бурандаанд?
9. Хати рост ҳамвориро ба чанд қисм ҷудо мекунад ва ҳар як қисмаш чӣ ном дорад?

10. Нур чист? Ҳангоми тасвир нурро аз хати рост чӣ тавр фарқ мекунанд?
11. Нурҳо чанд ҳолати ҷойгиршавӣ доранд? Ҳамаи ҳолатҳоро тасвир намоед?
12. Порча чист? Намудҳои ишораи порча чӣ гунаанд?
13. Н. И. Лобачевский кӣ буд?
14. Аз аҷдоди гузаштаи мо, киҳо доир ба геометрия асарҳо эҷод кардаанд?
15. Воҳидҳои дарозӣ, кадоманд ва кадомаш эталони дарозӣ мебошад?
16. Шумо дар бораи хат чӣ медонед, хатҳо чанд намуд доранд?
17. Сатҳ чист? Доир ба сатҳ мисол оваред.
18. Ду порча чанд ҳолати ҷойгиршавӣ доранд? Онҳоро тасвир намоед.
19. Дарозиро ба воситаи кадом асбобҳо чен менамоянд?
20. Хосиятҳои асосии дарозӣ кадомҳоянд?
21. Аксиома чист?
22. Теорема ва исбот чист?
23. Таъриф чи гуна мулоҳиза (ҷумла) аст?
24. Шумо кадом шаклҳои геометриро медонед?
25. Агар як нуқта дар байни ду нуқтаи дигар воқеъ бошад, онро чӣ тавр тасвир менамоянд?

МАСЪАЛАҲО

1. Дар ҳамворӣ 4 нуқтаи А, В, С, D-ро интихоб кунед. Аз ин нуқтаҳо чанд хати рост мегузарад? Чанд порчаҳо ҳосил мешаванд, ки нӯғҳояшон ҳамин нуқтаҳо бошанд.

Ҳал:

Пеш аз ҳама ҳолатҳои ҷойгиршавии нуқтаҳоро муайян мекунем.

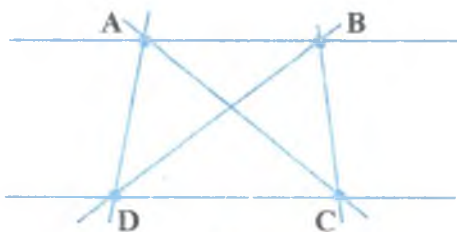
1) Чор нуқтаи А, В, С, D метавонанд ҳамчун шаванд, он гоҳ онҳо як нуқтаро тасвир мекунанд. Аз нуқта хати рости миқдораш бешумор мегузарад ва ягон порча ҳосил намешавад.

2) Чор нуқта метавонад сегоҳӣ: а) А, В, С дар як хати рост ва D берун аз он; б) А, С, D дар як хати рост, В берун аз он; в) В, А, D дар як хати рост, С берун аз он хобад. Ҳамагӣ 4 хати рост ва 6 порча ҳосил мешавад.



Расми 32

1) Аз чор нукта ҳеҷ кадом аз сетоаш дар хати рост намехобад. Дар ин ҳолат 6 хати рост ва 6-порча ҳосил мешавад.



Расми 33

4) Ҳар чор нукта метавонанд, дар як хати рост хобанд. Дар ин ҳолат як хати рост ва 6 порча ҳосил мешавад.



Расми 34

Ҷавоб: Аз 4 нукта ё як, ё чор, ё шаш, ё бешумор хатҳои рост мегузаранд. Аз 4-нукта (агар ҳамчоя нашаванд) 6 порчаҳои AB , AD , AC , BC , ва CD тартиб додан мумкин аст.

Оё мо масъаларо пурра ҳал кардем. Ба фикри шумо боз кадом ҳолатҳои дигар ҷой доштаниш мумкин аст?

Агар шумо ҳалли масъаларо фаҳмида бошед, онро барои мавридҳои зерин иҷро намоед:

а) барои 3-нукта; б) барои 5-нукта; в) барои 6- нукта; г) барои 10-нукта.

2. Дар ҳамворӣ: а) се хати рост; б) чор хати рост; в) панҷ хати рост; г) даҳ хати ростро бо тарзҳои гуногун кашед. Онҳо дар чанд нукта ҳамдигарро мебуранд?

3. Хати рости a ва се нуктаҳои A , B , C , дода шудаанд. Нуктаҳо нисбат ба ин хати рост дар кадом нимҳамвории ҷойгир мешаванд? Кадом порчаҳо хати ростро мебуранд?

(Ҳамчояшавии нуқтаҳоро ба эътибор нагиред).

Ҳал: Ҳолатҳои зерин имконпазир аст.

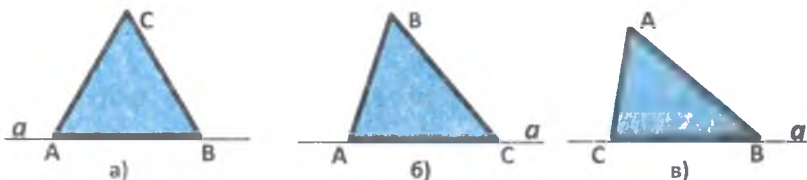
1). Нуқтаҳои А, В, С дар як хати рости a меҳобанд.



Расми 35

Се порчаи АВ, ВС, АС ҳосил мешавад. Ҳар се порчаҳо дар сарҳади нимҳамвориҳо меҳобанд. Ҳар се порча дар хати рости a ҷойгиранд.

2). Ду нуқта дар хати рости a ва яктоаш берун аз он меҳобанд.

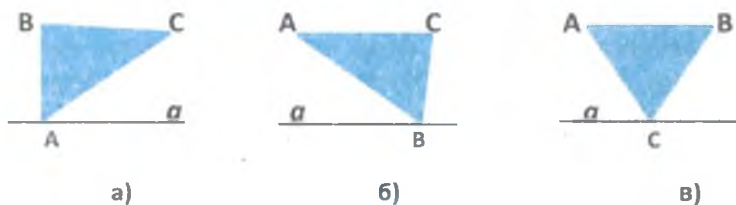


Расми 36

Як нуқта дар нимҳамворӣ ва дутоаш дар сарҳади нимҳамвориҳо меҳобанд. Се порчаи АВ, АС, СВ ҳосил мешавад.

Як порча дар хати рости a ҷойгир аст. Дутоаш бо хати рости a яктогӣ нуқтаи умумӣ доранд.

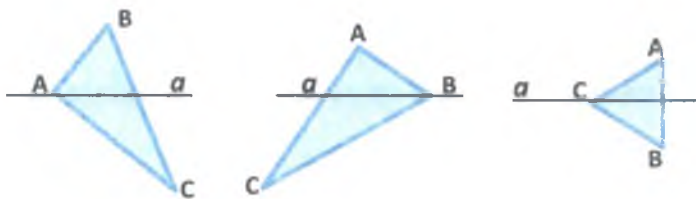
3). Як нуқта дар хати рости a ва дутоаш дар як нимҳамворӣ меҳобанд.



Расми 37

Се порча ҳосил мешавад, ҳар сеаш дар як нимҳамворӣ ҳобида ду порча ба хати рости a нуқтаи умумӣ доранд.

4). Як нуқта дар хати рости a ва дутои дигараш дар нимҳамвориҳо гуногун меҳобанд.



Се порча ҳосил мешавад. Яктоаш хати рости a -ро бурида, дутоаш бо ин хати рост нуғи умумӣ доранд.

5) Ҳар се нуқта дар як нимҳамворӣ меҳобанд.



Расми 39

Се порча ҳосил мешавад, ки ҳеҷ кадомашон хати ростро намебуранд.

Ба фикри шумо боз кадом ҳолат носанчида монд, он ҳолатро ёбед ва расмҳои мувофиқро кашед.

4. Хати рости a -ро дар ҳамворӣ созед. Тасаввур кунед, ки ин роҳи мошингард бошад; а) чор; б) панҷ бино сохтан лозим аст. Ҳар ду биноро роҳи пиёдагард пайваст мекунад. Як тарафи роҳро чап, дигарашро рост ҳисобед. Кадом вақт роҳи пиёдагарди байни биноҳо бо роҳи мошингард бурида мешавад? Дар кадом ҳолат роҳи пиёдагард ба роҳи мошингард параллел шуда метавонад?

5. Дар канори роҳи мошингард: а) панҷ; б) чор; в) шаш симчӯб шинонидаанд. Чанд порчаи сими ин симчӯбҳоро пайвасткунанда лозим аст? (Ҳар порчаи сим фақат ду симчӯбро пайваст мекунад). Агар симчӯбҳо ранги гуногун дошта бошанд, он гоҳ онҳо бо чанд тарз ҷойгир мешаванд? Дар ҳар ҳолат кадом симчӯб дар байн меҳобад?

6. Канорҳои дарё параллел мебошанд. Дар ду канори дарё: а) се, б) чор; в) панҷ; г) шаш дарахтро ба чанд тарз шинондан мумкин аст? Агар ҳар ду дарахтро бо сим пайваст кунем, чанд порчаи сим лозим аст?

7. Хати рости p ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ ҷудо мекунад. Чор нурро, ки ибтидояшон дар хати рости p воқеъ аст, барои ҳолатҳои гуногун тадқиқ намоед. Дар кадом ҳолат нурҳо ҳамсамт, гуногунсамт, муқобилсамт ва пуркунандаи якдигар мешаванд?

Ҳал: 1) Ҳар чор нур дар хати рости p меҳобанд.



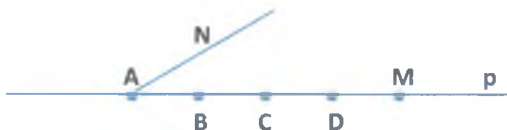
Нурҳои AM , BM , CM , ва DM ҳамсамтанд. Ҳеч кадомашон муқобилсамт ва пурқунанда нестанд.



Расми 41

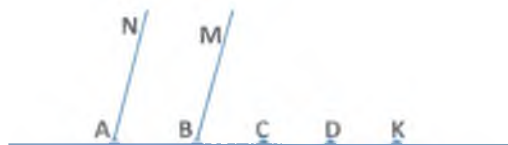
Нурҳои AM ва AN муқобилсамт ва пурқунанда, нурҳои BM ва BN муқобил ва пурқунанда, нурҳои AM ва BN муқобилсамт мебошанд.

2). Се нур дар хати рости p ва яктояш дар нимҳамворие хобида, ибтидояш дар хати рости p ҷойгир аст.



Расми 42

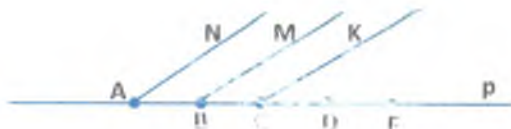
Нури AN нисбат ба нурҳои BM , CM ва DM гуногунсамт буда, нурҳои BM , CM , DM ҳамсамтанд.



Расми 43

4). Нурҳои AN ва BM ё ҳамсамт ё гуногунсамт, нурҳои CK ва DK метавонанд ҳамсамт бошанд. Нури AN бо CK , нури BM ва DK гуногунсамт мебошад. (расми 43)

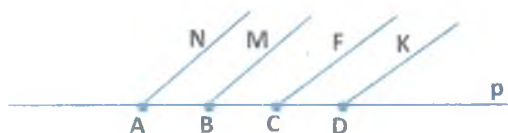
5). Нурҳои AN , BM ва CK дар як нимҳамворӣ, нури DF дар хати рости p меҳобад.



Расми 44

Нурҳои AN , BM ва CK метавонанд ҳамсамт бошанд. Баъзан дутоаш ҳамсамт шуда метавонанд. Нурҳои AN , BM , CK бо нури DF гуногунсамтанд. (расми 44)

б) Ҳар чор нур дар як нимҳамворӣ меҳобанд.



Расми 45

Нурҳо бо тарзҳои гуногун ҳамсамт ё гуногунсамт мебошанд.

Дар ин ҷо қисми ҳал нишон дода шудааст. Шумо ҳалро давом диҳед ва ба охир расонед.

8) Се нурро дар ҳамворӣ дар ҳолатҳое созад, ки дар хати рости p нахобанд. Дар кадом ҳолат: 1) онҳо дар як нимҳамворӣ меҳобанд. 2) нурҳо ба хати рости p нуқтаи умумӣ доранд, агар ҳеч кадоми онҳо ҳамҷоя нашаванд?

9. Нуқтаҳои A , B , C , D дар ҳамворӣ меҳобанд. Агар $AB=3$ см, $BC=4$ см, $CD=5$ см, $AC=7$ см бошанд, дар кадом ҳолат ҳар чор нуқта дар як хати рост меҳобад?

Ҳал: Нуқтаҳои A , B , C дар як хати рост меҳобанд, зеро $AC=AB+BC$ мебошад, $AB+BC=3\text{см}+4\text{см}=7\text{см}=AC$. Барои он ки нуқтаи D дар ин хати рост ҳобад, бояд $AB+BC+CD=3\text{см}+4\text{см}+5\text{см}=12\text{см}$ бошад.



Расми 46

10. Масъалаи болоро барои мавриди чор нури ибтидоҷшон дар хати рости p набуда ҳал кунед.

11. Дар кадом ҳолат се нуқтаи A , B , C дар як хати рост меҳобанд ва кадомаш дар байни дутои дигараш меҳобад, агар:

а) $AB=5$ см, $BC=2$ см, $AC=7$ см; б) $AB=4,3$ дм, $BC=1,7$ дм, $AC=6$ см; в) $AB=10$ см, $BC=3$ см, $AC=7$ см; г) $AB=6$ мм, $BC=8$ см, $AC=6$ мм бошад?

12. Чор нуқтаро ихтиёрӣ дар як хати рост қайд кунед.

Нуктаҳо бо тартиби А, В, С, D гиред. Масофаҳои АВ, ВС, CD-ро бо хаткашак чен кунед. Дурустии баробариҳои зеринро санҷед: а). $AC=BC+AB$; б). $BD=BC+CD$; в). $AD=AB+BC+CD$; г). $AD=AB+BD$; д). $AD=AC+CD$.

13. Чор нуктаро тарзе гузоред, ки дар як хати рост наҳабанд. Порчаҳои АВ, ВС, CD, AC ва BD-ро чен карда, дурустии нобаробариҳои зеринро санҷед: а) $AD < AC+CD$; б) $AD < AB+BC+CD$; в) $BD < BC+CD$; г) $AD < AC+CD$.

14. Агар порчаи $AD=2\text{см}$ бошад, порчаҳои зеринро созед: а) $AB=2 \cdot AD$, б). $AC=3 \cdot AD$, в). $AM=8 \cdot AD$, г) $AE=2,5 \cdot AD$

15. Порчаи $AD=20\text{см}$ аст. Порчаҳои зеринро созед:

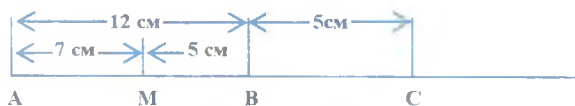
$$AB = \frac{1}{2}AD, \quad AC = \frac{2}{5}AD, \quad AM = \frac{4}{5}AD.$$

16. Порчаи $MN=10\text{см}$ аст. Порчаҳои зеринро созед: $MA=0,4 MN$; $MB=1,5 MN$; $MC=0,8 MN$.

17. Масофаи байни шаҳрҳои Душанбе ва Кӯлоб 200 км аст. Ин масофаро аввал ба м, баъд бо дм, сипас бо см ва дар охир бо мм ифода кунед.

18. Порчаи $AB=12\text{ см}$ ва $BC=5\text{ см}$ аст. Порчаҳои $AB+BC$ ва $AB-BC$ -ро созед.

Ҳал:



Расми 47

Ба расми 47 нигаред

$$AC=AB+BC=12\text{см}+5\text{см}=17\text{см}.$$

$$AM=AB-BC=AB -BM=12\text{см}-5\text{см}=7\text{см}.$$

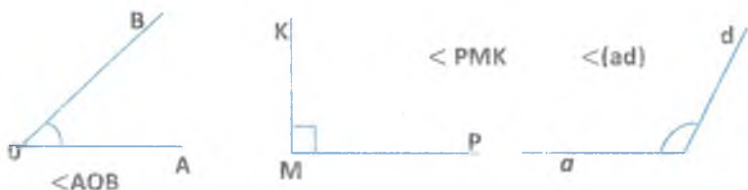
19. Порчаҳои АВ ва ВС дода шудаанд. Порчаҳои $AB+BC$, $AB-BC$, $2(AB+BC)$, $3(AB-BC)$, $\frac{2}{5}(AB+BC)$, $25(AB-BC)$ -ро созед, агар:

а) $AB=2\text{см}$, $BC=4\text{см}$. б) $AB=4\text{см}$, $BC=3\text{см}$.

в) $AB=5\text{см}$, $BC=3\text{см}$. г) $AB=\frac{2}{5}\text{дм}$, $BC=\frac{1}{2}\text{дм}$ бошад.

ФАСЛИ II
КУНЧҶО ВА ЧЕН КАРДАНИ КУНЧҶО
§1. КУНЧ

1. Мафҳуми кунҷ. Шумо ба гӯшаҳои дафтар, миз, фарши хона, ду роҳи росте, ки аз як истгоҳ мебароянд, нигаред. Агар онҳоро хаттӣ тасвир кунем, яке аз шаклҳои расми 48-ро доранд.



Расми 48

Дар ин расмҳо ду нуруро мебинед, ки аз як нуқта мебароянд, онҳо кунҷро ташкил мекунанд.

Таъриф. Шакле, ки аз ду нури гуногуни нуқтаи ибтидоияшон умумӣ ташкил ёфтааст, кунҷ номида мешавад.

Ибтидои нуруҳо қуллаи кунҷ, худи нуруҳо тарафҳои кунҷ мебошанд. Дар расми 49 (а) нуқтаи O қуллаи кунҷ, нуруҳои OA ва OB тарафҳои кунҷ мебошанд. Кунҷҳоро бо се ҳарфи калони алифбои лотинӣ, ки ҳарфи мобайнӣ ишораи қуллаи кунҷ ва ду ҳарфи дигар ишораи тарафҳои кунҷ мебошанд, ишора мекунанд.

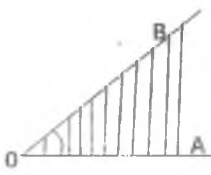
Масалан:

$\angle AOB$ -“кунҷи AOB ”, $\angle PMK$ -“кунҷи PMK ”. Баъзан кунҷҳоро бо як ҳарф, ки қуллаи кунҷ аст ё бо ду ҳарфи хурде, ки онҳо нуруҳои тарафҳои кунҷ мебошанд, ишорат мекунанд.

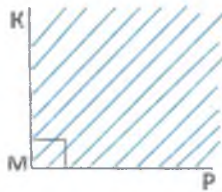
Масалан: $\angle O$, $\angle M$ ё $\angle (ab)$

Кунҷ, ҳамвориро ба ду қисм ё соҳа ҷудо мекунад. Кунҷҳоро дар амалия бо ду порчаи симе, ки аз як нуқта мебароянд, месозанд. Аксар вақт ҳангоми аз варақ, тахта ё моддаи дигар сохтани кунҷ қисми ҳамвории байни нуруҳо нигоҳ медоранд. Кунҷҳои дар расми 48 тасвирёфта ва таърифи дар боло баёншуда барои кунҷҳои хаттианд.

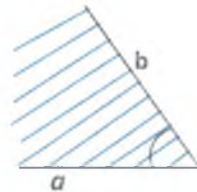
2. Қисми ҳамворие, ки бо ду нури аз як нуқта бароянда маҳдуд аст, кунҷи ҳамвор ном дорад.



а)



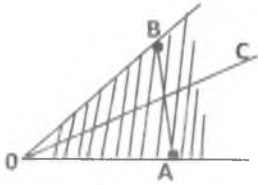
б)



в)

Расми 49

Агар ягон нур аз қуллаи кунҷ гузашта дар доҳили он ҳобад, онро нури доҳилии кунҷ мегӯянд. Агар ягон порча, ду нуқтаи тарафҳои гуногуни кунҷро пайваस्त кунад, нури доҳилии кунҷ ин порчаро мебурад. Дар кунҷи АОВ нури ОС нури доҳилии кунҷ мебошад, вай порчаи АВ-ро мебурад ва кунҷро ба ду қисмҳо ҷудо мекунад (расми 50).

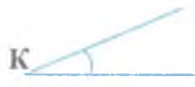
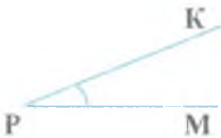


г)

Расми 50

МАСЪАЛАҲО.

Ба расми 51 нигаред ва ба воситаи ишораҳо кунҷҳоро нависед.



Расми 51

2. Кунҷҳои зеринро созед ва ҳарфҳои мувофиқро гузоред:
 $\angle MOK$, $\angle EOF$, $\angle A$, $\angle D$, $\angle(ab)$, $\angle(mn)$.

3. Кунҷи МАК-ро созед ва дар он нури доҳилии АС-ро гузаронед. Кунҷҳои ҳосилшударо номбар кунед.

4. Кунҷи АВС-ро сохта, дар он нурҳои доҳилии ВD ва ВE-ро созед, ишораҳоро гузошта кунҷҳои ҳосилшударо номбар кунед.

5. Дар як нимҳамворӣ аз як нуқтаи сарҳади чор нурро созад, ишорахоро гузошта кунҷҳои ҳосилшударо номбар намоед.

6. Ду хати ростӣ бурӯндаро кашед. Кунҷҳои ҳосилшударо номбар кунед.

§2. КУНҶИ КУШОД МУКОИСА КАРДАНИ КУНҶО

1. **Кунҷи кушод.** Ба расми 52 нигаред. Шумо кунҷи AOA_1 -ро мебинед. Нуқтаи O -қуллаи кунҷ, нурҳои OA ва OA_1 нурҳои пурқунандаи якдигар буда, тарафҳои кунҷ мебошанд. Кунҷи AOA_1 кунҷи кушод аст.



Расми 52

Таъриф. Кунҷе, ки тарафҳояш нурҳои пурқунандаи якдигаранд, кунҷи кушод ном дорад.

2. **Муқоисаи кунҷҳо.** Дар расми 53 шумо кунҷҳои AOB ва $\text{A}_1\text{O}_1\text{B}_1$ -ро мебинед.



Расми 53

Кунҷҳоро ин тавр муқоиса мекунанд. Яке аз кунҷҳоро аз қоғаз бурида ҷудо мекунем. Нури O_1A_1 -ро ба нури OA аз ибтидояшон ҳамҷоя мекунем. Кунҷи $\text{A}_1\text{O}_1\text{B}_1$ -ро дар нимҳамворие, ки кунҷи AOB воқеъ аст, ҷойгир мекунем. Агар нури O_1B_1 бо нури OB ҳамҷоя шавад, кунҷҳои AOB ва $\text{A}_1\text{O}_1\text{B}_1$ низ ҳамҷоя мешаванд.

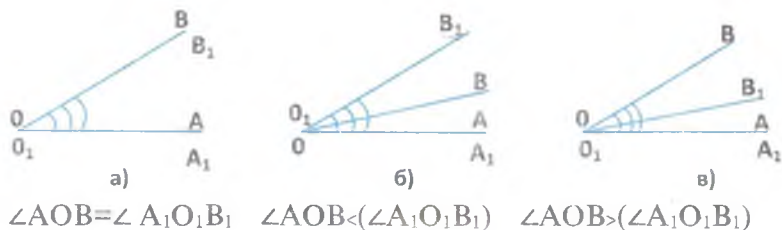
Таъриф. Ду кунҷе, ки ҳангоми болои ҳам гузоштан ҳамҷоя мешаванд, кунҷҳои баробар ном доранд.

Ҳангоми болои ҳам гузоштани ду кунҷи AOB ва $\text{A}_1\text{O}_1\text{B}_1$, аввал нурҳои OA ва O_1A_1 ҳамҷоя мекунем, дар ин ҳолат агар:

1). нури OB ба нури O_1B_1 ҳамҷоя шавад, он гоҳ $\angle \text{AOB} = \angle \text{A}_1\text{O}_1\text{B}_1$ мешавад (расми 54, а).

2). нури OB нури дохилии кунчи $A_1O_1B_1$ бошад, он гоҳ $\angle AOB < (\angle A_1O_1B_1)$ мешавад (расми 54, б).

3). нури O_1B_1 нури дохилии кунчи AOB бошад, он гоҳ $\angle AOB > (\angle A_1O_1B_1)$ мешавад (расми 54, в).



Расми 54

3. Градус. Чен кардани кунҷо. Кунҷи кушодро ба воситаи гузаронидани нури дохилӣ ба 180 ҳиссаи баробар тақсим мекунамд. Дар натиҷа кунҷе ҳосил мешавад, ки бузургиаш 1° (як градус) ҳисоб карда мешавад.

Таъриф. *Аз 180 як ҳиссаи кунҷи кушодро як градус меноманд, яъне $1^\circ = \frac{1}{180}$ ҳиссаи кунҷи кушод мебошад.*

Бузургии кунҷи кушод ба 180° баробар аст.

Барои чен кардани кунҷо ғайр аз градус боз аз дақиқаҳо ва сонияҳо низ истифода мебаранд: **1 (як дақиқа) $= \frac{1}{60}$ ё $1^\circ = 60'$.**

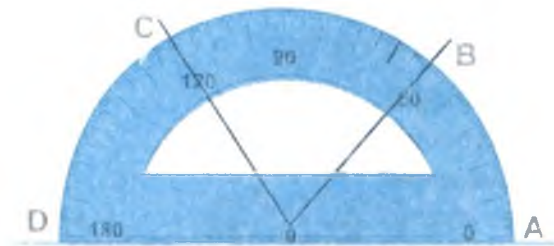
$$1'' \text{ (як сония)} = \frac{1}{60} \cdot 1' = \frac{1}{3600} \cdot 1^\circ \text{ ё } 1^\circ = 60' = 3600''.$$

$$\text{Мисол: } 5^\circ = 5 \cdot 60' = 300 \cdot 60'' = 18000''$$

Кунҷҳои зеринро бо дақиқа ва сонияҳо ифода намоед:
 4° ; 30° ; 60° ; 2.5° ;

Кунҷҳоро бо ёрии асбобе, ки кунҷченкунак (транспортир) ном дорад, чен мекунамд.

$$\begin{aligned} \angle AOB &= 50^\circ \\ \angle BOC &= 70^\circ \\ \angle AOC &= 120^\circ \\ \angle COD &= 60^\circ \end{aligned}$$



Расми 55

5. Аксиомаи чен кардани кунҷҳо

Ба ҳар як кунҷ бузургии мусбате мувофиқ меояд, ки се шарти зеринро қаноат мекунонад:

- 1). Кунҷҳои баробар ченаки градусии баробар доранд.
- 2). Агар кунҷ ба воситаи нурҳои дохилӣ ба кунҷҳое ҷудо шуда бошад, ки нуқтаҳои дохили умумӣ надошта бошанд, он гоҳ бузургиаш ба суммаи бузургиҳои градусии қисмҳои баробар аст.
- 3). Бузургии кунҷи кушод ба 180° баробар аст.

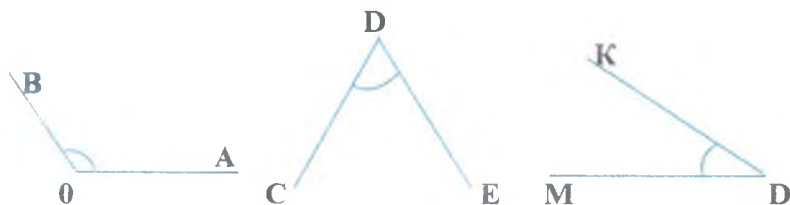
МАСЪАЛАҲО.

1. Кунҷи кушодро ба воситаи нурҳои дохилӣ ба се кунҷ ҷудо намоед. Ба воситаи кунҷченкунак он кунҷҳоро чен карда, суммашонро ёбед.

2. Бо ёрии кунҷченкунак кунҷҳои дафтаратонро чен кунед.

3. Бо ёрии кунҷченкунак кунҷҳои бузургиашон: 20° , 30° , 45° , 90° , 120° , 130° , 150° -ро созед.

4. Кунҷҳои дар расм тасвирёфтаре чен кунед (расми 56).



Расми 56

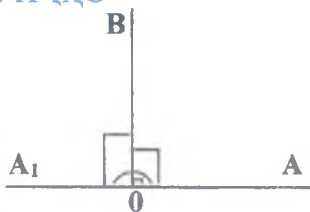
5. Ду хати рости бурандаро созед. Ҳар чор кунҷи ҳосилшударо чен кунед, суммаи онҳоро ёбед.

6. Бо назардид кунҷи кушодро аввал ба ду, сипас ба чор ва баъд ба шаш қисми баробар тақсим намоед. Кунҷҳои ҳосилшударо чен карда ба ҳам муқоиса кунед.

7. Ду хати рости параллелро сохта, онҳоро бо хати рости сеюм буред. Ҳашт кунҷи ҳосилшударо чен карда ба ҳам муқоиса намоед.

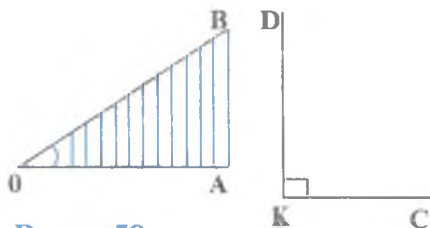
§3. НАМУДҲОИ КУНҶҲО

1. **Кунҷи рост.** Ба расми 57 нигаред. Дар ин расм $\angle AOB$ ва кунҷи кушоди $\angle AOA_1$ тасвир ёфтаанд. Кунҷи AOB кунҷи рост мебошад. Агар онро бо кунҷи кушод муқоиса кунем, нисфи онро ташкил медиҳад.



Расми 57

Таъриф. Нисфи кунҷи кушодро кунҷи рост меноманд. Бузургии кунҷи рост ба 90° баробар аст.



Расми 58

Ба кунҷи рост дар ҳаёт вохӯрдан мумкин аст. Кунҷҳои сатҳи миз, кунҷҳои варақ ва дафтар, кунҷҳои девори хона ва ғайра мисоли кунҷҳои ростанд. Як кунҷи кушод ба ду кунҷи рост баробар аст. Дар расми 57 $\angle AOA_1 = \angle AOB + \angle BOA_1 = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ аст. Ба тариқи дигар, $\angle AOA_1 = 2 \cdot \angle AOB$ – мебошад.

2. Кунҷи тез. Кунҷҳои дар расми 58 тасвирёфтаре мушоҳида намоед. Ба осонӣ пай бурдан мумкин аст, ки $\angle AOB$ аз кунҷи рости $\angle AOC$ хурд аст. Кунҷи $\angle AOB$ кунҷи тез мебошанд.

Таъриф. Кунҷе, ки аз кунҷи рост хурд аст, кунҷи тез номида мешавад. Бузургии кунҷи тез аз 0° то 90° мебошад.

Кунҷҳои бузургиашон 1° , 5° , 20° , 30° , 45° , 60° , 75° , 89° , мисоли кунҷҳои тез мебошад.

3. Кунҷи кунд. Ба расми 59 нигаред. Он ҷо се кунҷ: яке рост, дигаре кушод ва дар байн кунҷи $\angle AOB$ -ро мебинед. Кунҷи $\angle AOB$ аз кунҷи рост калон буда, аз кунҷи кушод хурд аст. $\angle AOB$ кунҷи кунд мебошанд.



Расми 59

Таъриф. Кунҷе, ки аз кунҷи рост калону аз кунҷи кушод хурд аст, кунҷи кунд ном дорад. Бузургии кунҷи кунд аз 90° калону аз 180° хурд аст.

Ҳамин тариқ, кунҷҳо 4 намуд доштаанд: кунҷи кушод, кунҷи рост, кунҷи тез ва кунҷи кунд.

МАСЪАЛАҲО

1. Аз кунҷҳои зерин кадомаш тез ва кадомаш кунд аст: 40° ; 150° ; 127° ; 89° ; 5° ; 36° ; 91° ; 189° ; 112° ; 30° ; 70° ; 120° ; ?

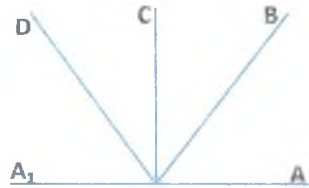
2. Бо ёрии хаткашак кунҷҳои зеринро созед: $\angle AOB$ -кунҷи тез; $\angle CVP$ -кунҷи кунд; $\angle DEP$ -кунҷи кушод.

3. Агар кунҷҳои AOB ва BOC тез бошанд, кунҷи $\angle AOB + \angle BOC$ -ро чен карда кунҷи калонро ёбед.

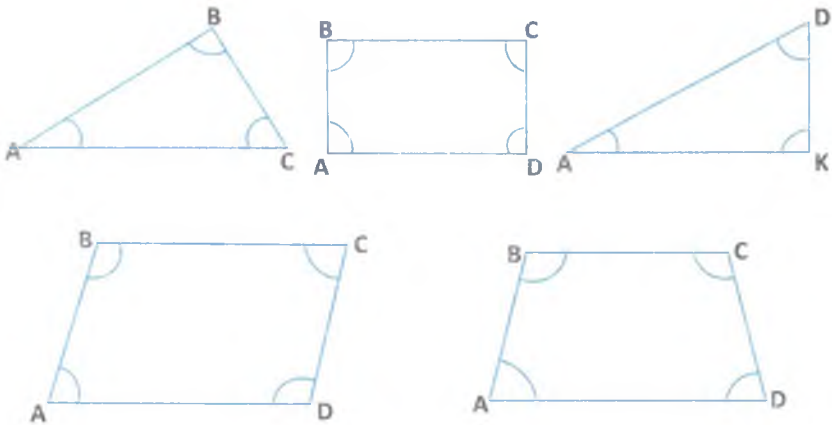
4. Кунҷи кунди AOB -ро созед. Кунҷи BOC -ро тарзе созед, ки $\angle AOC = \angle AOB - \angle BOC$ шавад. Бо кунҷченкунак кунҷҳоро чен карда, дурустии баробариро санҷед.

5. Дар расми 60 якчанд кунҷ тасвир ёфтаанд. Аз ин кунҷҳо кадомаш рост, кадомаш кунд ва кадомаш кушод аст.

6. Дар расми 61 якчанд шакли геометрӣ тасвир ёфтаанд. Кунҷҳои ҳар як шаклро чен карда суммаи онҳоро ёбед.

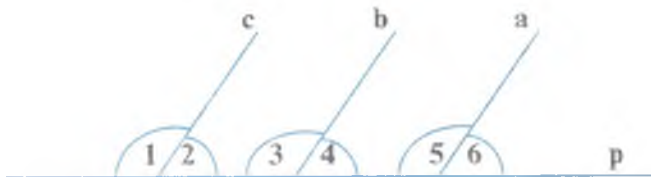


Расми 60



Расми 61

8. Ба расми 62 нигаред. Кунҷҳои 1, 2, 3, 4, 5 ва 6-ро чен карда бо ҳам муқоиса намоед. Бузургии $\angle 1 + \angle 2$, $\angle 3 + \angle 4$, $\angle 5 + \angle 6$ -ро ёбед.



Расми 62

Агар нурҳои **a**, **b**, **c** ҳамсамт бошанд, онҳо бо хати рости **p**, ки аз ибтидояшон мегузарад, чӣ гуна кунҷоро ташкил медиҳанд?

9. Ба расми 63 нигаред. Суммаи кунҷҳои 1, 2, 3, 4-ро ба воситаи кунҷченкунак



Расми 63

чен карда ёбед. Агар ду хати рост дар як нуқта бурида шаванд, чанд кунҷ ҳосил мешавад, аз онҳо бузургҳои кадомашон баробар аст. Суммаи кунҷҳои ҳосилшуда ба чанд градус баробар аст?

10. Кунҷи 150° -ро созад, онро ба ду кунҷ ҷудо кунед, ки яқояш рост ва дигараш тез бошад.

11. Кунҷи 75° -ро созад, онро то кунҷи 120° пурра намоед.

§4. КУНҶҲОИ ҲАМСОЯ ВА АМУДӢ (ВЕРТИКАЛӢ)

1. Кунҷҳои ҳамсоя. Ба расми 64 нигаред. Дар он шумо кунҷҳои AOB ва BOC -ро мебинед. Онҳо як тарафи умумии OB -ро доранд. Тарафҳои OA ва OC нурҳои пуркунандаи якдигаранд. Ҳар дуи ин кунҷҳо дар якҷоягӣ кунҷҳои ҳамсояро ташкил медиҳанд.



Расми 64

1. Таъриф. Ду кунце, ки як тарафи умумӣ дошта, тарафҳои дигарашон нурҳои пуркунандаи якдигаранд, кунҷҳои ҳамсоя номида мешаванд.

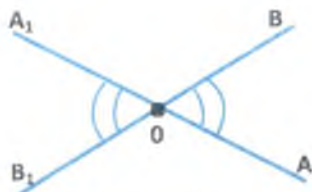
Теорема. Суммаи кунҷҳои ҳамсоя ба 180° баробар аст.

Исбот. Ба расми 64 нигаред.

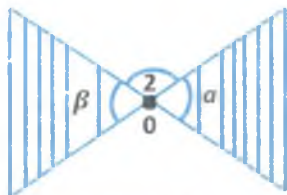
$$\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC = 180^\circ.$$

Кунҷи АОС кунҷи кушод буда, кунҷҳои АОВ ва ВОС кунҷҳои ҳамсояанд.

2. Кунҷи амудӣ. Ба расми 65 нигаред. Дар он шумо кунҷҳои АОВ ва A_1OB_1 -ро мебинед. Ҳар дуи онҳо дар якҷоягӣ кунҷҳои амудӣ (вертикалӣ) мебошанд. Тарафҳои ОА ва ОВ-и кунҷи АОВ, мувофиқан нурҳои пуркунандаи тарафҳои OA_1 ва OB_1 -и кунҷи A_1OB_1 мебошанд.



Расми 65



Расми 66

Таъриф. Ду кунце, ки тарафҳои онҳо нурҳои пуркунандаи якдигаранд, кунҷҳои амудӣ номида мешаванд.

Дар расми 65 кунҷҳои BOA_1 ва AOB_1 кунҷҳои амудӣ мебошанд. Дар расми 65 ҳамаи кунҷҳои бо ҳам амудиро номбар кунед.

Теорема. Кунҷҳои амудӣ баробаранд.

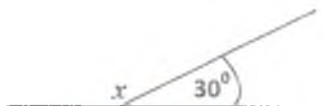
И с б о т. Ба расми 66 нигаред. Дар ин расм кунҷҳои α ва β амудӣ буда, $\angle 2$ ба ҳар кадоми онҳо ҳамсоя мебошад:

$$\alpha + \angle 2 = 180^\circ \text{ ва } \angle 2 + \beta = 180^\circ. \text{ Аз ин ҷо } \alpha + \angle 2 = \angle 2 + \beta \text{ ё } \alpha = \beta.$$

4. Биссектрисаи кунҷ. Ба расми 67 нигаред; дар он $\angle AOC$ ва нури ОВ-ро мебинед. Нури ОВ аз қуллаи кунҷ баромада, кунҷи АОС-ро ба ду кунҷҳои баробар ҷудо намудааст. Нури ОВ барои $\angle AOC$ биссектриса мебошад.



Расми 67



Расми 68

Таъриф. Нура, ки аз қуллаи кунҷ барои мада онро ба ду қисми баробар тақсим мекунад, биссектрисаи кунҷ ном дорад.

$$\angle AOB = \angle BOC = a \quad \angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 2a$$

МАСЪАЛАҲО

1. Яке аз кунҷҳои ҳамсоя 30° аст. Кунҷи дигарро ёбед.

Ҳал: Ба расми 68 нигаред, кунҷи x ва 30° кунҷҳои ҳамсояанд: $x + 30^\circ = 180^\circ$, $x = 150^\circ$

2. Кунҷи a ба: 120° ; 40° ; 80° ; 100° ; 1° ; 175° ; баробар аст. Кунҷи x ба a ҳамсоя аст. Кунҷи x -ро ёбед.

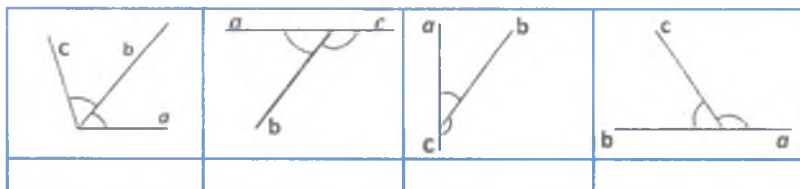
3. Кунҷҳои x ва y амудианд. Агар кунҷи x дорои қиматҳои 50° , 60° , 70° 120° бошад, қиматҳои кунҷи y -ро ёбед.

4. Кунҷи a рост ва кунҷи β ба a ҳамсоя аст, Расми мувофиқро кашед ва кунҷи β -ро ёбед.

5. Кунҷҳои a ва β ҳамсояанд. Агар кунҷи a кунд бошад, β чӣ гуна аст?

6. Кунҷҳои a ва β ҳамсояанд. Кунҷи β кунҷи тез аст, a чӣ гуна кунҷ аст?

7. Ба расми 69 нигаред. Нурали $\angle(ab)$ ва $\angle(bc)$ -ро ҳамсоя пиндошт. Оё Нурали ҳақ аст? Дар зери ҳар расм дуруст ё нодуруст будани онро нависед.



Расми 69

8. Оё кунҷҳои зерин ҳамсояанд: а) 40° ва 50° ; б) 60° ; ва 120° ; в) 1° ; ва 179° ; г) 91° ва 89° ; д) 150° ва 120° ; е) 130° ва 140° ?

9. Кунҷи AOB ба 80° баробар аст.

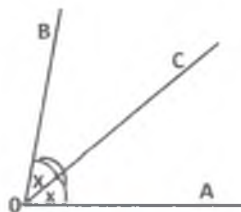
Нури OC биссектрисаи ин кунҷ аст.

$\angle AOC$ -ро ёбед.

Ҳал: Ба расми 70 нигаред.

$$\angle AOB = 80^\circ, \angle AOC = x$$

$$\angle AOC = \frac{1}{2} \cdot \angle AOB = \frac{1}{2} \cdot 80^\circ = 40^\circ$$



Расми 70

Ҷавоб: 40°

10. Дар кунҷҳои АОВ, СМК, DEP биссектрисаҳо созед, агар: $\angle AOB=120^\circ$, $\angle SMK=90^\circ$, $\angle DEP=180^\circ$ ва $\angle DAB=60^\circ$ бошад. Биссектрисаҳо кунҷҳоро ба ду қисми ҳар кадомашон β ҷудо мекунанд. Қимати β -ро ёбед.

11. Ду кунҷи ҳамсоя кашед. Дар ҳар кадом биссектриса гузаронед. Биссектрисаҳо кадом кунҷро ташкил менамоянд?

12. Се хати рост дар нуқтаи 0 ҳамдигарро мебуранд. Ба кунҷҳои ҳосилшуда рақам гузоред. Кунҷҳои амудино номбар кунед. Кадом кунҷҳо ҳамсояанд? Ҳамагӣ чанд кунҷи ғайрикушод ҳосил шуд?

13. Масъалаи 12-ро барои чор хати рост ҳал кунед.

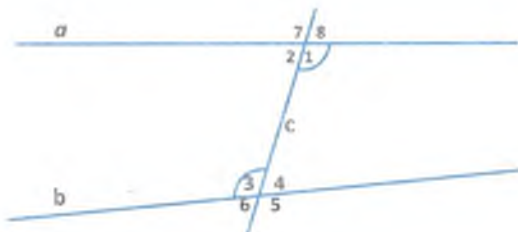
14. Агар a ва b хатҳои рости параллел ва c бурандаи онҳо бошад, ҳамагӣ чанд кунҷ ҳосил мешавад? Кунҷҳоро рақам гузоред. Кунҷҳои ҳамсоя. амудӣ ва баробарро нишон диҳед.

15. Кунҷи кушод кашед. Биссектрисаи онро созед. Дар ҳар кунҷи ҳосилшуда боз биссектриса гузаронед. Ҳамагӣ чанд кунҷ ҳосил шуд? Бузургии ҳар кунҷ ба чанд градус баробар аст? Кадом кунҷҳо ҳамсояанд?

Нишондод: Нурҳои ҳосилшударо бо ҳарфҳои a, b, c ва ғайра ишора намоед.

§5. КУНҶҲОИ ТАРАФҲОЯШОН ҲАМСАМТ КУНҶҲОИ ЧИЛЛИКӢ ВА ЯКТАРАФА АЛОМАТҲОИ ПАРАЛЛЕЛИИ ХАТҲОИ РОСТ

1. Кунҷҳои чилликӣ ва яктарафа. Ба расми 71 нигаред. Ду хати рости a ва b -ро хати рости c мебурад. Дар буриш шумо кунҷҳои 1,2,3,4,5,6,7 ва 8-ро мебинед. Кунҷи 1 ва кунҷи 3, кунҷи 2 ва кунҷи 4 кунҷҳои чилликии дохилӣ. $\angle 1$ ва $\angle 4$, $\angle 2$ ва $\angle 3$ кунҷҳои яктарафаи дохилӣ. $\angle 1$ ва $\angle 5$, $\angle 2$ ва $\angle 6$, $\angle 3$ ва $\angle 7$, $\angle 4$ ва $\angle 8$ кунҷҳои мувофиқ ном доранд.



Расми 71

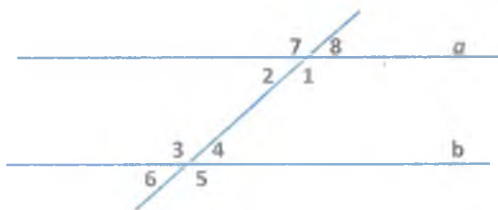
Теорема. Агар $a \parallel b$ ва c бурандаи онҳо бошад, он гоҳ:

а) Кунҷҳои ҷиллики дохили баробаранд: $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$;

б) Суммаи кунҷҳои як тарафаи дохили ба 180° баробар аст:
 $\angle 1 + \angle 4 = \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$;

в) Кунҷҳои мувофиқ баробаранд: $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 4 = \angle 8$,
 $\angle 3 = \angle 7$, $\angle 2 = \angle 6$ (расми 71).

И с б о т: Қуллаи $\angle 4$ -ро якчоя ба хати рости b қад-қад хати рости c кучонда ба қуллаи $\angle 8$ ҳамчоя мекунем. Хатҳои рости a ва b болои ҳам меафтанд. Тарафҳои дуҷони $\angle 4$ ва $\angle 8$ ҳамчоя шуда, як нуру ташкил медиҳанд. Азбаски $\angle 4$ ва $\angle 8$ пурра болои ҳам афтада ҳамчоя мешаванд, пас $\angle 4 = \angle 8$ аст.



Расми 72

Азбаски $\angle 4 = \angle 8$ буда, $\angle 1$ ва $\angle 8$ ҳамсояанд, пас $\angle 1 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 8 = 180^\circ$, $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ мешавад.

Аз тарафи дигар $\angle 2 = \angle 8$ ҳамчун кунҷҳои амудӣ буда, $\angle 4 = \angle 8$ аст, $\angle 2 = \angle 4$ мешавад.

Супоришҳо

1). Исробот кунед, ки агар $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ бошад, пас $a \parallel b$ аст (расми 72)

2). $a \parallel b$ ва c -бурандаи онҳо. Агар қимати як кунҷе, ки дар буриш ҳосил мешавад ба 30° баробар бошад, бузургии 7 кунҷи дигарро ёбед.

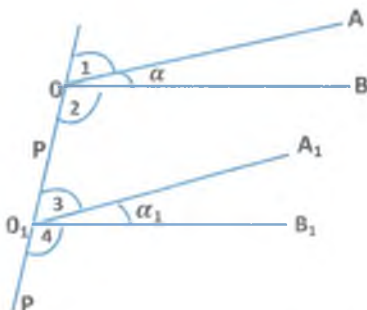
Ҳал: Ба расми 72 нигаред. Бигзор $\angle 8=30^\circ$ бошад. $\angle 6=\angle 4=\angle 2=\angle 8=30^\circ$, зеро $\angle 6$ ва $\angle 4$, $\angle 2$ ва $\angle 8$ -амудӣ буда, $\angle 2$ ва $\angle 4$ чилликӣ мебошанд. Кунҷҳои 8 ва 7 ҳамсояанд, аз ин рӯ, $\angle 7=180^\circ-30^\circ=150^\circ$ мешавад. Аз тарафи дигар, $\angle 5=\angle 3=\angle 1=\angle 7=150^\circ$ мешавад.

Ҷавоб: чорто кунҷи 30° ва чорто кунҷи 150° . Шумо масъалаи ба ин монандро дар ҳолати $\angle 1=60^\circ$ будан ҳал намоед.

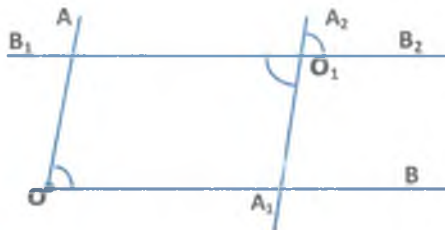
2. Кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамт. Ба расми 73 нигаред. Дар расм ду кунҷи $\angle AOB$ ва $\angle A_1O_1B_1$ кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамт мебошанд.

Теорема. Кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамт баробаранд.

И с б о т. $\angle AOB=a$ ва $\angle A_1O_1B_1=a_1$ ишора мекунем. Аз куллаи ҳарду кунҷ (O ва O_1) хати рости p -ро мегузаронем (расми 73).



Расми 73



Расми 74

$\angle 1=\angle 3$ ва $\angle 2=\angle 4$ аст, чунки онҳо кунҷҳои мувофиқанд. $\angle 1+\alpha+\angle 2=180^\circ$ ва $\angle 3+\alpha_1+\angle 4=180^\circ$. Аз ин ҷо:

$\angle 1+\alpha+\angle 2=\angle 3+\alpha_1+\angle 4$ ва $\alpha=\alpha_1 \in \angle AOB=\angle A_1O_1B_1$

Теорема. Кунҷҳое, ки тарафҳояшон муқобилсамтанд, баробар мебошанд.

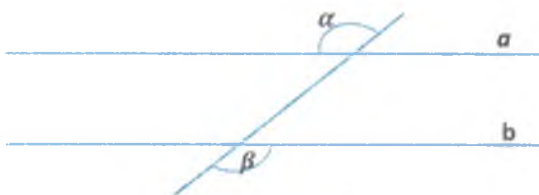
И с б о т. Азбаски дар расми 74 нурҳои OA ва O_1A_1 , OB ва O_1B_1 муқобилсамтанд, кунҷҳои AOB ва $A_1O_1B_1$ кунҷҳои тарафхояшон муқобилсамт мебошанд. Тарафҳои кунҷи $A_1O_1B_1$ -ро ба хати рост табдил дода, кунҷи ба он амудии $A_2O_1B_2$ -ро ҳосил мекунем. $\angle A_2O_1B_2$ ва $\angle AOB$ тарафҳои ҳамсамт доранд. Аз ин рӯ, онҳо баробаранд. $\angle AOB = \angle A_2O_1B_2$ ва $\angle A_1O_1B_1 = \angle A_2O_1B_2$ пас $\angle AOB = \angle A_1O_1B_2$

МАСЪАЛАҲО

1. $a \parallel b$ ва c бурандаи онҳо мебошад. Суммаи ду кунҷи ҳосилшуда 180° аст. Ҳамаи кунҷҳои ҳосилшударо ёбед.

2. Хатҳои рости a ва b -ро хати рости c мебурад (расми 75). Агар $\alpha = \beta$ бошад, исбот кунед, ки $a \parallel b$ аст.

3. Нурҳои AB ва A_1B_1 бо хати рости p кунҷҳои 30° -ро ташкил медиҳанд. Исбот кунед, ки нурҳои AB ва A_1B_1 ё ҳамсамт, ё муқобилсамтанд (A ва A_1 дар хати рости p меҳобанд).



Расми 75

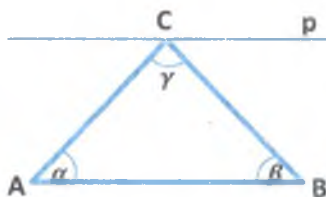


Расми 76

4. Агар нурҳои a ва b ҳамсамт буда, хати рости p аз ибтидои онҳо гузарад, исбот кунед, ки онҳо бо ин хати рост кунҷҳои баробарро ташкил медиҳанд.

5. Ба расми 76 нигаред. Маълум аст, ки $AB \parallel DC$ ва $AD \parallel BC$ мебошад. Исбот кунед, ки $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$ аст.

6. Дар расми 77 секунҷаи ABC тасвир шудааст. Хати ростии $p \parallel AB$ аст. Иббот кунед, ки $a + \beta + \gamma = 180^\circ$ аст.



Расми 77

7. Се хати ростии a, b, c параллеланд. Хати ростии p онҳоро мебурад. Дар буриш 12-то кунҷ ҳосил мешавад. Агар яке аз кунҷҳо 50° бошад, 11-то кунҷи боқимондари ёбед.

8. Аз нуқтаи А-и беруни хати ростии a хати ростии ба он параллелро созад. Хангоми сохтан аз кунҷченкунак ва хаткашак истифода баред.

Ҳал.

1). Хати ростии a ва берун аз он нуқтаи А-ро месозем.

2). Аз нуқтаи А хати ростии буррандаи АВ-ро нисбат ба a месозем. В нуқтаи буриш аст.

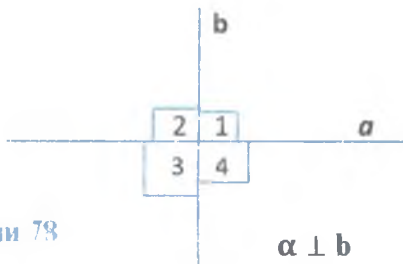
3). Кунҷи байни АВ ва хати ростии a -ро чен мекунем.

4). Аз нуқтаи А кунҷи ба он баробарро месозем, ки тарафаш нури АВ бошад.

5). Тарафи дар хати ростии АВ нахобидаро ба хати рост табдил медиҳем.

§6. ХАТҲОИ РОСТИ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

1. Мафҳуми хатҳои ростии перпендикуляр. Дар расми 78 хатҳои ростии буррандаи a ва b тасвир ёфтаанд. Чорто кунҷи 1, 2, 3 ва 4 ҳосил шудаанд. Ҳар чори онҳо, кунҷҳои ростанд, яъне $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$ мебошад.



Расми 78

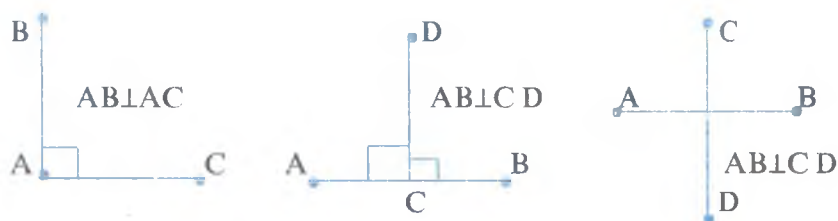
$a \perp b$

Хатҳои рости α ва β бо ҳам перпендикуляранд.

Таъриф: Ду хати росте, ки дар бурриши кунҷҳои ростро ҳосил мекунанд, хатҳои рости бо ҳам перпендикуляр номида мешаванд.

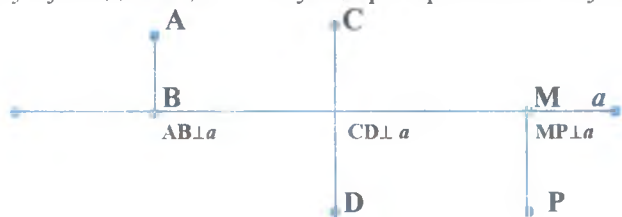
Агар α ба β перпендикуляр бошад, инро чунин менависанд: $\alpha \perp \beta$.

Теғаҳои миз, ки аз як қулла мебароянд, теғаҳои аз як қулла барояндаи дафтар, теғаҳои девор ва хатҳое, ки дар фарши хона ҷойгиранд ва аз як қулла мебароянд, мисоли хатҳои рости перпендикуляр мебошанд. Порчае, ки як нуғи умумӣ доранду кунҷи ростро ташкил медиҳанд, перпендикуляр мебошанд. (расми 79)



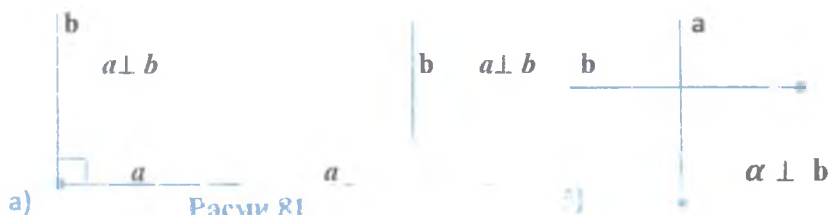
Расми 79

Порча ба хати рост перпендикуляр аст, агар бо хати рост як нуқтаи умумӣ дошта, бо он кунҷи ростро ташкил кунад (расми 80)



Расми 80

Ду нур перпендикуляранд, агар онҳо нуқтаи умумӣ дошта, кунҷи ростро ташкил намоянд (расми 81)

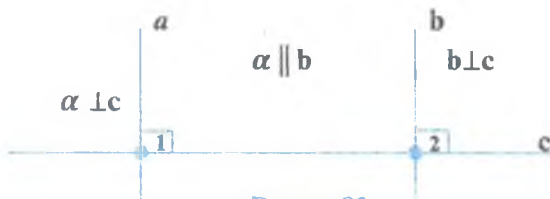


Расми 81

Сунориш: Шумо ҳолатҳои перпендикулярӣ нур ва хати рост, порча ва нурро тасвир намуда, онҳоро шарҳ диҳед. Ба фикри шумо тарафҳои кадом кунҷ бо ҳам перпендикуляранд?

2. Баъзе хосиятҳои перпендикулярӣ хатҳои рост.

Теорема. *Агар ду хати рости a ва b ба хати рости сеюм c перпендикуляр бошад, он гоҳ онҳо параллеланд. (Агар $\alpha \perp c$ ва $b \perp c$, он гоҳ $\alpha \parallel b$).*

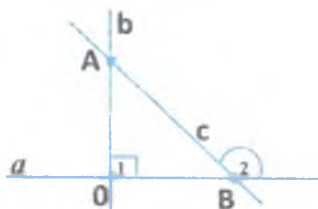


Расми 82

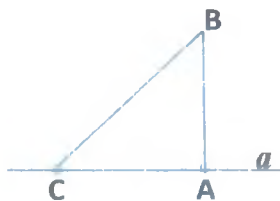
Исбот: Ба расми 82 нигаред. $a \perp c$ буда $\angle 1 = 90^\circ$ аст, $b \perp c$ буда, $\angle 2 = 90^\circ$ мебошад. Аз ин ҷо $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ буда, $\alpha \parallel b$ мебошад.

Теорема. *Аз нуқтаи A -и беруни хати рости a ба ин хати рост фақат як хати рости перпендикулярро гузаронидан мумкин аст.*

И с б о т. Ба расми 83 нигаред. Аз нуқтаи A хати рости буррандари тарзе месозем, ки бо a кунҷи ростро ташкил диҳад. онро ба b ишорат мекунем. О-нуқтаи бурриш. Фарз мекунем, ки боз ягон хати рости c аз нуқтаи A гузашта ба a перпендикуляр аст. Нуқтаи бурриш B аст. Азбаски $c \perp a$ пас $\angle 2 = 90^\circ$ аст. Аз тарафи дигар $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ -ро ҳосил кардем, ки онҳо кунҷҳои мувофиқанд. Азбаски $\angle 1 = \angle 2$ аст, бинобар ин, бояд $b \perp c$ бошад, вале хатҳои рости параллел ҳамдигарро намебуранд. Азбаски b ва c дар нуқтаи A мебуранд, фарзи мо дар бораи аз нуқтаи A гузаштани ду хатҳои рости ба a перпендикуляр нодуруст аст.



Расми 83



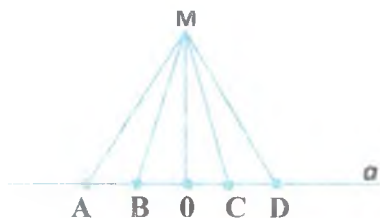
Расми 84

Яъне, аз як нуқта ба хати рост фақат як перпендикуляр гузаронидан мумкин аст.

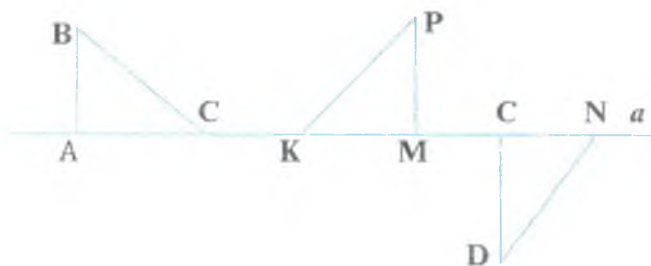
Супориш. Шумо нуқтаи А-ро дар хати рости a интихоб карда, исбот кунед, ки аз он ҳам як хати рости a перпендикуляр мегузарад.

3. Перпендикуляр ва моил. Барои сохтани порчаҳо ва хатҳои рости перпендикуляр аз асбобе, ки кунчи рост дорад, истифода мебаранд.

Шумо дар расми 84 порчаеро мебинед, ки як нуғаш дар хати рости a буда, ба он перпендикуляр аст: $AV \perp a$. Порчаи АВ-ба хати рости a перпендикуляр мебошад. Нуқтаи А асоси перпендикуляр аст. Порчаи ВС ҳам ба хати рости a нуғи умумии С-ро дорад, аммо порчаи ВС ба хати рости a моил аст. Нуқтаи С-асоси моил мебошад. Порчаи АС (асоси перпендикуляр то асоси моил) проексияи моил дар хати рости a мебошад. Ба расми 85 нигаред. Аз нуқтаи М ба хати рости a як перпендикуляр ва якчанд моилҳо гузаронида шудааст. Аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки аз як нуқтаи беруни хати рост ба он як перпендикуляр ва миқдори бешумори моилҳоро гузаронидан мумкин аст.



Расми 85



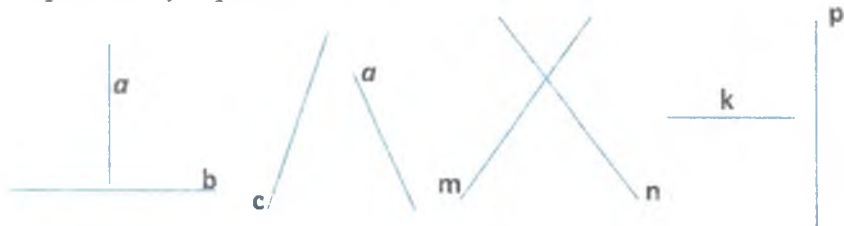
Расми 86

МАСЪАЛАҲО

1. Дар расми 86 перпендикуляр ва моилҳои тасвиршударо номбар кунед.

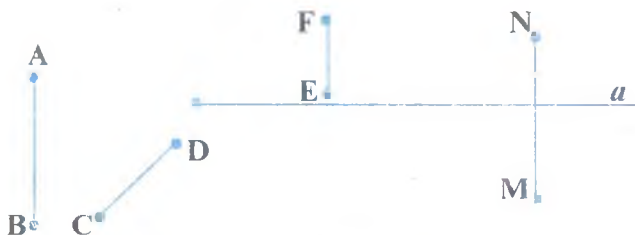
2. Ба воситаи секунҷаи нақшакашӣ: а) аз нуқтаи А-и хати рости a ; б) аз нуқтаи М-и берунаи хати рости a перпендикуляр гузаронед.

3. Кадом хатҳои рости дар расм 87 буда бо ҳамдигар перпендикуляранд?



Расми 87

4. Кадом порчаҳо ба нури a перпендикуляранд? (расми 88).



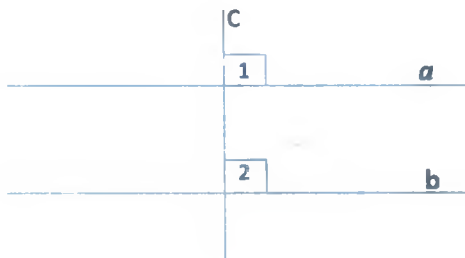
Расми 88

5. Аз нуқтаи М ба хати рости a перпендикуляр ва моил гузаронед. Бо хаткашак дарозии перпендикуляр ва моилро чен карда онҳоро муқоиса намоед.

6. Дар расми 89 кадом шаклҳо қисмҳои перпендикуляр доранд?



Расми 89



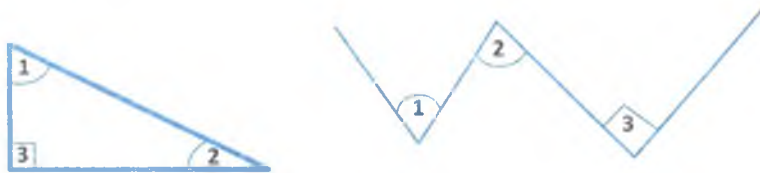
Расми 90

7. Дар расми 90 хатҳои рости a ва b хати рости c -ро буридаанд. Агар $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ бошад, он гоҳ a ва c , b ва c , a ва b чӣ гуна ҷойгиранд?

8. Суммаи чор кунҷи дафтаратон ба чанд градус баробар аст?

9. Порчаҳои заринро кашед: $AB \perp BC \perp CD \perp DE \perp EM$. Кадом порчаҳо дар хатҳои рости параллел меҳобанд?

10. Ба расми 91 нигаред, агар $\angle 1 = 30^\circ$, $\angle 2 = 60^\circ$ бошад, суммаи кунҷҳои $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ -ро ёбед.



Расми 91

11* $a \parallel b$ ва $c \parallel d$ буда, $a \perp c$ аст. Исбот кунед, ки $b \perp d$ мебошад.

САВОЛҲО БАРОИ САНЦИШ

1. Кунҷ чист?
2. Намудҳои кунҷ кадомҳоянд?
3. Кунҷҳои ҳамсояро таъриф диҳед.
4. Теорема ро дар бораи кунҷҳои ҳамсоя баён намоед.
5. Таърифи кунҷи ростро баён карда, чунин кунҷро кашед.
6. Кунҷи кунд чист?
7. Кунҷи тезро кашед ва онро таъриф диҳед.
8. Кунҷи амудӣ чист?
9. Теорема дар бораи кунҷҳои амудиरो баён кунед.

10. Кунҷҳои чилликӣ ва яктарафаро таъриф диҳед ва онҳоро созед.

11. Ду кунҷе кашед, ки тарафҳояшон муқобилсамт бошанд.

12. Хатҳои рости перпендикулярро таъриф диҳед.

13. Як хати рост кашед ва ба он порча, нур ва хати рости перпендикуляр гузаронед.

14. Хатҳои перпендикуляр ва моилро созед.

15. Теоремаро дар бораи кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамт баён кунед.

16. Теоремаро дар бораи ду хати рости ба хати рости сеюм перпендикуляр исбот кунед.

17. Биссектрисаи кунҷро таъриф диҳед.

18. Кадом нур кунҷро ба ду қисми баробар тақсим мекунад?

19. Як градус чист?

20. Кадом кунҷхоро баробар меноманд?

21. 120° чанд градус аст?

22. Ду хати рост ҳамдигарро мебузуранд ва дар бузургии ҳар чор кунҷҳои ҳосилшуда баробаранд. Ин хатҳои рост чӣ гуна ҳастанд?

23. Ду хати рости параллел, хати рости сеюмро буридаанд.

Яке аз кунҷҳои ҳосилшуда рост аст. Кунҷҳои дигар чанд градусӣ мебошанд?

24. Аз як нуқта ба хати рост ду нури перпендикуляр гузаронида шудааст. Нуқта нисбат ба хати рост дар кучо меҳабд? Нуҷҳои сохташуда чӣ гуна ҷойгиранд?

МАСЪАЛАҲО

1. Кунҷҳои ҳамсоҷро ёбед, агар бузургии градусии онҳо ҳамчун $3:7$ нисбат дошта бошад.

Ҳал: Кунҷҳои x ва y ҳамсоҷанд. Мувофиқи шарти масъала $x:y=3:7$ (расми 92). Аз ин ҷо $x=(3/7)y$. Аз тарафи дигар, $x+y=180^\circ$, бинобар ин, $(3/7)y+y=180^\circ$, $10y=7 \cdot 180^\circ$, $y=7 \cdot 180^\circ=126^\circ$, $x=3 \cdot 18=54^\circ$. Ҷавоб: 54° ва 126° .

2. Агар кунҷҳои ҳамсоҷ ҳамчун: $2:3$; $11:25$; $22:23$ нисбат дошта бошанд, бузургии градусии онҳоро ёбед.

3. Яке аз кунҷҳои ҳамсоҷ аз дигараш 30° калон аст.

Бузургии градусии онҳоро ёбед.

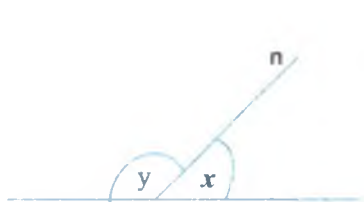
4. Яке аз кунҷи ҳамсоҷ аз дигараш 3 маротиба калон аст.

Бузургии градусии онҳоро ёбед.

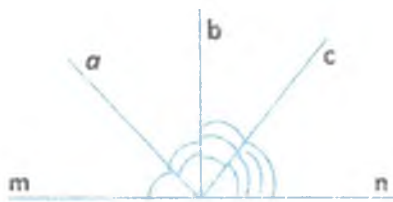
5. Кунҷ ба чанд градус баробар аст, агар суммаи ду кунҷи ба он ҳамсоя ба 120° баробар бошад.

6. Ду хати рост ҳамдигарро мебурранд. Яке аз кунҷҳои дар бурриш ҳосилшуда 30° аст. Бузургии се кунҷи дигарро ёбед.

7. Бузургии ҳар кадом кунҷро ёбед, агар суммаи се кунҷи дар бурриши ду хати рост ҳосилшуда 210° бошад.



Расми 92



Расми 93

8. Бузургии кунҷро ёбед, агар биссектриса бо яке тарафҳо кунҷи: а) 50° ; б) 60° ; в) 40° -ро ташкил диҳед.

9. Иббот кунед, ки биссектрисаҳои кунҷҳои ҳамсоя перпендикуляранд.

11. Суммаи ду кунҷи амудӣ ба 130° баробар аст. Бузургии ҳар кадоми онҳоро ёбед.

12. Аз қуллаи кунҷи кушод се нури α , β , γ мебароянд. Чор кунҷи ҳосилшуда ҳамчун $1:2:3:4$ нисбат доранд. Бузургии ҳар як кунҷро ёбед.

Ҳал. Бо x кунҷро, ки бузургиаш ба як ҳисса баробар аст, ишора мекунем (расми 93), он гоҳ, $\angle 1=x$, $\angle 2=2x$, $\angle 3=3x$ ва $\angle 4=4x$ мебошад. Аз тарафи дигар, $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=180^{\circ}$, $x+2x+3x+4x=180^{\circ}$; $10x=180^{\circ}$; $x=18^{\circ}$. $\angle 1=18^{\circ}$, $\angle 2=2 \cdot 18^{\circ}=36^{\circ}$, $\angle 3=3 \cdot 18^{\circ}=54^{\circ}$, $\angle 4=4 \cdot 18^{\circ}=72^{\circ}$.

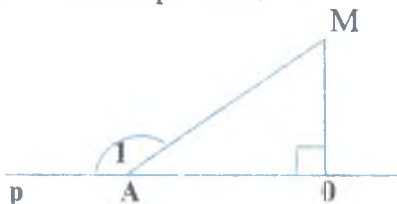
Ҷавоб: 18° , 36° , 54° , 72° .

13. Масъалаи 12-ро барои ду нур ва ҳамчун $3:7:8$ нисбат доштани кунҷҳои ҳосилшуда, ҳал кунед.

14. Ду хати рости параллел, бо хати росте сеюм, бурида мешаванд. Фарқи ду кунҷи ҳосилшуда 80° аст. Бузургии 8 кунҷи ҳосилшударо ёбед.

15. Аз хати рост дар нимҳамвориҳои гуногун ду кунҷи ABC ва BCD кашида шудаанд. Агар нуқтаҳои B ва C дар хати рост хобида, нуриҳои AB ва CD муқобилсамт бошанд, иббот кунед, ки $\angle ABC=\angle BCD$ аст.

16. Аз нуқтаи М ба хати рости p перпендикуляри MO ва моили MA -ро гузарониданд (расми 94). Агар $\angle 1 = 130^\circ$ бошад, $\angle MOA + \angle MAO$ -ро ёбед.



Расми 94

17. Аз нуқтаи М ва К ба хати рости p моилҳои MA ва KA -ро гузарониданд. Маълум аст, ки $MA \perp KA$. Агар моилҳо ба хати рост кунҷҳои баробарро ташкил диҳанд, бузургии ин кунҷоро ёбед.

18. Аз нуқтаи М ва К ба хати рости p моилҳои $MA \parallel KA_1$ -ро гузарониданд. Иббот кунед, ки моилҳо ба хати рост кунҷҳои баробарро ташкил медиҳанд.

19. Хатҳои рости a ва b параллеланд. Аз нуқтаҳои А ва В-и хати рости a ба хати рости b перпендикулярҳои AA_1 ва BB_1 -ро гузарониданд. Иббот кунед, ки $AA_1 \parallel BB_1$ мебошад.

20. Хатҳои рости a ва b параллел буда, нуқтаҳои К ва М дар хати рост b меҳобанд. Аз ин нуқтаҳо ба хати рости a моилҳои MA ва KB гузаронида шудаанд. Агар $MA \parallel KB$ бошад, иббот кунед, ки онҳо ба хати рости b кунҷҳои баробарро ташкил мекунанд.

21. Иббот кунед, ки кунҷҳои тарафхояшон мувофиқан перпендикуляр, баробаранд.

22. Иббот кунед, ки агар a, b, c хатҳои рост буда, $a \perp b$ ва $b \perp c$ бошанд, он гоҳ $a \parallel c$ аст.

23. Иббот кунед, ки агар a, b, c хатҳои рост буда, $a \perp b$ ва $b \perp c$ ва $c \perp d$ бошанд, он гоҳ $a \perp d$ ва $b \perp d$ аст.

24. Дар расми 95 хатҳои рости параллели a ва b хатҳои рости пераллели c ва d -ро мебуранд. Агар кунҷи α ба 120° баробар бошад, кунҷи β -ро ёбед.

25. Дар расми масъалаи 24 агар $\alpha - \beta = 80^\circ$ бошад, кунҷҳои α ва β -ро ёбед.



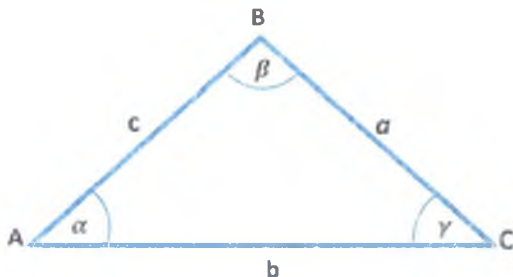
Расми 95

ФАСЛИ Ш

СЕКУНЧАҲО

§1. СЕКУНЧА. СУММАИ КУНҶҲОИ СЕКУНЧА

1. Мафҳуми секунча. Дар ҳамворӣ се нуқтаи А, В ва С-ро нишона кунед. Нуқтаҳо метавонанд дар як хати рост хобанд ва метавонанд дар як хати рост нахобанд. Агар се нуқтаи дар як хати рост нахобандаро ба воситаи порчаҳо пайваст кунем, секунча ҳосил мешавад.



Расми 96

Таъриф. *Секунча шакли геометрие мебошад, ки аз се нуқтаи дар як хати рост нахобанда ва порчаҳои онҳоро ҷуфт-ҷуфт пайвасткунанда иборат аст.*

Дар расми 96 секунчаи ABC тасвир ёфтааст. Ибораи «секунчаи ABC»-ро ин тавр менависанд: $\triangle ABC$. Нуқтаҳои А, В, С қуллаҳо ва порчаҳои АВ, ВС, АС тарафҳои секунча мебошанд. Секунча се кунҷи $\angle A$, $\angle B$ ва $\angle C$ -ро дорад. Дар секунча тарафҳоро баъзан бо ҳарфҳои a , b , c ишора мекунанд.

Дар ин ҳолат тарафҳо, бо ҳарфи хурди ишораи кунҷи муқобили онҳо ишора карда мешаванд, яъне $CB=a$, $AB=c$, $AC=b$

Дар секунча кунҷҳоро ин тавр ишора менамоянд:

$$\angle A = \angle BAC = \alpha, \angle B = \angle ABC = \beta \text{ ва } \angle C = \angle ACB = \gamma.$$

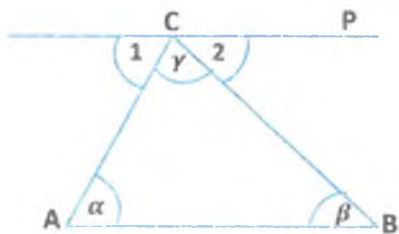
Таъриф. *Дар секунча суммаи тарафҳоро периметр меноманд: $p = AB + BC + AC = a + b + c$*

2. Суммаи кунҷҳои секунча

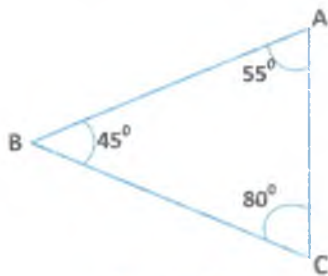
Теорема: *Суммаи кунҷҳои секунча ба 180° баробар аст.*

Исбот. Ба расми 97 нигаред. Бояд $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ бошад. Азбаски $AB \parallel r$ аст, кунҷи α ва $\angle 1$; кунҷи β ва $\angle 2$ кунҷҳои

чилликии дохилианд. Аз тарафи дигар $\angle 1 + \gamma + \angle 2 = 180^\circ$ аст. Инак $\alpha + \beta + \gamma = \angle 1 + \angle 2 + \gamma = 180^\circ$; яъне $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.



Расми 97



Расми 98

Мисол. 1) Оё секунчае вучуд дорад, ки кунҷҳояш 30° , 100° ва 40° бошад.

Ҳал. $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 100^\circ$, $\gamma = 40^\circ$, $\alpha + \beta + \gamma = 30^\circ + 100^\circ + 40^\circ = 170^\circ$
 $170^\circ < 180^\circ$, пас чунин секунча вучуд надорад. Шумо вучуд доштан ё надоштани секунчаро барои мавриди: 1) 30° , 100° , 50° ; 2) 1° , 89° , 90° ; 3) 40° , 100° , 40° ; 4) 120° , 20° , 40° санҷед.

2) Дар секунча $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 40^\circ$ мебошад. Кунҷи сеюм -ро ёбед.

Ҳал. $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ$

Ҷавоб : 110° .

3. Намудҳои секунча

А) Ба расми 98 нигаред, дар он секунчае тасвир ёфтааст, ки $\angle A = 55^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 80^\circ$ мебошад. Маълум аст, ки ҳар се кунҷ тез мебошанд.

Таъриф. Секунчае, ки ҳар се кунҷаш тез аст, секунҷаи тезкунҷа ном дорад.

Дар расми 99 секунчае тасвир ёфтааст, ки фақат як кунҷаш рост аст, ду кунҷи дигараш ($\angle A$ ва $\angle B$) тез мебошанд.

Таъриф. Секунчае, ки як кунҷи рост дорад, секунҷаи росткунҷа номида мешавад.

Дар секунҷаи росткунҷа тарафи муқобили кунҷи рост хобида **гипотенуза** ном дорад; тарафҳое, ки кунҷи ростро ташкил менамоянд, **катетҳо** номида мешаванд.

Теорема. Дар секунҷаи росткунҷа суммаи ду кунҷи тез ба 90° баробар аст.



Расми 99



Расми 100

Исбот. Ба расми 99 нигаред, $\angle C=90^{\circ}$, $\angle A$ ва $\angle B$ тез. Азбаски $\angle A+\angle B+\angle C=180^{\circ}$ мебошад, пас $\angle A+\angle B=180^{\circ}-\angle C=180^{\circ}-90^{\circ}=90^{\circ}$; $\angle A+\angle B=90^{\circ}$ мешавад.

Супоришҳо

Дар секунча $\angle C$ -рост ва $\angle A$, $\angle B$ тезанд. Яке аз кунҷҳои тезро ёбед, агар: 1) $\angle A=30^{\circ}$; 2) $\angle B=70^{\circ}$; 3) $\angle A=85^{\circ}$; 4) $\angle B=40^{\circ}$; 5) $\angle A=80^{\circ}$; 6) $\angle B=55^{\circ}$ бошад.

Б) Ба расми 100 нигаред, $\angle A=120^{\circ}$ -кунҷи кунд. $\angle B=40^{\circ}$ -тез, $\angle C=20^{\circ}$ -тез. Ин секунча фақат як кунҷи кунд дорад.

Таъриф. Секунчае, ки як кунҷаш кунд аст, секунҷаи кундкунҷа номида мешавад.

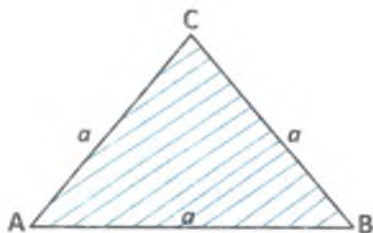
Супоришҳо

Аз рӯи кунҷҳои додашуда намуди секунҷаро муайян кунед.

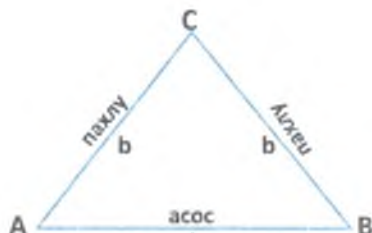
- 1) $\angle A=10^{\circ}$, $\angle B=70^{\circ}$, $\angle C=100^{\circ}$
- 2) $\angle A=60^{\circ}$, $\angle B=90^{\circ}$, $\angle C=30^{\circ}$
- 3) $\angle A=70^{\circ}$, $\angle B=80^{\circ}$, $\angle C=30^{\circ}$
- 4) $\angle A=130^{\circ}$, $\angle B=20^{\circ}$, $\angle C=30^{\circ}$
- 5) $\angle A=60^{\circ}$, $\angle B=70^{\circ}$, $\angle C=50^{\circ}$
- 6) $\angle A=\angle B=84^{\circ}$, $\angle C=12^{\circ}$

В) Ба расми 101 нигаред. Дар он секунчае тасвир ёфтааст, ки ҳар се тарафҳояш баробаранд: $AB=BC=AC=a$.

Таъриф. Секунчае, ки ҳар се тарафҳояш баробаранд, секунҷаи баробартараф ном дорад.



Расми 101



Расми 102

Баъзан секунҷаи баробартарафро секунҷаи мунтазам мегӯянд.

Г) Ба расми 102 нигаред. Шумо секунҷаеро мебинед, ки ду тарафи баробар дорад: $AC=BC=a$

Таъриф. *Секунҷае, ки ду тарафи баробар дорад, секунҷаи баробарпахлу номида мешавад.*

Дар секунҷаи баробарпахлуи ABC $AC=BC=a$ -пахлуҳо ва $AB=c$ -асос ном дорад. $\angle C$ -ро кунҷи назди кулла мегӯянд.

Ғ) Ба расми 103 нигаред. Секунҷае тасвир ёфтааст, ки тарафҳои баробар надорад, яъне $a \neq b \neq c$

Таъриф. *Секунҷае, ки тарафҳои баробар надорад, секунҷаи гуногунтараф номида мешавад.*

Инак шумо ба шаш намуди секунҷаҳо шинос шудед. Секунҷаҳо аз рӯи бузургии кунҷҳояшон ба се намуд ва аз рӯи дарозии муқоисавии тарафҳояшон ба се намуд ҷудо мешудаанд: секунҷаҳои тезкунҷа, росткунҷа, кундкунҷа ва секунҷаҳои баробартараф, баробарпахлу, гуногунтараф.

Машқ. Агар дар секунҷа дарозии тарафҳо маълум бошанд, намуди секунҷаро муайян кунед: 1) $a=4\text{см}$, $b=5\text{см}$, $c=8\text{см}$ 2) $a=7\text{см}$, $b=7\text{см}$, $c=7\text{см}$ 3) $a=30\text{м}$, $b=40\text{м}$, $c=30\text{м}$ 4) $AB=5\text{дм}$, $BC=10\text{ дм}$, $AC=12\text{дм}$ 5) $AB=4,5\text{см}$, $BC=6,5\text{см}$, $AC=9\text{ см}$ 6) $AB=18\text{мм}$, $BC=13\text{ мм}$, $AC=24\text{ мм}$.

4. Кунҷи берунии секунҷа. Ба расми 104 нигаред. Дар он $\angle 1$ ба $\angle a$ ҳамсоя мебошад.

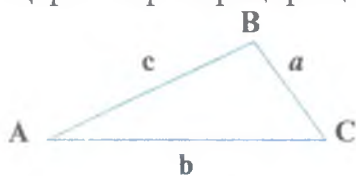
Таъриф. *Кунҷе, ки ба кунҷи дохилии секунҷа ҳамсоя аст, кунҷи берунии секунҷа ном дорад.*

Дар расми 104 кунҷи 1 кунҷи берунии секунҷа аст.

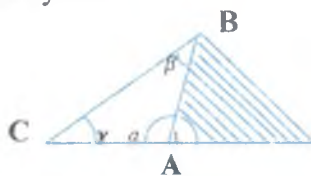
Теоремаи 1. Суммаи кунҷҳои берунии секунҷа, ки дар ҳар кулла яктогӣ гирифта шудаанд, ба 360° баробар аст.

Исбот. Дар расми 105 бояд $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$ бошад. Ба мо маълум аст, ки $a + \beta + \gamma = 180^\circ$, $\angle 1$ ба a , $\angle 2$ ба β , $\angle 3$ ба γ

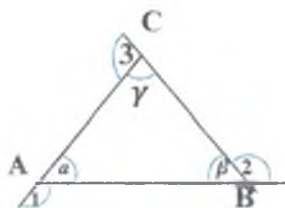
ҳамсојанд, аз ин ҷо $\angle 1 + a = 180^\circ$, $\angle 2 + \beta = 180^\circ$, $\angle 3 + \gamma = 180^\circ$.
 Ҳар се баробариҳоро ҷамъ мекунем:



Расми 103



Расми 104



Расми 105

$$(\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (a + \beta + \gamma) = 540^\circ \quad (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + 180^\circ = 540^\circ,$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ.$$

Инак, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$.

Теорема 2. *Кунҷи берунии секунҷа, ба суммаи ду кунҷи дарунии ба он ҳамсој набуда баробар аст.*

Исбот. Ба расми 105 нигаред. Бояд $\angle 1 = \beta + \gamma$ бошад. Ба мо маълум аст, ки 1 ва a ҳамсојанд, аз ин рӯ $\angle 1 + a = 180^\circ$, $\angle 1 = 180^\circ - a$. Аз тарафи дигар, $a + \beta + \gamma = 180^\circ$, $\beta + \gamma = 180^\circ - a$. Ҳамин тариқ $\angle 1 = \beta + \gamma$.

Машқ. 1) Теоремаи 2-ро барои кунҷҳои 2 ва 3 исбот намоед.

2) Дар секунҷаи росткунҷа яке аз кунҷҳои берунӣ 150° аст.

Кунҷҳои тези секунҷаро ёбед.

3) Оё кунҷи берунии секунҷа ба 180° баробар шуда метавонад?

4) Кунҷи дохилии секунҷаи баробарпахлу ба 30° баробар аст.

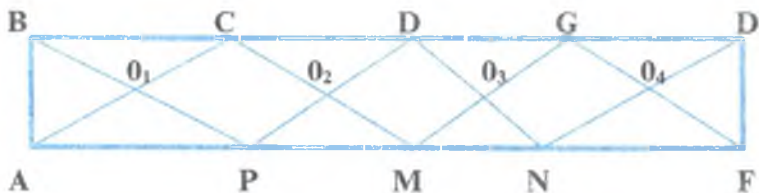
Ҳамаи кунҷҳои дохилӣ ва беруниро ёбед.

МАСЪАЛАҲО

1. Дар расми 106 чандто секунҷа мавҷуд аст? Онҳоро номбар кунед.

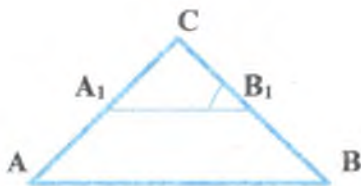
2. Секунҷаи кундкунҷаи СРК-ро кашед, кунҷҳо ва тарафҳои онро номбар кунед. Бо ёрии кунҷченкунак ва

хаткашак муайян кунед, ки муқобили кунчи калон кадом тараф меҳобад.

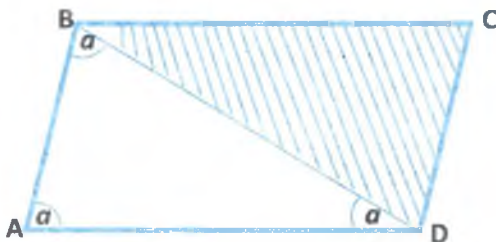


Расми 106

3. Кунҷҳои секунҷа ҳамчун 2:3:5 нисбат доранд. Бузургии кунҷҳои секунҷаро ёбед.
4. Иҷбот кунед, ки секунҷа ду кунҷи рост надорад.
5. Иҷбот кунед, ки секунҷа ду кунҷи кунд надорад.
6. Иҷбот кунед, ки секунҷа як кунҷи рост ва як кунҷи кунд надорад.
7. Дар расми 107 $\angle A=30^\circ$ ва $\angle B=40^\circ$ аст. Агар $A_1B_1 \parallel AB$ бошад, кунҷҳои секунҷаи A_1B_1C -ро ёбед.
8. Агар дар секунҷа $\angle A+\angle B=90^\circ$ бошад, вай чӣ гуна секунҷа аст?
9. Дар секунҷаи росткунҷа яке аз кунҷҳои тез аз дигараш 20° калон аст. Кунҷҳои секунҷаро ёбед.
10. Дар секунҷаи ABC $\angle A=\angle B=\angle C$ мебошад. Кунҷҳои секунҷа чанд градуסיанд?
12. Агар $a=4$ см, $b=5$ см, ва $c=8$ см бошад, периметри секунҷаро ёбед.
13. Агар дар секунҷа $a < b < c$ бошад, вай чӣ гуна секунҷа аст?
14. Периметри секунҷаи баробарпахлу 54 см аст. Агар тарафҳои секунҷа чун 2:2:5 нисбат дошта бошанд, ин тарафҳоро ёбед.
15. Дар секунҷаи баробартараф периметр ба 60 м баробар аст. Тарафҳои секунҷаро ёбед.
16. $\triangle ABC$ баробарпахлу мебошад. Агар тарафи AB аз BC 20 см дароз буда, периметри секунҷа 100 см бошад, тарафҳои секунҷаро ёбед.
17. Агар ду кунҷи секунҷа ба 30° ва 80° баробар бошанд, кунҷҳои берунии секунҷаро ёбед.
18. Дар секунҷа кунҷи берунӣ аз кунҷи дохилии ба он ҳамсоя набуда 2 маротиба калон аст. Агар кунҷҳои ба ин кунҷ ҳамсоя набудаи секунҷа баробар бошанд, кунҷҳои секунҷаро ёбед.
19. Биссектрисаи кунҷи берунии секунҷа бо тарафи секунҷа кунҷи 30° -ро ташкил медиҳад. Агар фарқи ду кунҷи секунҷа, ки ба тарафи BC часпидаанд



Расми 107



Расми 108

20° бошад, кунҷҳои секунҷаро ёбед (биссектрисаро аз қуллай А гузаронед).

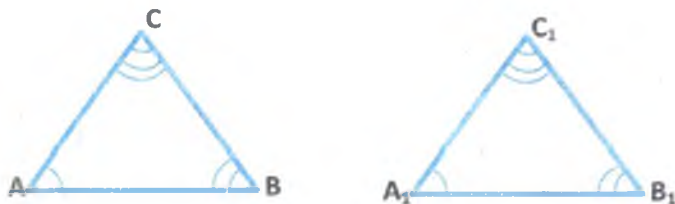
20. Кунҷҳои шакли дар расми 108 тасвирёфтгаро ёбед, агар $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$ буда, $\triangle ABD$ се кунҷи баробарро дошта бошад.

§2. АЛОМАТҲОИ БАРОБАРИИ СЕКУНҶАҶО

1. Таърифи баробарии секунҷаҳо

Дар расми 109 ду секунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ тасвир ёфтаанд. Дар ин секунҷаҳо тарафҳо ва кунҷҳои мувофиқ бо ҳам баробаранд:

$$AB = A_1B_1, \quad BC = B_1C_1, \quad AC = A_1C_1, \quad \angle A = \angle A_1, \quad \angle B = \angle B_1, \quad \angle C = \angle C_1$$



Расми 109

Таъриф. Ду секунҷа баробар номида мешаванд, агар тарифҳо ва кунҷҳои мувофиқи баробар дошта бошанд.

Агар $\left\| \begin{array}{l} AB=A_1B_1 \quad \angle A=\angle A_1 \\ AB=A_1B_1 \quad \text{ва} \quad \angle B=\angle B_1 \\ AC=A_1C_1 \quad \angle C=\angle C_1 \end{array} \right\|$ бошад, он гоҳ $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$ мешавад.

Мисол. 1. Ду секунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ баробаранд. Агар $AB=4\text{см}$, $B_1C_1=5\text{см}$, $AC=7\text{см}$ ва $\angle A=60^\circ$, $\angle B=40^\circ$, $\angle C=80^\circ$ бошад, қисмҳои номаълуми ҳар ду секунҷаро ёбед.

Ҳал. Аз баробарии секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ бармеояд, ки

$$\angle A_1=\angle A=60^\circ, \angle A_1=60^\circ$$

$$A_1B_1=AB=4\text{ см}, A_1B_1=4\text{ см},$$

$$BC=B_1C_1=5\text{см}, BC=5\text{см} \text{ ва } \angle B=\angle B_1=40^\circ, \angle B=40^\circ.$$

$$A_1C_1=AC=7\text{см}, A_1C_1=7\text{см}; \angle C=\angle C_1=80^\circ, \angle C_1=80^\circ.$$

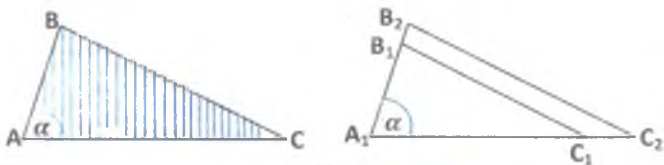
2. Дар ҳолати $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$, $\angle A=50^\circ$, $AB=10\text{м}$, $\angle B=60^\circ$, $AC=20\text{м}$ будан, тарифҳо ва кунҷҳои $\triangle A_1B_1C_1$ -ро ёбед.

2. Аломати якуми баробарии секунҷаҳо

Теорема. Агар ду тариф ва кунҷи дар байни ин тарифҳо хобидаи як секунҷа мувофиқан ба ду тариф ва кунҷи дар байни ин тарифҳо хобидаи секунҷаи дигар баробар бошанд, он гоҳ ин секунҷаҳо баробаранд.

Агар $\left\| \begin{array}{l} AB=A_1B_1 \\ AC=A_1C_1 \\ \angle A=\angle A_1 \end{array} \right\|$ бошад, он гоҳ $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$ мешавад.

Исбот. Ду секунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ -ро месозем (расми 110).



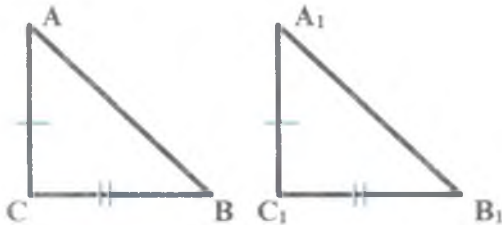
Расми 110

Тарифҳои секунҷаи $A_1B_1C_1$ -ро ба нурҳои A_1C_1 ва A_1B_1 табдил медиҳем. Кунҷи A -ро бо кунҷи A_1 ҳамчоя мекунем.

Азбаски $\angle A = \angle A_1 = a$ аст, нури AC ба A_1C_1 ва нури AB ба A_1B_1 ҳамчоя мешавад. Бигзор нуктаҳои B ва C вазъияти нуктаҳои B_2 ва C_2 -ро ишғол намоянд, он гоҳ $\triangle A_1B_2C_2 = \triangle ABC$ мешавад. Аз $AC = A_1C_1$ ва $AC = A_1C_2$ бармеояд, ки $A_1C_1 = A_1C_2$ буда, нуктаҳои C_1 ва C_2 болои ҳам меафтанд. Аз $AB = A_1B_1$ ва $AB = A_1B_2$ бармеояд, ки $A_1B_1 = A_1B_2$ буда, нуктаҳои B_1 ва B_2 ҳамчоя мешаванд. Азбаски нуктаҳои A_1, B_2, C_2 - аз $\triangle A_1B_2C_2$ мебошанд. Аз баробарии $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle A_1B_2C_2$ ва $\triangle ABC = \triangle A_1B_2C_2$ хулоса бароварда навиштан мумкин аст: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$

Масъала. Секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ секунҷаҳои росткунҷа буда, катетҳои мувофиқан баробар доранд. Исроҳот кунед, ки онҳо баробаранд (расми 111)

Исроҳот: Бигзор $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$ $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ бошад. Тасдиқ кардан лозим аст, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$. Аз шартҳои масъала хулоса мебарояд, ки ду тараф ва кунҷи дар байни ин тарафҳо хобидаи ҳар ду секунҷа мувофиқан баробаранд.



Расми 111

Аз ин рӯ, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ аст.

Натиҷа. Ду секунҷаи росткунҷа баробаранд, агар катетҳои мувофиқан баробар дошта бошанд.

3. Аломатҳои дуҷуми баробарии секунҷаҳо

Теорема. Агар як тараф ва ду кунҷи ба ин тараф часпидаи як секунҷа мувофиқан ба як тараф ва ду кунҷи ба ин тараф часпидаи секунҷаи дигар баробар бошанд, он гоҳ ин секунҷаҳо баробаранд.

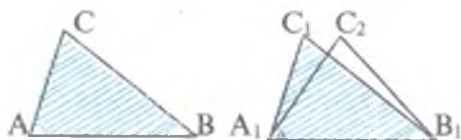
Маълум. $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1 = \alpha$, $\angle B = \angle B_1 = \beta$

Матлуб. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (расми 112).

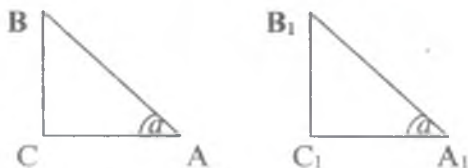
Исроҳот. Порчаи A_1B_1 -ро ба хати рост табдил дода, ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ ҷудо мекунем. Азбаски

$AB=A_1B_1$ аст, мо онҳоро ҳамчоя карда, $\triangle ABC$ -ро дар нимҳамвории $\triangle A_1B_1C_2$ ҷойгир мекунонем ва бигзор ҳолати $\triangle A_1B_1C_2$ -ро ишғол намояд. $\angle A_1=\angle A_2=a$ пас нури A_1C_2 бо нури AC_1 ҳамчоя мешавад. $\angle B_1=\angle B_2=\beta$, аз ин ҷо мебарояд, ки нури B_1C_2 бо нури B_1C_1 ҳамчоя мешавад. Нуқтаи C_2 , ки бурриши нурҳои A_1C_2 ва B_1C_2 буд, ба нуқтаи C_1 -и бурриши нурҳои A_1C_1 ва B_1C_1 ҳамчоя хоҳад шуд. Аз ин ҷо $\triangle A_1B_1C_1=\triangle A_1B_1C_2$ мебошад. Аз баробарҳои $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1=\triangle A_1B_1C_2$ бармеояд, ки $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$ мебошад.

Масъала. Ду секунҷаи росткунҷа яктогӣ катет ва кунҷи тези мувофиқан баробар доранд. Иббот кунед, ки ин секунҷаҳо баробаранд.



Расми 112



Расми 113

Иббот. Бигзор $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$ секунҷаҳои росткунҷа буда, $\angle C=\angle C_1=90^\circ$, $AC=A_1C_1=b$, $\angle A=\angle A_1=a$ бошанд (расми 113). Иббот мекунем, ки $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$ мебошад. Ба тарафи AC , $\angle A$ ва $\angle C$, ба тарафи A_1C_1 , $\angle A$ ва $\angle C_1$ часпидаанд, аз ин рӯ, $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$ мебошад.

Натиҷа. Ду секунҷаи росткунҷа баробаранд, агар онҳо катет ва яктогӣ кунҷи тези баробар дошта бошанд.

Масъала. Иббот кунед, ки агар ду секунҷаи росткунҷа гипотенуза ва яктогӣ кунҷи тези баробар дошта бошанд, онҳо баробаранд.

Иббот. Дода шудааст: $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$, $\angle C=\angle C_1=90^\circ$, $AB=A_1B_1$ ва $\angle A=\angle A_1=a$. Иббот мекунем, ки $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$ аст.

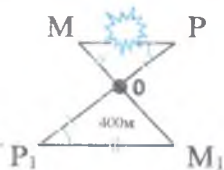
Маълум аст, ки $\angle A+\angle B=90^\circ$, $a+\angle B=90^\circ$, $\angle B=90^\circ-a$. Аз тарафи дигар $\angle A_1+\angle B_1=90^\circ$, $a+\angle B_1=90^\circ$, $\angle B_1=90^\circ-a$

Аз ин рӯ, $\angle B = \angle B_1$ дар секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ яктогӣ тарафҳои $AB = A_1B_1$ маълуманд. Аз ин рӯ, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

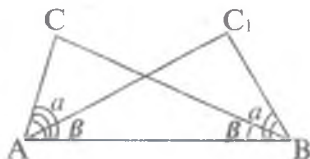
Натиҷа. Ду секунҷаи росткунҷае, ки гипотенуза ва кунҷҳои теzi мувофиқан баробар доранд, бо ҳам баробаранд.

МАСЪАЛАҲО

1. Ду порчаҳои AB ва CD дар нуқтаи O ҳамдигарро бурида ба ду ҳиссаи баробар тақсим мешаванд. Иббот кунед, ки $\triangle AOC = \triangle BOD$ мебошад.

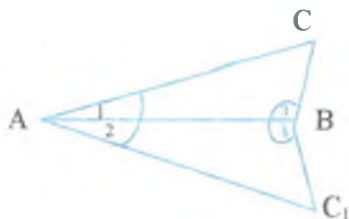


Расми 114

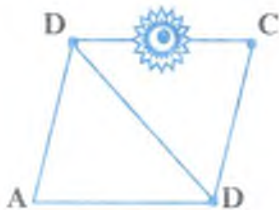


Расми 115

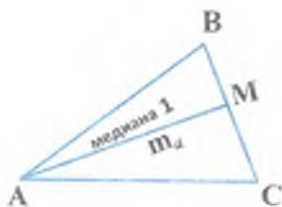
2. Дар масъалаи 1 иббот кунед, ки $AC \parallel BD$ аст.
3. Дар масъалаи 1 иббот кунед, ки $\triangle COB = \triangle AOD$ мебошад.
4. Дар масъалаи 1 иббот кунед, ки $AD \parallel CB$ аст.
5. Дар масъалаи 1 агар $AB = 10$ см бошад, BD -ро ёбед.
6. Дар байни нуқтаҳои M ва P (расми 114) монетае мавҷуд аст. Агар $OP = OP_1$, $OM = OM_1$ ва $M_1P_1 = 400$ м бошанд, масофаи MP -ро ёбед.
7. Дар расми 115 секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ тарафи умумии AB -ро доранд. Агар $\angle CAB = \angle C_1BA = \alpha$ бошад, иббот кунед, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мебошад.
8. Ду секунҷаи MOP ва M_1OP_1 куллаи умумии O -ро доранд. Агар $OP = OP_1$ буда, $\angle P = \angle P_1$ бошад, иббот кунед, ки $\triangle MOP = \triangle M_1OP_1$ (расми 114)
9. Дар секунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ $\angle A = \angle A_1 = 40^\circ$, $\angle B = \angle B_1 = 50^\circ$ ва $AB = A_1B_1$ мебошанд. Агар $AC = 20$ см бошад, A_1C_1 -ро ёбед.
10. Нуқтаи M дар тарафи AC ва нуқтаи P дар тарафи BC



Расми 116



Расми 117



Расми 118

хобида, $AM=BP$ ва $\angle MAB=\angle PBA$ мебошад. Исбот кунед, ки $AP=BM$ аст.

11. Дар расми 116, $\angle 1=\angle 2$ ва $\angle 3=\angle 4$ буда, $AC=50$ м аст. Масофаи AC_1 -ро ёбед.

12. Дар расми 116 агар $CB=40$ м бошад, масофаи BC_1 -ро ёбед.

13. Дар расми 117 $AB\parallel DC$ ва $AD\parallel BC$ мебошад. Исбот кунед, ки $\triangle ABD=\triangle CDB$.

14. Дар масъалаи 13 агар дар байни нуқтаҳои D ва C монеае мавҷуд бошад, масофаи AB ба 200 м баробар бошад, дарозии DC-ро ёбед.

15. Секунҷаҳои росткунҷаи ABC ва ABC_1 баробар бошанд, исбот кунед, ки $\triangle ACB=\triangle BC_1A$ мебошад.

§3. МЕДИАНА, БИСЕКТРИСА ВА БАЛАНДИИ СЕКУНЧА

1. Ба расми 118 нигаред. Порчаи AM қуллаи секунҷаро ба миёнаҷойи тарафи муқобил пайваст кардааст.

Таъриф. Порчае, ки қуллаи секунҷаро ба миёнаҷойи тарафи муқобил пайваст мекунад, медианаи секунҷа номида мешавад.

Агар медиана аз қуллаи A гузаронида шуда бошад, онро бо m_a ишора мекунанд. Чунин медианаҳоро аз қуллаҳои B ва C гузаронидан мумкин аст. Ҳар як секунҷа се медиана дорад: m_a, m_b, m_c , (расми 119).

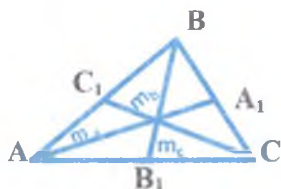
2) Ба расми 120 нигаред. Аз қуллаи A ба давоми тарафи BC перпендикуляр AN фароварда шудааст.

Таъриф. Порчае, ки аз қуллаи секунҷа ба тарафи он ё ба давоми тарафи он перпендикуляр фароварда шудааст, баландии секунҷа ном дорад.

$$A_1B = A_1C$$

$$A_1B = B_1C$$

$$A_1C = C_1B$$



$$AA_1 = m_a$$

$$BB_1 = m_b$$

$$CC_1 = m_c$$

Расми 119

Баландии секунҷаро, ки аз қуллаи А фароварда шудааст, бо h_a ишора мекунанд. Ҳар як секунҷа се баландӣ дорад, онҳо мувофиқан бо h_a , h_b , h_c , ишора карда мешаванд (расми 120)

3. Тяъриф. Порчае, ки қуллаи секунҷаро ба ягон нуқтаи тарафи муқобил пайваस्त карда, қунҷи секунҷаро ба ду қисми баробар тақсим мекунад, биссектрисаи секунҷа ном дорад.

Ҳар як секунҷа се биссектриса дорад. Дар расми 121 порчаҳои AA_1 , BB_1 ва CC_1 биссектрисаҳо мебошанд. (расми 121-ро кашед).

Дар расми 122 аз қуллаи А-и $\triangle ABC$ биссектриса, медиана ва баландӣ гузаронида шудааст. Ин порчаҳо дар баъзе секунҷаҳо якхела буда, дар баъзеи дигарашон аз ҳамдигар фарқ мекунанд.

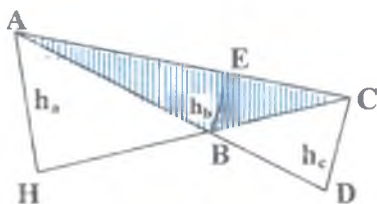
МАСЪАЛАҲО

1. Секунҷаи тезкунҷаи МКР-ро кашида дар он медиана, биссектриса ва баландиро аз нуқтаи М гузаронед.
2. Секунҷаи росткунҷа кашед, аз се қулла баландихоро гузаронед. Баландиҳо ҳамдигарро дар кадом нуқта мебуранд?
3. Секунҷаи кундкунҷа кашед ва дар он ҳар се биссектрисаро гузаронед.
4. Секунҷаи ихтиёрӣ кашида ҳар се баландии онро гузаронед. Ин баландиҳо ба хати рост табдил диҳед. Онҳо дар чанд нуқта бурида мешаванд?
5. Секунҷа кашед ва дар он ҳар се медианаҳоро гузаронед.

$$AH = h_a$$

$$CD = h_c$$

$$BE = h_b$$

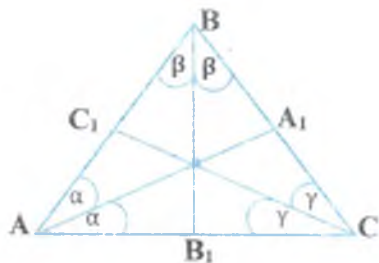


$$AH \perp BC$$

$$CD \perp AB$$

$$BE \perp AC$$

Расми 120

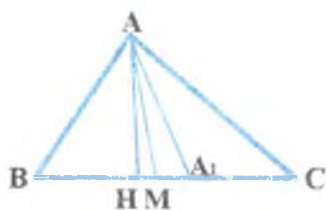


$$AA_1 = l_a$$

$$BB_1 = l_b$$

$$CC_1 = l_c$$

Расми 121



$$AH = h_a$$

$$AA_1 = l_a$$

$$AM = m_a$$

Расми 122

Медианаҳо дар чанд нукта ҳамдигарро мебуранд?

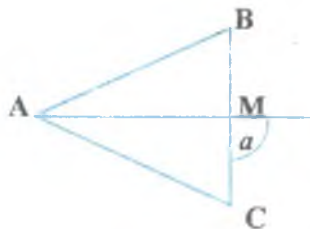
6. Секундае кашед. Ҳар се биссектрисаро гузаронед.

Биссектрисаҳо дар чанд нукта ҳамдигарро мебуранд.

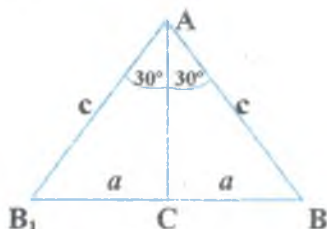
7. Дар кадом секунҷа медианаҳо, баландиҳо ва биссектрисаҳои аз қуллаи дилхоҳ гузаронидашуда якхеланд.

8. Иббот кунед, ки медианаи секунҷаи баробарпахлу, ки ба асос фароварда шудааст, онро ба ду қисми баробар тақсим мекунад.

9. Дар расми 123 AM биссектрисаи секунҷаи ABC буда, $\alpha = 90^\circ$ аст. Иббот кунед, ки $\triangle ABM = \triangle ACM$ мебошад.



Расми 123



Расми 124

10. Иббот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷа катети муқобили кунҷи 30° ба нисфи гипотенуза баробар аст.

Маълум: $\triangle ABC$, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$ (расми 124).

Матлуб: $a = \frac{c}{2}$, ё $BC = \frac{AB}{2}$.

Исбот: Аз нуқтаи C порчаи $CB_1=CB$ -ро месозем. $BB_1=2a$ мешавад. Аз баробариҳои $AC=AC$, $B_1C=BC=a$ бармеояд, ки $\triangle AB_1C = \triangle ABC$ буда, $AB=AB_1=c$ мебошад.

$\angle B_1AB=30^\circ+30^\circ=60^\circ$. $\triangle ABB_1$ секунҷаи баробаргараф аст.

$AB=AB_1=BB_1$, $BB_1=AB$; $2a=c$ ва $a = \frac{c}{2}$, яъне $BC = \frac{AB}{2}$ мебошад.

§ 4. ХОСИЯТҲОИ СЕКУНҶАИ БАРОБАРПАҲЛУ

Теоремаи 1. *Дар секунҷаи баробарпаҳлу кунҷҳои назди асос баробаранд.*

Исбот. Фарз мекунем, ки ABC секунҷаи баробарпаҳлуи асосаш AC мебошад (расми 125). Исбот кунед, ки дар ин секунҷа $\angle A = \angle C$ аст. Мувофиқи аломати якуми баробарии секунҷаҳо секунҷаи BAC ба секунҷаи BCA баробар аст. Дар ҳақиқат, $AB=BC$, $BC=AB$, $\angle B = \angle B$ аст. Аз баробарии ин секунҷаҳо бармеояд, ки $\angle A = \angle C$ аст. Теорема исбот шуд.

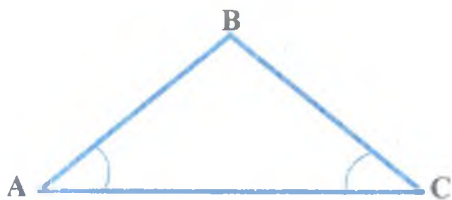
Теоремаи 2. *Агар дар секунҷа ду кунҷ баробар бошанд, он гоҳ вай баробарпаҳлу аст.*

Исбот. Фарз мекунем, ки дар $\triangle ABC$ кунҷҳои A ва C ба ҳамдигар баробаранд. (расми 126). Нишон медиҳем, ки $AB=BC$ аст. Мувофиқи аломати дуҷуми баробарии секунҷаҳо секунҷаи ACB ба секунҷаи CAB баробар аст. Ҳақиқатан, $\angle C = \angle C$, $\angle A = \angle A$ аст. Аз баробарии секунҷаҳо бармеояд, ки $AB=BC$ аст.

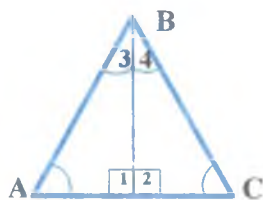
Теоремаи 2 ба теоремаи 1 баръакс мебошад.

Хулосаи теоремаи 1 шарти теоремаи 2 аст. Шарти теоремаи 1 бошад, хулосаи теоремаи 2 аст. Оянда ҳангоми омӯзиши геометрия чандин маротиба чунин теоремаҳоро мушоҳида менамоем.

Масъала. Иббот кунед, ки дар секунҷаи баробартараф ҳар як кунҷ ба 60^0 баробар аст.



Расми 125



Расми 126

Маълум: $\triangle ABC$ -баробартараф, яъне $AB=BC=AC$.

Матлуб: $\angle A=\angle B=\angle C=60^0$.

Иббот. Азбаски $AB=BC$ аст, пас $\triangle ABC$ -баробарпахлу буда, $\angle A=\angle C$ мебошад. Аз тарафи дигар, $AB=AC$, яъне $\triangle BAC$ баробарпахлу бада, $\angle B=\angle C$ мебошад. Аз баробарии $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle C$ бармеояд, ки $\angle A=\angle B=\angle C$ аст.

Маълум аст, ки $\angle A+\angle B+\angle C=180^0$, $\angle A=\angle B=\angle C=x$, $x+x+x=180^0$, $3x=180^0$, $x=60^0$ яъне $\angle A=\angle B=\angle C=60^0$

Супориш. Агар дар секунҷа $\angle A=\angle B=\angle C=60^0$ бошад, ин гуна секунҷа баробартараф аст, инро иббот кунед.

Натиҷа. Дар секунҷаи дилхоҳ муқобили тарафҳои баробар кунҷҳои баробар меҳобанд (хосияти баръакс низ ҷой дорад).

Теоремаи 3. Дар секунҷаи баробарпахлу медианаи аз қулла ба асос фаровардашуда биссектриса ва баландии секунҷа низ мебошад.

Маълум: $\triangle ABC$ -баробарпахлу, яъне $AB=BC$ ва BM -медиана (расми 126).

Матлуб: BM -биссектриса BM -баландӣ

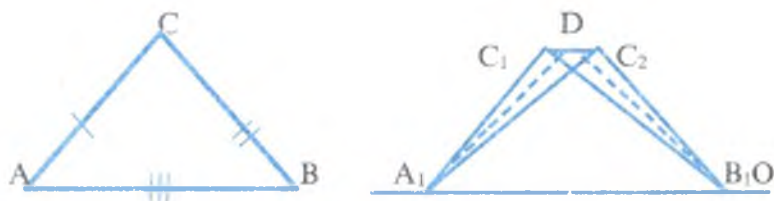
Иббот: Азбаски $BA=BC$, $AM=MC$ ва $\angle A=\angle C$ аст, пас мувофиқи аломати якуми баробарии секунҷаҳо $\triangle BAM=\triangle BCM$ мешавад. Бинобар ин, $\angle 3=\angle 4$ буда, BM биссектрисаи $\triangle ABC$ аст.

$2\cdot\angle A+2\cdot\angle 3=2\cdot\angle C+2\cdot\angle 4=180^0$ ё $\angle A+\angle 3=\angle C+\angle 4=90^0$ Аз ин ҷо $\angle 1=\angle 2=90^0$ мебошад. Аз ин баробарӣ бармеояд, ки $BM\perp AC$ аст.

Яъне, BM баландии $\triangle ABC$ мебошад.

МАСЪАЛАҲО

1. Дар $\triangle ABC$, $AB=BC$ буда, BM биссектриса мебошад. Иббот кунед, ки BM медиана ва баландӣ аст.
2. Дар секунҷаи ABC . $AB=BC$ буда, BM баландӣ мебошад. Иббот кунед, ки BM медиана ва биссектриса аст.
3. Дар кадом секунҷа ҳар се баландиҳо, медианаҳо ва биссектриса баробаранд.
4. Дар секунҷаи баробарпахлу кунҷи назди кулла 60° аст. Кунҷҳои назди асосро ёбед.
5. Иббот кунед, ки секунҷаи росткунҷаи кунҷи тезаш ба 45° баробарбуда, секунҷаи баробарпахлу мебошад.
6. Агар кунҷи назди куллаи секунҷаи баробарпахлу аз кунҷи назди асос 60° зиёд бошад, кунҷҳои онро ёбед.



Расми 127

Иббот: Кунҷе, ки медианаҳои аз куллаҳои назди асос гузаронидашудаи секунҷаи баробарпахлу баробаранд.

§ 5. АЛОМАТИ СЕҶОМИ БАРОБАРИИ СЕКУНҶАҲО

Теорема. Агар се тарафи як секунҷа мувофиқан ба се тарафи секунҷаи дигар баробар бошад, он гоҳ ин секунҷаҳо баробаранд.

Маълум: $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$, $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$, $BC=B_1C_1$.

Матлуб: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (расми 127).

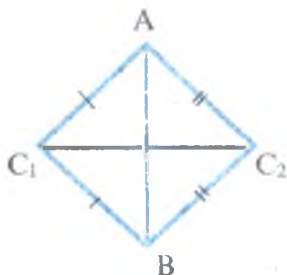
Иббот: Таъриф A_1B_1 -и $\triangle A_1B_1C_1$ -ро ба хати ростии p табдил дода, ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ чудо мекунем. Тарафи AB -и $\triangle ABC$ -ро бо тарафи A_1B_1 -и $\triangle A_1B_1C_1$ ҳамчоя менамоем. Онҳо ҳамчоя мешаванд, чунки $A_1B_1=AB$ аст. Секунҷаи ABC -ро дар нимҳамворие, ки $\triangle A_1B_1C_1$ воқеъ аст, ҷойгир мекунонем. Бигзор вай мавқеи $\triangle A_1B_1C_1$ гирад. Нуқтаҳои C_1 ва C_2 -ро пайваस्त мекунем. Дар миёнаҷойи порчаи C_1C_2 нуқтаи D -ро меёбем.

Порчаҳои A_1D ва B_1D -ро месозем. Азбаски $A_1C_1=AC=A_1C_2$ ва $B_1C_1=BC=B_1C_2$ мешаванд, пас $A_1C_1C_2$ ва $B_1C_1C_2$ -секунҷаҳои баробарпахлунд. Порчаҳои A_1D ва B_1D - медианаҳо буда, баландиҳои секунҷаҳои $A_1C_1C_2$ ва $B_1C_1C_2$ мебошанд. Аз тарафи дигар, аз нуктаи D дар ҳамворӣ ба хати рости C_1C_2 факат як перпендикуляр гузаронидан мумкин аст. Нуктаҳои C_1 ва C_2 гуногун буда намегавонанд. Инак $C_1=C_2$ ҳамон як нукта мебошад ва секунҷаҳои $\triangle A_1B_1C_1$ ва $\triangle A_1B_1C_2$ низ ҳамон як секунҷаанд, яъне $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$

МАСЪАЛАҲО

1. Секунҷаҳои ABC_1 ва ABC_2 баробарпахлу буда, нуктаҳои C_1 ва C_2 дар тарафҳои гуногуни хати рост AB меҳобанд. Иббот кунед, ки $\triangle AC_1C_2=\triangle C_1C_2$ мебошад (расми 128).

2. Порчаи AB ба порчаи CD перпендикуляр буда, дар нуктаи O ҳамдигарро мебуранд. Агар $OA=OB$ бошад, иббот кунед, ки $\triangle AOC=\triangle BOC$ мебошад.



Расми 128

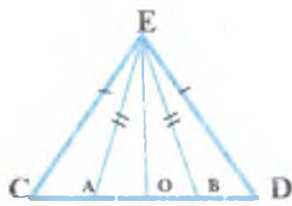
3. Дар масъалаи 2 иббот кунед, ки $\triangle AOB=\triangle AOD$ ва $\triangle ACD$ мебошанд.

4. Иббот кунед, ки нуктаҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷаи баробарпахлу, дар навбати худ куллаҳои секунҷаи баробарпахлу мебошанд.

5. Иббот кунед, ки агар нуктаҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷаи баробартарафро бо ҳам пайваст кунем, секунҷаи баробартараф ҳосил мешавад.

6. Дар расми 129 секунҷаи AEB ва секунҷаи CED баробарпахлу буда, асосҳояшон миёнаҷойи умумӣ доранд.

Иббот кунед, ки секунҷаи ACE ба секунҷаи BDE баробар аст.



Расми 129

7) Дар масъалаи 6 исбот кунед, ки $\triangle CBE = \triangle DAE$ мебошад.

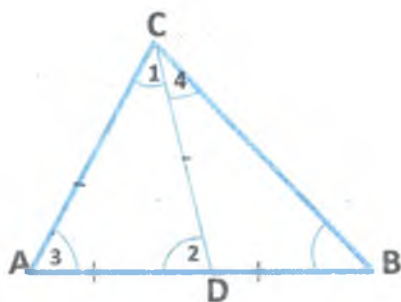
§ 6. БАЪZE ПАТИЧАХО AZ АЛОМАТҲОИ БАРОБАРИИ СЕКУНЧАХО

1. Чор аломати баробарии секунҷаҳои росткунҷа

1. Ду секунҷаи росткунҷа, агар яктоғӣ катет ва гипотенузаи баробар дошта бошад, онҳо баробаранд.
 2. Ду секунҷаи росткунҷа, агар дутоғӣ катети баробар дошта бошанд, онҳо баробаранд.
 3. Ду секунҷаи росткунҷа, агар гипотенуза ва яктоғӣ кунҷи тези баробар дошта бошанд, онҳо баробаранд.
 4. Ду секунҷаи росткунҷа, агар яктоғӣ катет ва яктоғӣ кунҷи тези баробар дошта бошанд, онҳо баробаранд.
- Дурустии ин аломатҳо дар мавзӯи аломатҳои баробарии секунҷаҳо исбот шуда буданд.



Расми 130



Расми 131

Теорема доир ба моилҳои баробар

Теорема. Агар аз ягон нуқта ба хати рост ду моили баробар гузаронида шуда бошад, он гоҳ проексияи ин моилҳо бо ҳам баробаранд.

Маълум: $OB \perp r$ ва $AB=BC$ моилҳо.

Матлуб: $OA=OC$ проексияҳо (расми 130)

Исбот. Азбаски $AB=BC$ мебошад, пас секунҷаи росткунҷаи AOB ба секунҷаи росткунҷаи COB баробар буда, порчаи OA ба порчаи OC баробар аст, яъне проексияҳои моилҳои баробар бо ҳам баробар шуданд.

Бояд қайд кард, ки агар моили AB ба моили CB баробар бошад, пас ҳардуи онҳо ба хати рости r кунҷҳои баробарро ташкил медиҳанд, яъне $\angle OAB = \angle OCB$ мебошад.

3. Муносибати байни тарафҳо ва кунҷҳои секунҷа.

Теорема. Дар секунҷаи дилҳоҳ, муқобили тарафи калон, кунҷи калон меҳобад.

Маълум: $\triangle ABC$ ва $AB > BC$.

Матлуб: $\angle C$ аз $\angle B$ калон аст (расми 131).

Исбот: Аз нуқтаи A дар нури AB порчаи $AD=AC$ – ро мегузорем. Нуқтаи C -ро бо нуқтаи D пайваست мекунем. $\angle C = \angle ACB$ аз $\angle 1 = \angle ACD$ калон аст, зеро нури CD нури дохилии $\angle ACB$ мебошад.

Аз тарафи дигар $\angle 2 = \angle B + \angle 4$ аст, зеро $\angle 2$ кунҷи берунии $\triangle ACD$ мебошад ва $\angle 2$ аз $\angle B$ калон будааст.

Дар натиҷа $\angle C$ аз $\angle 1$ калон буда, $\angle 1 = \angle 2$ ва $\angle 2$ аз $\angle B$ калон шуд, аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки $\angle C$ аз $\angle B$ калон аст.

Теоремаи баръакси ҳамин теоремаро тартиб дода, онро мустақилона худатон исбот кунед.

4. Нобаробарии секунҷа.

Теорема. Суммаи дарозии ду тарафи секунҷа, аз дарозии тарафи сеюм калон аст.

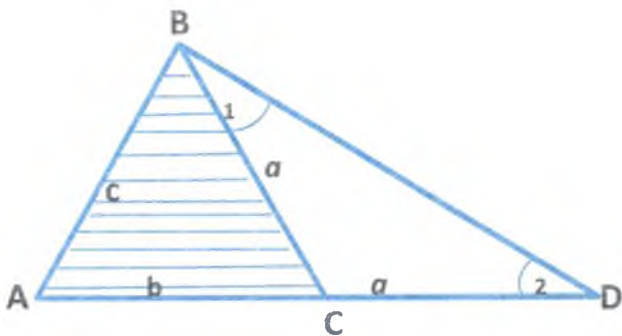
Маълум: $\triangle ABC$, $AC = b$, $BC = a$, $AB = c$ тарафҳо.

Матлуб: $AC + CB > AB$ ё $a + b > c$

$AC + AB > BC$ ё $b + c > a$

$AB + BC > AC$ ё $a + c > b$

Исбот: Ба расми 132 нигаред.



Расми 132

Аз нуқтаи С нури пуркунанда ба нури СА-ро месозем. Дар ин нур порчаи $CD=CB=a$ – ро ҷудо мекунем. Нуқтаи В – ро ба нуқтаи D пайваस्त менамоем. $\triangle BCD$ баробарпахлу аст, аз ин ҷиҳат $\angle 1 = \angle 2$ дар $\triangle ABD$, $AD > AB$ мебошад. Аз баски $AD = AC + CD = AC + BC$ аст, пас $AC + BC > AB$ шуд, яъне $a + b > c$. Исбот, ду ҳолати дигарро худатон мустақилона иҷро намоед.

МАСЪАЛАҲО

1. Дар ду секунҷаи росткунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ $\angle A = \angle A_1 = 40^\circ$, $AB = A_1B_1 = 6$ см мебошанд. Исбот кунед, ки ин секунҷаҳои росткунҷа баробаранд.

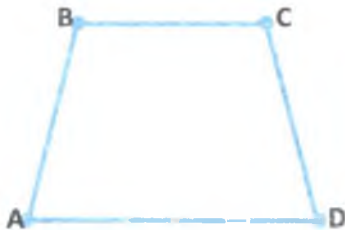
2. Дар ду секунҷаи росткунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ гипотенуза $A_1B_1 = 30$ см ва $\angle A = 30^\circ$ аст. Агар $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ бошад, катети BC – ро ёбед.

3. Порчаи $AB \perp CD$ буда, $AB = 20$ дм мебошад. Нуқтаи O (буриши порчаҳои AB в CD) дар миёнаҷойи порчаи AB меҳобад.

Агар $\angle ADB = 60^\circ$ бошад, порчаҳои AD ва DB-ро ёбед.

4. Аз нуқта ба хати рост ду моил гузарониданд. Агар ин моилҳо проексияҳои баробар дошта башанд, онҳо баробаранд (инро исбот кунед).

5. Аз нуқта ба хати рост перпендикуляр ва моил гузарониданд.



Расми 133

Дарозии моил аз перпендикуляр ду маротиба калон аст. Кунчи байни моил ва перпендикулярро ёбед.

6. Аз ду нуктаи беруни хати рост ба он ду перпендикуляр ва ду моили баробар гузарониданд. Исбот кунед, ки ин моилҳо проексияҳои баробар доранд.

7. Дар секунча $\angle A=30^\circ$ ва $\angle B=40^\circ$ мебошад. Тарафҳои секунчаро муқоиса кунед.

8. Дар секунча $AB=7$ см, $CD=8$ см ва $AC=13$ см мебошад. Кунҷҳои секунчаро муқоиса кунед.

9. Исбот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷа катет аз гипотенуза хурд аст.

10. Исбот кунед, ки моил аз перпендикуляр калон аст, агар онҳо аз як нукта гузаронида шуда бошанд.

11. Исбот кунед, ки проексияи моил аз худӣ моил хурд аст.

12. Исбот кунед, ки дар секунҷаи кундкунҷа, тарафи калонтарин муқобили кунҷи кунд меҳобад.

13. Оё секунҷа сохтан мумкин аст, агар: а) $a=4$ см, $b=5$ см, $c=10$ см б) $a=4$ см, $b=5$ см, $c=8$ см в) $a=20$ см, $b=3$ см, $c=7$ см г) $a=8$ см, $b=4$ см, $c=4$ см ғ) $a=4$ см, $b=4$ см, $c=4$ см д) $a=10$ дм, $b=10$ дм, $c=16$ дм бошад?

14. Исбот кунед, ки $AD < AB + BC + CD$ (расми 133)

15. Агар $AB=10$ см, $BC=15$ см, $AC=25$ см бошанд, нуктаҳои А, В, С чӣ гуна ҷойгиранд?

16. Агар $AB=20$ см, $BC=12$ см, $AC=24$ см бошанд, нуктаҳои А, В, С чӣ гуна ҷойгиранд?

17. Қадоме аз секунҷаҳои зерин баробаранд, агар:

а) $\angle B=60^\circ$, $AB=10$ см, б) $\angle A=40^\circ$, $\angle B=50^\circ$, $AC=10$ см; в) $BC=5$ см, $AB=10$ см, $\angle C=90^\circ$; г) $\angle A=50^\circ$, $\angle B=40^\circ$, $AC=10$ см бошад?

САВОЛҲО БАРОИ САНЧИШ

1. Ба мафҳуми секунҷа таъриф диҳед.

2. Исбот кунед, ки суммаи кунҷҳои секунҷа ба 180° баробар аст.

3. Намудҳои секунҷаро номбар кунед.
4. Секунҷаи росткунҷаро таъриф диҳед.
5. Ба катет ва гипотенуза таъриф диҳед.
6. Суммаи кунҷҳои тези секунҷаи росткунҷаро ёбед.
7. Ба секунҷаи баробарпахлу таъриф диҳед.
8. Хосияти кунҷҳои назди асоси секунҷаи баробарпахлуро баён кунед.
9. Хосияти биссектрисаи секунҷаи баробарпахлуро исбот кунед.
10. Ба секунҷаи кундкунҷа таъриф диҳед.
11. Секунҷае, ки ҳар се кунҷҳояш баробар аст, чӣ гуна секунҷа мебошад?
12. Секунҷаи росткунҷае, ки дорoi кунҷи 45° мебошад, чӣ гуна секунҷа аст?
13. Ба кунҷи берунии секунҷа таъриф диҳед.
14. Хосиятҳои кунҷи берунии секунҷаро исбот кунед.
15. Аломати якуми баробарии секунҷаҳоро баён кунед.
16. Аломати дуҷуми баробарии секунҷаҳоро исбот кунед.
17. Аломати сеҷуми баробарии секунҷаҳоро исбот кунед.
18. Аломатҳои баробарии секунҷаҳои росткунҷаро баён кунед.
19. Медиана чист?
20. Ба баландии секунҷа таъриф диҳед.
21. Ба биссектрисаи кунҷи секунҷа таъриф диҳед.
22. Хосияти катети муқобили кунҷи 30° хобидаи секунҷаи росткунҷаро баён кунед.
23. Хосияти моилҳои баробарро оред ва онро исбот кунед.
24. Нобаробарии секунҷаро нависед ва маънидод кунед.
25. Агар кунҷҳои секунҷа маълум бошанд, тарафҳоро чӣ тавр муқоиса мекунанд?
26. Исбот кунед, ки дар секунҷаи баробартараф ҳамаи кунҷҳо ба 60° баробар мебошанд.
27. Секунҷа кашед ва ҳар се баландихоро гузаронед.
28. Исбот кунед, ки дар секунҷа кунҷи берунӣ аз кунҷи дилхоҳи дохилии ба он ҳамсоя набуда калон аст.
29. Суммаи кунҷҳои берунии секунҷа ба чанд градус баробар аст?
30. Бо ёрии аломатҳои баробарии секунҷаҳо масофаи дастанрасро чӣ тавр меёбанд?

МАСЪАЛАҲО

1. Аз миёнаҷойи порчаи CD ба ин порча хати рости перпендикуляр гузарониданд. Исбот кунед, ки нуқтаи дилхоҳи ин перпендикуляр аз нӯғҳои ин порча дар як хел дури воқеъ мебошад.

2. Нуктаи D дар тарафи АВ-и $\triangle ABC$ ва нуктаи D, дар тарафи A_1B_1 -и $\triangle A_1B_1C_1$ меҳобад. Агар $DB=D_1B_1$ ва $\angle ADC=\angle A_1D_1C_1$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$ аст.

3. Баробарии секунҷаҳоро аз рӯи медиана ва кунҷе, ки медиана онро тақсим мекунад, исбот кунед.

Н и ш о н д о д: Медианаро боз як бори дигар дар давоми худаш гузored.

4. Порчаҳои АВ ва ВD дар нуктаи О ҳамдигарро мебуранд.

Агар $\angle BAO=\angle DCO$ ва $AO=CO$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle BAO=\triangle DCO$ мебошад.

5. Периметри секунҷаи баробарпахлу 10 см ва тарафи паҳлуиаш 3 см аст. Асоси секунҷаро ёбед.

6. Периметри секунҷаи баробарпахлу 2 м ва асосаш 0,6 м аст. Дарозии тарафҳои паҳлуиро ёбед.

7. Периметри секунҷаи баробарпахлу 18,4 дм буда: 1) асосаш аз тарафи паҳлӯй 0,6 дм хурд аст. 2) асос аз тарафи паҳлӯй 3,4 дм калон аст. Тарафҳои секунҷаро ёбед.

8. Баробарии секунҷаҳои баробарпахлуро аз рӯи биссектрисаҳои кунҷҳои назди асос исбот кунед.

9. Дар секунҷаи баробарпахлу тарафи паҳлӯй 40 дм буда, кунҷи назди асос 30° аст. Баландии секунҷаро, ки ба тарафи асос фароварда шудааст, ёбед.

10. Исбот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷа медианаи бо гипотенуза фаровардашуда ба нисфи гипотенуза баробар аст.

11. Баробарии секунҷаҳоро аз рӯи ду тараф ва медианаи ба тарафи сеюм фаровардашуда исбот кунед.

12. Баробарии секунҷаҳоро аз рӯи ду тараф ва медианаи ба тарафи сеюм фаровардашуда исбот кунед.

13. Дар расми 134 $\angle DBC=\angle DAC$ ва $BO=AO$ мебошад. Исбот кунед, ки $\angle C=\angle D$ ва $AC=BD$ аст.

14. Ба расми 135 нигаред. Дар он $AB=CD$, $AB\parallel CD$, $AD=BC$, $AD\parallel BC$; $BE\perp AC$; $DF\perp AC$.

Исбот кунед, ки $\triangle ABE=\triangle CDF$ мебошад.



Расми 134



Расми 135

15. Агар $\triangle ABC = \triangle BCA$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle ABC$ баробартаараф аст.

16. Агар $AM = A_1M_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle AMB = \angle A_1M_1B_1$, M ва M_1 мувофиқан миёнаҷойи тарафҳои BC ва B_1C_1 бошанд, исбот кунед, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ аст.

17. Агар $AB = 40$ м, $BC = 30$ м, $AC = 60$ м бошанд, кадом кунҷи секунҷаи ABC калон аст?

18. Кунҷи берунии секунҷаи баробарпахлу ба 140° баробар аст. Кунҷҳои дохили онро ёбед.

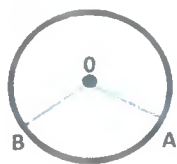
19. Яке аз кунҷҳои берунии секунҷаи росткунҷа 150° аст. Кунҷҳои дохилии онро ёбед.

20. Проексияи моил ба нисфи моил баробар аст. Кунҷи байни моил ва перпендикулярро ёбед.

ФАСЛИ IV

§1. ДАВРА ВА ҲОЛАТҲОИ ҶОИИ ҶАМЪАВИИ ДАВРАҶО. ДОИРА

1. Давра Нуғи тези паргорро ба нуқтаи ҳамворӣ гузошта, нуғи каламдорашро давр мезанонем. Дар ин ҳолат шакли геометрие ҳосил мешавад, ки он давра ном дорад.



Таъриф. Ҷойи геометрии нуқтаҳои ҳамворӣ, ки из нуқтаи додашуда дар як хел масофа воқеанд, *давра* номида мешавад.

Расми 136

Дар расми 136 давра тасвир ёфтааст. O маркази давра мебошад, ки аз ҳама нуқтаҳои давра дар якхел масофа воқеъ аст.

Порчаҳои OA ва OB радиусҳои давра буда, бо r ишора карда мешаванд.

Таъриф. Порчае, ки маркази давраро ба нуқтаи он пайваст мекунад, радиуси даври ном дорад.

Ҳамаи радиусҳои як давра бо ҳам баробаранд, яъне $OA=OB=r$. Давра нуқтаҳои бешумор дорад, аз ин рӯ, радиусҳоиаш бешумор аст.

2. Диаметр ва хорда. Таъриф. Порчае, ки ду нуқтаи давраро бо ҳам мепайвандад, хордаи давра номида мешавад.

Дар расми 137 а) порчаҳои AB ва CD хордаҳо мебошанд.

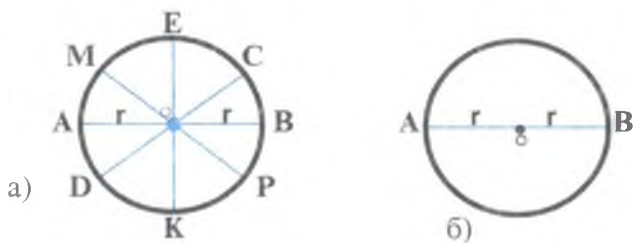
Аз як нуқтаи давра хордаҳои бешумор гузаронидан мумкин аст. Давра хордаҳои бешумор дорад.



Расми 137

Таъриф. Хордае, ки аз маркази давра мегузарад, диаметр номида мешавад.

Дар расми 137 б) порчаи AM диаметр мебошад. Ҳар як давра диаметрҳои бешумор дорад. Ҳамаи диаметрҳои як давра бо ҳам баробаранд. Дар расми 138 якчанд диаметрҳо тасвир ёфтаанд: $AB=CD=MP=KE=d$



Расми 138

Дар давра як диаметр ба ду радиус баробар аст. Яъне $d=2 \cdot r$; $AB=2 \cdot r$

Аз баробарии $OA=OB= r$ бармеояд, ки (расми 138 б.) $AB=2r$ аст.

МАСЪАЛАҲО

1. Агар r радиуси давра буда, дарозиаш: 5 см; 16 см; 4 см; 7 дм бошад, дарозии диаметри давраро ёбед.

2. Агар d диаметри давра буда, дарозиаш: 30 см; 15 см; 36 м; 14 м; ва 18 м бошад, радиуси давраро ёбед.

3. Аз муҳити агроф шаклхоеро номбар кунед, ки қисмҳои даврашакл доранд.

4. Ҳолатҳои ҷойгиршавии порчаро нисбат ба давра тадқиқ карда, расмҳои мувофиқ кашед.

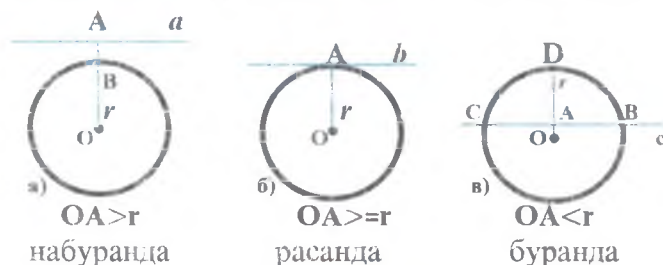
5. Ҳолатҳои ҷойгиршавии нурро нисбат ба давра тадқиқ карда, расмҳои мувофиқ кашед.

3. Буранда ва расанда. Ҳолати ҷойгиршавии хати ростро нисбат ба давра муоина менамоем.

1). Хати рости a (расми 139, а) бо давра ягон нуқтаи умумӣ надорад. Агар хати рост бо давра нуқтаи умумӣ надошта бошад, вай давраро намебурад. Дар ин ҳолат масофаи маркази давра то хати рост аз радиус калон аст: $OA > r$.

2). Давра бо хати рости a (расми 139, б) як нуқтаи умумӣ дорад. Дар ин ҳолат масофа аз маркази давра то хати рост b ба радиус баробар мебошад: $OA = r$. Дар ин ҳолат $OA \perp b$ мебошад.

Таъриф. Хати росте, ки аз нуғи радиуси давра гузашта ба ин радиус перпендикуляр аст, расандаи давра ном дорад.



Расми 139

Дар расми 139, б) хати рости b расандаи давра мебошад.

3. Дар расми 139 в) хати рости c бо давра ду нуқтаи умумӣ С ва В-ро дорад. Дар ин ҳолат масофаи байни марказ то хати рости c аз радиуси давра хурд аст: $OA < r$.

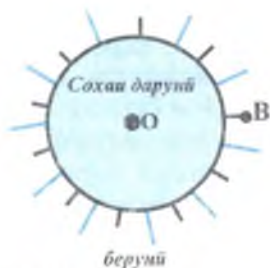
Таъриф. Хати росте, ки бо давра ду нуқтаи умумӣ дорад, бурандаи давра номида мешавад.

Дар расми 139, в) хати рости c бурандаи давра мебошад.

4. Донра. Давра ҳамвориро ба ду соҳа (қисм) ҷудо мекунад.

Соҳаи дохилӣ ва берунӣ (расми 140).

Таъриф. Қисми ҳамворӣ, ки ба давра маҳдуд аст, доира номида мешавад.

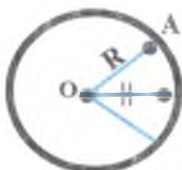


Расми 140



$$OA < R$$

A-дар дохили
давра



$$OA = R$$

A-дар давра

Расми 141



$$OA > R$$

A-дар берунӣ
давра

Нуктаҳо нисбат ба давра се ҳел ҷойгир мешаванд (расми 141):

1) Агар $OA < R$ шавад, нуктаи A дар дохили давра меҳобад.

2) Агар $OA = R$ бошад, A дар давра меҳобад.

3) Агар $OA > R$ бошад, нуктаи A берун аз давра меҳобад.

Машқҳо

1. Радиуси давра $R = 5$ см аст. Ин давраро кашед.

O-маркази давра. Агар: $OX = 3$ см; $OX = 7$ см; $OX = 4,5$ см;

$OX = 5$ см бошад, нуктаи X дар кучо меҳобад?

2. O-маркази давра ва $R = 8$ см аст. Агар нуктаи X шарти

$OX < R$ -ро иҷро кунад, вай дар кадом шакти геометрӣ меҳобад?

3. Нуктаи X дар хати ростии a хобида, O маркази давраи радиусаш $R = 4$ см мебошад. $OX \perp a$ буда: а) $OX = 2$ см;

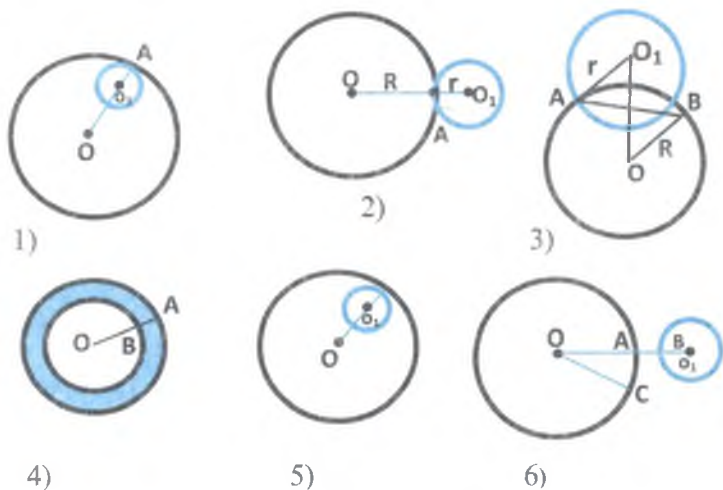
б) $OX = 4$ см в) $OX = 6$ см аст. Дар кадом ҳолат хати ростии a давраро мебурад?

5. Ҳолати ҷойгиршавии ду давра. Ба расми 142 нигаред.

Ду давра метавонанд як ё ду нуктаи умумӣ дошта бошанд.

Онҳо нуктаи умумӣ ҳам надошта метавонанд.

1) Дар расми 142, 1). давраҳо дорои нуқтаи умумии А мебошанд. $d=OO_1=R-r$



Расми 142

Давраҳое, ки фақат як нуқтаи умумӣ доранд бо ҳам расандаанд. Давраҳои расми 142, 1) аз дохил расандаанд. Агар давраҳо аз дохил расанда бошанд, шарти $R-r=d$ иҷро мешавад.

Дар ин ҷо $OA=R$ радиуси давраи калон, $O_1A=r$ радиуси давраи хурд буда, $OO_1=d$ -масофаи байни марказҳои давраҳо мебошад.

2) Дар расми 142, 2) давраҳо як нуқтаи умумии А доранд.

Онҳо аз берун расандаанд. Барои давраҳои аз берун расанда шарти $d=R+r$ иҷро мешавад.

3) Дар расми 142, 3) давраҳо фақат ду нуқтаи умумии А ва В-ро доранд. Ду даврае, ки фақат ду нуқтаи умумӣ доранд, давраҳои буранда номида мешаванд. Давраҳои буранда шарти $d < R+r$ -ро қаноат мекунонанд.

4) Дар расми 142, 4) ду давра маркази умумӣ доранд, давраҳои ҳаммарказ (концентрикӣ) номида мешаванд.

Давраҳои концентрӣ шарти $OA-OB=AB$ -ро қаноат мекунонанд. яъне $R-r=AB$ (AB - масофаи байни давраҳо).

5) Давраҳои расми 142, 5) ҳам нуқтаи умумӣ надоранд. Давраҳое, ки нуқтаи умумӣ надоранд, давраҳои набуранда мебошанд. Дар расмҳои 142; 4), 142; 5), 142; 6) давраҳо набурандаанд.

Агар як давра дар беруни давраи дигар хобад, шарти $d > R+r$ иҷро мешавад.

МАСЪАЛАҲО

1. Ҳолатҳои ҷойгиршавии хати рост ва давраро тасвир намоед, агар $R=3$ см ва масофаҳои марказ то хаги рост ОХ: а) 2 см; б) 3 см; в) 5 см бошад.

2. Агар $OA=OB$ бошад, чанд давраи марказаш О ва аз нуқтаҳои А ва В гузарандаро сохтан мумкин аст?

3. Нуқтаҳои А, В, С, D, E дар давра меҳобанд. Ҳар ду нуқтаро бо порча пайваст намоед. Чанд хорда ҳосил шуд?

4. Дар давра ду, се, чор, шаш нуқта гузошта, онҳоро бо хордаҳо пайваст кунед. Дар ҳар маврид чанд хорда ҳосил мешавад?

5. Дар давра диаметри АВ гузаронед. Исбот кунед, ки маркази давра дар байни нуқтаҳои А ва В меҳобад.

6. Давраи марказаш О ва радиусаш $R=6$ см-ро кашед.

Порчаҳои $AB=4$ см, $OB=6$ см, $OC=8$ см-ро созед. Нуқтаҳои А, В, С нисбат ба давра чӣ тавр ҷойгир мешаванд?

7. Агар d -масофаи байни марказҳо, R ва r радиуси давраҳо бошанд, давраҳо чӣ тавр ҷойгиранд: а) $b=8$ см; $R=5$ см, $r=3$ см; б) $d=8$ см, $R=3$ см, $r=2$ см; в) $d=5$ см; $R=6$ см, $r=4$ см; г) $b=8$ см, $R=4$ см, $r=3$ см; д) $d=8$ см, $R=12$ см, $r=4$ см?

8. Дар давра нуқтаи А-ро интихоб кунед. Аз ин нуқта радиуси ОА ва расандаи d -ро созед. Кунҷи байни радиус ва расандаро чен кунед.

9. Давраро бо паргор чӣ тавр ба шаш ва се қисми баробар тақсим кардан мумкин аст?

§2. ҲОЛАТИ ҶОЙГИРШАВИИ ШАКЛҲО НИСБАТ БА ДАВРА

1. **Кунҷи марказӣ. Камони давра.** Дар расми 143 қисми давраро мебинем, ки дар байни нуқтаҳои А ва В ҷойгир аст.

Таъриф. Қисми давраро, ки дар байни ду нуқтаи давра воқеъ аст, камони давра меноманд.

Ибораи «камони АВ»-ро чунин ишора мекунам: АВ.

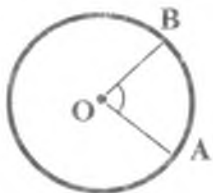
Камонҳо мисли кунҷҳо бо градус чен карда мешаванд.

Нимдавра камонест, ки бузургияш 180° аст.

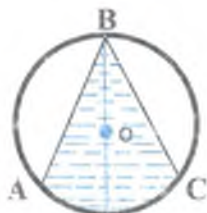
Ба кунҷи АОВ-и расми 143 нигаред. Қуллаи ин кунҷ маркази давра буда, тарафҳояш радиусҳои ОА ва ОВ мебошанд. $\angle AOB$ -кунҷи марказӣ мебошад.

Таъриф. Кунҷе, ки қуллааш маркази давра буда, тарафҳояш радиусҳо мебошанд, кунҷи марказӣ ном дорад.

Кунчи марказии АОВ ба камони АВ такя мекунад. Кунчи марказӣ ва камони ба он такякунанда бузургии градусии якхела доранд, яъне бузургии кунчи марказӣ ба бузургии камони ба он такякунанда баробар аст: $\angle AOB = \overset{\frown}{AB}$. Азбаски давра аз ду нимдавра иборат аст



Расми 143



Расми 144

ва кунчи ба нимдавра такякунанда кунчи қушод мебошад, пас бузургии градусии тамоми давра ба 360° баробар аст.

2. **Кунчи дарункашида.** Дар расми 144 кунчи ABC тасвир ёфтааст, ки қуллааш дар давра хобида, тарафҳои АВ ва ВС-аш хордаҳо мебошанд. $\angle ABC$ кунчи дарункашида мебошад.

Таъриф. *Кунце, ки қуллааш нуқтаи давра буда, тарафҳои хордаҳо мебошанд, кунчи дарункашида номида мешавад.*

Теорема. *Бузургии кунчи дарункашида ба нисфи бузургии камони ба он такякунанда баробар аст.*

Маълум: $\angle ACB$ ва $\overset{\frown}{AB}$.

Матлуб: $\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$

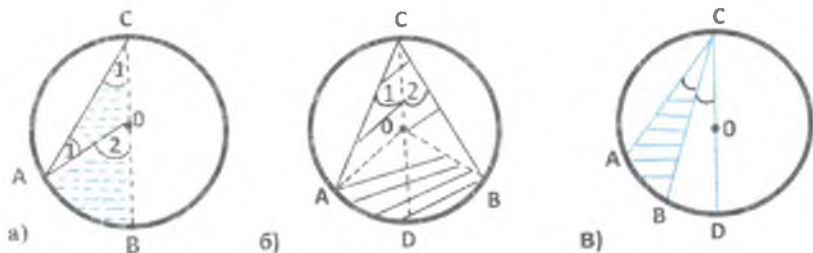
Исбот. Кунчи ACB нисбат ба маркази O се ҳолати ҷойгиршавӣ дорад. Теоремаро барои ҳар як ҳолат алоҳида исбот менамоем. А) Маркази давра (расми 145, а)) дар як тарафи $\angle ACB$ меҳобад. $\angle 2$ кунчи берунии $\triangle AOC$ буда, $\angle 2 = \overset{\frown}{AB}$ аст. Аз тарафи дигар, $\angle 2$ кунчи берунии $\triangle AOC$ буда, $2 \cdot \angle 1 = \angle 2$ мебошад. Аз ин рӯ, $\angle 1 = \frac{1}{2} \cdot \angle 2 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$; $\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$ мебошад.

Б) Дар расми 145, б) маркази O дар дохили $\angle ACB$ меҳобад.

$$\angle ACB = \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AD} + \frac{1}{2} \overset{\frown}{DB} = \frac{1}{2} \left(\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{DB} \right) = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$$

В) Маркази давра дар беруни $\angle ACB$ меҳобад (расми 145, в)
 $\angle ABC = \angle ACD - \angle BCD = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AD} - \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{BD} = \frac{1}{2} \cdot (\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{BD})$
 $= \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$; $\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$.



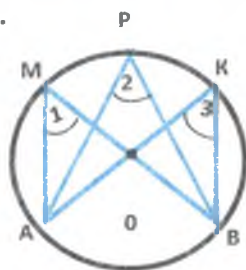
Расми 145

3. Кунҷҳои дарункашидаи ба як қамон тақиякунанда
Теорема. *Кунҷҳои дарункашида, ки ба ҳамон як қамон тақия мекунад, бо ҳамдигар баробаранд.*

Маълум: $\overset{\frown}{AB}$ ва $\angle 1 = \angle 2, \angle 3$ (расми 146).

Маълӯб: $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.

Исбот. Аз теорема дар бораи кунҷи дарункашида бармеояд, ки $\angle 1 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$
 $\angle 2 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$ ва $\angle 3 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$. Аз ин ҷо:
 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.



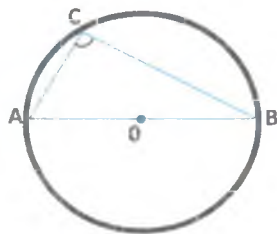
Расми 146

Масъала. Исбот кунед, ки кунҷи дарункашида, ки ба диаметр тақия мекунад, кунҷи рост аст.

Маълум: AB -диаметр, $\angle ACB$ (расми 147).

Маълӯб: $\angle ACB = 90^\circ$

Исбот. Кунҷи ACB ҳам ба диаметри AB ва ҳам ба қамони AB (нимдавра) тақия мекунад. $\overset{\frown}{AB} = 180^\circ$, аз ин рӯ,
 $\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB} = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$,



Расми 146

МАСЪЛАҲО

1. Бузургии кунҷҳои марказиро ёбед, агар онҳо ба камонҳои зерини давра таъя намоянд: 1) ба нисфи давра; 2) ба чоряки давра; 3) ба $\frac{1}{2}$ ҳиссаи давра 4) ба $\frac{1}{6}$ ҳиссаи давра; 5) ба $\frac{1}{4}$ ҳиссаи нимдавра; 6) ба $\frac{1}{3}$ ҳиссаи нимдавра; 6) ба $\frac{1}{3}$ ҳиссаи нимдавра.

2. Кунҷи дарункашида ва кунҷи марказӣ ба ҳамон як камон таъя мекунад. Агар кунҷи марказӣ маълум бошад, кунҷи дарункашидаро ёбед: 1) 30° ; 2) 60° ; 3) 90° ; 4) 120° ; 5) 150° .

3. Кунҷи дарункашида ба бузургии зерин баробар аст: 1) 25° ; 2) 40° ; 3) $22^\circ 05'$; 4) 60° ; 5) $74^\circ 12'$. Кунҷи марказии ба он мувофиқ ёфта шавад.

4. Хорда ба камоне таъя мекунад, ки бузургииаш 60° аст.

Исбот кунед, ки дарозии ин хорда ба радиус баробар аст.

5. Аз як нуқтаи давра ду хордаи ба радиус баробар кашида шудааст. Кунҷи байни хордаҳои давраро ёбед.

4. Секунҷаи дарункашида.

Таъриф. Секунҷае, ки қуллаҳоиаш дар давра меҳобанд, секунҷаи дарункашида ном дорад.

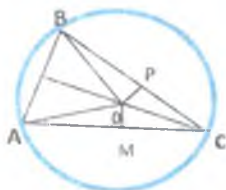
Дар расми 148 секунҷаи ABC секунҷаи дарункашида буда, давра ба он берункашида мебошад. Аз расм дидан душвор нест, ки тарафҳои секунҷа порчаҳои AB, BC ва AC хордаҳои давра мебошанд.

Ҳолатҳои ҷойгиршавии маркази давраро нисбат ба секунҷа тадқиқ намоед.

Теорема. Нуқтаи буриши перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷа маркази давраи берункашида мебошад.

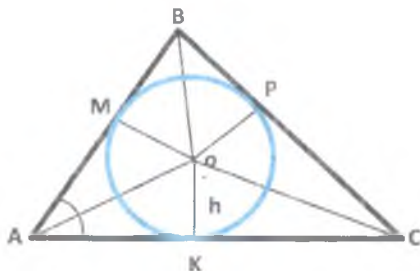
Маълум: O-маркази давраи берункашида.

Исбот. $\triangle AOB$, $\triangle AOC$ ва $\triangle COB$ секунҷаҳои баробарпахлу мебошанд (расми 148), чунки $OA=OB=OC=R$. Аз баробарпахлу будани секунҷаҳо маълум мегардад, ки



$$AO=BO=CO=R$$

Расми 148



Расми 149

порчаҳои ОК, ОМ ва ОР дар як вақт ҳам баландӣ ва ҳам медиана мебошанд. Аз ин ҷо порчаҳои ОК, ОМ ва ОР перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳои $\triangle ABC$ буда, нуқтаи О маркази давраи берункашида мебошад.

6. Давраи дар секунҷа дарункашида

Таъриф. Агар тарафҳои секунҷа расиндаҳои давра бошанд, давраро давраи дарункашида меноманд.

Дар ин ҳолат секунҷа берункашидаи давра мебошад. Дар расми 149 порчаҳои $OM=OP=OK=r$ радиусҳои давраи дарункашида мебошанд.

Теорема. Маркази давраи дарункашидаи секунҷа нуқтаи буриши биссектрисаҳои секунҷа мебошад.

Исбот. Дар расми 149 нуқтаи О маркази давраи дарункашида мебошад. Аз тарафи дигар, дар нуқтаи О нурҳои АО, ВО, СО ҳамдигарро мебуранд. Исбот мекунем, ки нурҳои АО, ВО ва СО биссектрисаҳои кунҷҳои секунҷаанд.

$\triangle AOM$ ва $\triangle AOK$ секунҷаҳои росткунҷа мебошанд. Аз $OM=OK=r$ бармеояд, ки $\triangle AOM=\triangle AOK$ аст. Аз дурустии $\triangle AOM=\triangle AOK$ бармеояд, ки $\triangle COK=\triangle COP$ ва $\triangle WOM=\triangle WOP$ шуда, нурҳои СО ва ВО биссектрисаҳо мешаванд. Ҳамин тарик, нуқтаи О нуқтаи буриши биссектрисаҳои секунҷа мебошад.

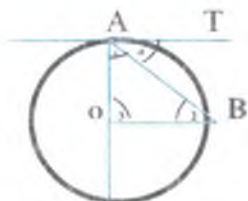
Натиҷаҳо: 1) Дар атрофи секунҷа фақат як давраи берункашида сохтан мумкин аст.

2). Дар дохили секунҷа фақат як давраи дарункашида сохтан мумкин аст.

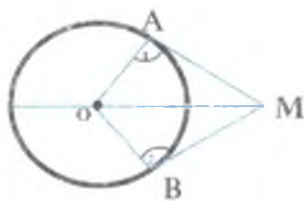
Исботи ин натиҷаҳо ба шумо ҳавола мекунем.

7. Кунҷи байни расанда ва хорда

Теорема. Кунҷе, ки дар байни расанда ва хордаи аз як нуқтаи давра гузаронидашуда ҳосил мешавад, ба нисфи қамоне баробар аст, ки ба ин хорда таъяс мекунад.



Расми 150



Расми 151

Д.ш.а: АТ-расанда, АВ-хорда, АВ-камон. (расми 150)

Матлуб: $\angle VAT = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$ (расми 150).

Исбот. АО-ро то бурида шудан ба давра давом медиҳем.
 $\angle OAB = \frac{1}{2} (180^\circ - \overset{\frown}{AB})$.

$\angle TAB = \angle OAT - \angle OAB = 90^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$; $\angle TAB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$

8. Теорема дар бораи ду расандаи аз як нуқта гузаронидашуда.

Теорема. Агар аз ягон нуқта ба давра ду расанда гузаронида шавад, масофаҳо аз он нуқта то нуқтаҳои расии баробаранд.

Дода шудааст: МА ва МВ-расандаҳо.

Матлуб: МА=МВ (расми 151).

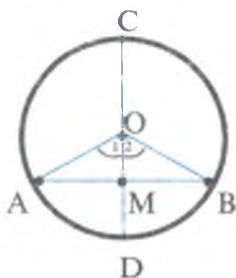
Исбот: Секунҷаҳои ОАМ ва ОВМ секунҷаҳои росткунҷаанд, чунки $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$. ОА=ОВ=r, пас $\triangle OAM = \triangle OBM$, аз ин ҷо бармеояд, ки АМ=МВ аст.

9. Теорема дар бораи диаметри ба хорда перпендикуляр.

Теорема. Диаметре, ки ба хорда перпендикуляр аст, хорда ва қисми ба ин хорда тақиякунандаро ба ду қисми баробар ҷудо мекунад.

Дода шудааст: АВ-хорда, CD-диаметр. АВ \perp CD

Матлуб: АМ=МВ, АD = DB (расми 152).



Расми 152

Исбот. Ба расми 152 нигаред. ОА=ОВ, ва $\triangle AOB$ баробарпахлу.

CD \perp АВ, пас ОМ \perp АВ. ОМ-баландӣ, биссектриса ва медианаи $\triangle AOB$ мебошад. Аз ин ҷо АМ=МВ, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 1 = \overset{\frown}{AD}$, $\angle 2 = \overset{\frown}{DB}$ ва $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DB}$ мебошад. Бинобар ин, АМ=МВ= $\frac{1}{2} AB$ ва $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DB} = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$ мебошад.

САВОЛҲО БАРОИ САНЦИШ

1. Давраро чӣ тавр таъриф медиҳанд?
2. Таърифи радиус ва диаметро баён кунед.
3. Таърифи хорда ва расандаи давраро оред.
4. Камони давра чист?
5. Таърифи кунчи марказиро баён кунед.
6. Таърифи кунчи дарункашидаро оред.
7. Теоремаро дар бораи кунчи дарункашида исбот кунед.
8. Теоремаро дар бораи кунчи байни расанда ва хорда баён кунед.
9. Секунҷаи дарункашида чист?
10. Таърифи секунҷаи берункашидаро баён кунед.
11. Хосияти ду расандаи аз як нукта гузаронидашударо баён кунед.
12. Ҳолатҳои чойгиршавии нукта ва давраро баён кунед.
13. Ҳолатҳои чойгиршавии хати рост ва давраро баён кунед.
14. Кунчи дарункашида нисбат ба маркази давра чӣ тавр чойгир шуда метавонад?
15. Хосияти кунчи ба диаметр таъқунанда чӣ гуна аст?
16. Ду давра нисбат ба ҳамдигар чӣ тавр чойгир шуда метавонанд?
17. Кадом вақт ду давра расандаанд?
18. Кадом вақт ду давра бурандаанд?
19. Хосияти кунҷҳои дарункашидаро, ки ба ҳамон як камон таъқ мекунанд, баён кунед.
20. Теоремаро дар бораи диаметри ба хорда перпендикуляр баён кунед.
21. Таърифи доираро баён намоед.
22. Маркази давраи берункашидаро чӣ тавр меёбанд?
23. Маркази давраи дарункашида дар кучо мехобад?
24. Маркази давраи дар атрофи секунҷаи росткунҷа берункашида дар кучо мехобад?
25. Дар кадом секунҷа маркази давраи дарункашида ва берункашида ҳамҷоя мешаванд?

МАСЪАЛАҲО

1. Исбот кунед, ки перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷа ҳамдигарро дар як нукта мебуранд.

2. Исробот кунед, ки биссектрисаҳои секунча ҳамдигарро дар як нуқта мебуранд.

3. Исробот кунед, ки дар секунчаи баробартараф давраҳои дарункашида ва берункашида дорои ҳамон як марказ мебошанд.

4. Исробот кунед, ки миёнаҷойи гипотенуза маркази давраи берункашидаи секунчаи росткунча мебошад.

5. Исробот кунед, ки дар секунчаи росткунча медианаи ба гипотенуза фаровардашуда ба нисфи гипотенуза баробар аст.

6. Гипотенузаи секунчаи росткунча ба 10 см баробар аст. Медианаи ба гипотенуза фаровардашударо ёбед.

7. Аз нуқтае ба давра расанда ва буранда гузаронидаанд.

Агар ин нуқта дар давра хобида, хордаи ҳосилшуда ба радиуси баробар бошад, кунҷи байни расанда ва бурандаро ёбед.

8. Аз нуқта ба давра ду расанда гузаронида шудааст.

Исробот кунед, ки бурандаи, аз марказ ва ин нуқта гузаранда, биссектрисаи кунҷи байни расандаҳо мебошад.

9. Кунҷи байни хорда ва радиуси давра ба 60° баробар мебошад. Агар радиуси давра 14 см бошад, дарозии хордаро ёбед.

10. Кунҷи байни радиусҳои давра 120° аст. Хордаҳои ба ин кунҷ таъяқунанда 15 см аст. Радиуси давраро ёбед.

11. Исробот кунед, ки диаметри аз миёнаҷойи хорда гузаранда ба ин хорда перпендикуляр аст.

12. Дар давра ду секунча дарункашидаанд, ки онҳо дорои яктоғӣ кунҷи 30° мебошанд. Агар ин секунчаҳо ба диаметр таъяқунанд, исробот кунед, ки онҳо баробаранд?

СОХТАНҲОИ ГЕОМЕТРӢ

§1. ТАЛАБОТИ АСОСӢ ДОИР БА СОХТАНҲОИ ГЕОМЕТРӢ

1. Масъала доир ба сохтан чист?

Дар геометрия масъалаҳое вомехӯранд, ки дар онҳо бо ёрии як ё якчанд асбоб ва дода шудани баъзе шаклҳо ва маълумоти асосӣ доир ба онҳо, сохтани шакли нави геометрӣ талаб карда мешавад. Чунин масъалаҳоро масъалаҳо доир ба сохтанҳои геометрӣ меноманд. Сохтанҳои геометрӣ таърихи қадима доранд. Аввалин масъалаҳо доир ба сохтан дар замони Евклид ва ҳатто пеш аз он диққати олимонро ба худ ҷалб карда буданд.

Хаткашаки бетақсимоти дутарафа ва паргор асбобҳои асосӣ барои сохтанҳои геометрӣ мебошанд.

Ҳар кадоми онҳо барои иҷрои амалиёти махсус истифода бурда мешаванд. Чунин амалиётро аксиомаи ин асбобҳо меноманд.

2. Аксиомаҳои хаткашак

Бо хаткашак дар ҳамворӣ: 1). Хати рости дилхоҳ 2). Хати рости аз нуқтаи маълум гузаранда 3). Хати рости аз ду нуқтаи додашуда гузарандаро сохтан мумкин аст.

Бо ёрии хаткашак дигар амалиётро иҷро кардан тавсия дода намешавад, аз ҷумла бо ёрии хаткашак чен кардан ва сохтани порчаҳои дарозияш маълум мамнӯъ ҳисоб мешавад.

3. Аксиомаҳои паргор

Бо паргор дар ҳамворӣ: 1). Аз маркази маълум давраи радиусаш додашударо сохтан мумкин аст. 2). Порчаи ба порчаи додашуда баробарро дар хати рост ҷудо кардан мумкин аст.

4. Масъалаҳои одитарин доир ба сохтанҳои геометрӣ

Бо хаткашак ва паргор якҷоя як қатор масъалаҳоро доир ба сохтан ҳал намудан мумкин аст:

1. Аз нуқтаи маълум сохтани хати рости перпендикуляр ба хати рости додашуда.

2. Сохтани нуқтаи миёнаҷойи порча.
3. Сохтани перпендикуляр ба миёнаҷойи порча.
4. Сохтани кунҷи ба кунҷи додашуда баробар.
5. Сохтани биссектрисаи кунҷи додашуда.
6. Сохтани секунҷа, бо дода шудани се тарафи он.
7. Сохтани секунҷа бо дода шудани як тараф ва ду кунҷи ба он часпида.

8. Сохтани секунҷа аз рӯи ду тараф ва кунҷи байни ин тарафҳо.

Масъалаҳои номбурда масъалаҳои одитарини сохтанҳои геометрӣ мебошанд ва дар мавзӯҳои оянда шумо ба ҳалли онҳо шинос хоҳед шуд.

4. Марҳалаҳои асосии ҳалли масъалаҳо доир ба сохтан

Ҳалли масъалаҳо доир ба сохтан, асосан, дар чор марҳала иҷро карда мешавад: таҳлил, сохтан, исбот ва тадқиқ.

1. Таҳлилро чӣ тавр мегузaronанд? Таҳлил марҳалаи асосие аст, ки роҳи ҳал ҷустуҷӯ карда шуда, низоми иҷрои сохтан (алгоритми ҳал) тартиб дода мешавад.

Дар ин марҳала шартҳои масъала бо диққат хонда шуда, маълум ва матлубҳо аниқ карда мешаванд. Тасаввур менамоянд, ки шакли геометрии талабкардашуда, аллакай сохта шудааст.

Бо ин мақсад расми тахминиро месозанд. Кушиш менамоянд, ки дар алоқамандӣ бо расм ва хосиятҳои маълум масъаларо ба зермасъалаҳое, ки сохтанаш одӣ аст, ҷудо намоянд. Дар таҳлил аз матлуб ба маълум фикр кардан мувофиқи мақсад аст.

Дар охири таҳлил низоми сохтан тартиб дода мешавад.

2. Сохтан чӣ тавр иҷро карда мешавад? Дар аввали сохтан он шаклҳоеро интихоб мекунанд, ки дар шартҳои масъала дода шуда бошанд. Сипас, як-як сохтанҳои дар низоми ҳал овардашударо бо ёрии паргор ва хаткашак иҷро мекунанд.

Хатҳо ва порчаҳои ёрирасонро хиратар ва хатҳою порчаҳои асосиро равшан тасвир менамоянд.

3. Исбот чӣ тавр иҷро карда мешавад? Пас аз иҷрои сохтан, ягон шакли геометрӣ ҳосил мешавад. Дар ин марҳала муқаррар мекунанд, ки шакли геометрии сохташуда ҳамон матлуб аст, ки онро масъала талаб мекунад. Аз

ин рӯ, хосиятҳо ва муносибатҳои маълуми назарияро истифода бурда, дурустии сохтанро тасдиқ мекунанд. Баъзан барои исботи дурустии сохтан аз ченкунию муқоисакунию истифода мебаранд.

4. Тадқиқ чӣ тавр гузаронида мешавад?

Ҳангоми тадқиқ роҳҳои дигари сохтан, ки аз марҳалаҳои асосӣ фарқ мекунанд, ҷустуҷӯ карда мешаванд. Бо мақсади ҳаматарафа гузаронидани тадқиқ, гоҳо мавқеи ҷойгиршавии маълумҳо ва тағйироти андозаҳои онҳо роли муҳим мебозад. Ҳангоми тадқиқ чанд ҳал доштани масъала аниқ карда мешавад.

Баъзан ҳалли масъалаҳо доир ба сохтанро дар ду марҳала иҷро мекунанд. Дар чунин маврид тадқиқ бо таҳлил ва исбот бо сохтан ҳамчун карда мешавад.

§2. СОХТАНИ ХАТҲОИ РОСТИ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

1. Ба ду қисми баробар тақсим кардани порча.

Масъала. Порчаи АВ дода шудааст. Онро ба ду қисми баробар тақсим намоед.

Таҳлил. Маълум: Порчаи АВ.

Матлуб. Нуқтаи О ба шарте, ки $ОА=ОВ$ шавад.

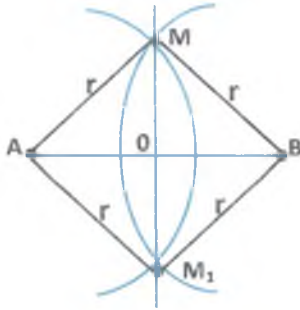
Бигзор порчаи АВ ва нуқтаи О дар миёнаҷойи он сохта шуда бошад (расми 153). Нуқтаи О аз нӯғҳои порча дар масофаи якхела воқеъ аст, чунки $ОА=ОВ$ мебошад. Оё чунин нуқтаи дигар М вуҷуд дорад, ки $АМ=МВ$ шавад? Нуқтаи М-ро тарзе интихоб намоед, ки $\triangle АМВ$ баробарпахлу шавад. Порчаи ОМ медиана ва баландии $\triangle АМВ$ мебошад, аз ин рӯ, $ОМ \perp АВ$ аст. Агар аз нуқтаи А давраи $A(AM)$ ва аз нуқтаи В давраи $B(BM)$ -ро созем, давраҳо дар ду нуқта ҳамдигарро мебуранд. Аз нуқтаҳои буриш хати рост сохта, нуқтаи О-ро ёфтан мумкин аст.

Низоми сохтан.

а) Тасвири порчаи АВ.

б) Сохтани давраи $A(r)$, r аз $\frac{AB}{2}$ калон мебошад.

- в) Сохтани давраи $B(r)$.
- г) Буриши $A(r)$ ва $B(r)$ (M ва M_1):
- д) Сохтани хати рости MM_1
- е) О-буриши AB ва MM_1



Расми 153

Исбот: Нуктаи M -ро ба A ва B пайваст мекунем. Ду секунҷаи росткунҷаи AOM ва BOM ҳосил мешаванд. Азбаски $AM=BM=r$ гипотенузаҳо ва OM катети умумӣ мебошанд, пас $\triangle AOM = \triangle BOM$ аст. Аз ин ҷо $OA=OB$ буда, нуктаи O дар миёнаҷойи порчаи AB меҳобад. Пас, сохтан дуруст иҷро шудааст.

Тадқиқ: Масъала ҳалли ягона дорад, зеро аз нуктаи O , ки миёнаҷойи порчаи AB аст, ба хати рости AB фақат як перпендикуляр гузаронидан мумкин аст. Агар нуктаи O дар буриши хатҳои рости MM , ва AB гирифта нашавад, $OA \neq OB$ мешавад. Аз ин ҷо нуктаи O хатман миёнаҷойи порчаи AB аст.

Таъриф. *Хати росте, ки аз миёнаҷойи порча гузашта ба ин порча перпендикуляр аст, перпендикуляри миёнаҷойи порча ном дорад.*

2. Сохтани перпендикуляр ба хати рост.

Кори мустақилона аз рӯи низоми сохтан.

1) Порчае дода шудааст. Перпендикуляри миёнаҷойи ин порчаро созад.

Сохтанро мувофиқи низоми масъалаи дар боло ҳал кардашуда иҷро намоед. (расми 153)

2) Аз нуктаи хати рости додашуда ба ин хати рост перпендикуляр гузаронед.

Низоми сохтан.

- а) Хати рости a ва дар он нуктаи O .
 - б) Сохтани давраи $O(r)$, r -ихтиёрӣ.
 - в) Буриши $O(r)$ бо хати рости a (нуктаҳои A ва B).
 - г) Давраҳои $A(r)$ ва $B(r)$.
 - д) Буриши давраҳои $A(r)$ ва $B(r)$ (нуктаи M).
 - е) Хати рости OM -матлуб.
- 3) Аз нуктаи беруни хати рост ба он сохтани перпендикуляр.

Низоми сохтан.

- а) Сохтани хати рости a ва берун аз он нуктаи M .
- б) Сохтани давраи $M(R)$ (давра хати ростро бурад).
- в) Буриши $M(R)$ бо хати рост a (нуктаҳои A ва B).
- г) Сохтани давраҳои $A(R)$ ва $B(R)$.
- д) Буриши давраҳои $A(R)$ ва $B(R)$ (нуктаҳои M ва M_1).
- е) Сохтани хати рости MM_1 -матлуб.

МАСЪАЛАҲО

1. Порча дода шудааст. Ин порчаро ба чор қисми баробар тақсим кунед.

2. Секунча дода шудааст. Перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷаро созед.

3. Исбот кунед, ки перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷа ҳамдигарро дар як нукта мебуранд ва ин нукта маркази давраи берункашида аст.

4. Секунча дода шудааст. Ҳар се баландии секунҷаро созед. Исбот кунед, ки агар ҳар се баландии секунҷаро ба хати рост табдил диҳем, он гоҳ онҳо дар як нукта ҳамдигарро мебуранд.

5. Давра ва ду нуктаи A ва B дода шудаанд. Дар давра нуктаеро ёбед, ки он аз нуктаҳои A ва B дар як хел масофа воқеъ бошад.

6. Чор нукта: A , B , C , D , дода шудаанд. Нуктаи X -ро тавре гузоред, ки $AX=BX$ ва $CX=DX$ бошад.

7. Нуктаҳои A ва B ва хати рости a дода шудаанд. Нуктаи X -ро дар хати рости a чунон гузоред, ки $AX=BX$ бошад.

8. Исбот кунед, ки ҳар се баландии секунҷаи росткунҷа дар қуллаи кунҷи рост ҳамдигарро мебуранд.

9. Исбот кунед, ки маркази давраи берункашидаи секунҷаи росткунҷа дар миёнаҷойи гипотенуза мебошад.

§3. СОХТАНИ КУНЧҶО ВА СЕКУНЧАҶО

1. Сохтани кунчи ба кунчи додашуда баробар

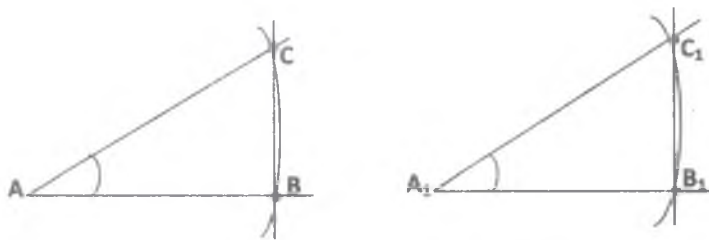
Масъала. Кунче дода шудааст. Кунче созед, ки ба кунчи додашуда баробар бошад.

Таҳлил. Бигзор кунчи додашуда, кунчи ба он баробар бошад (расми 154).

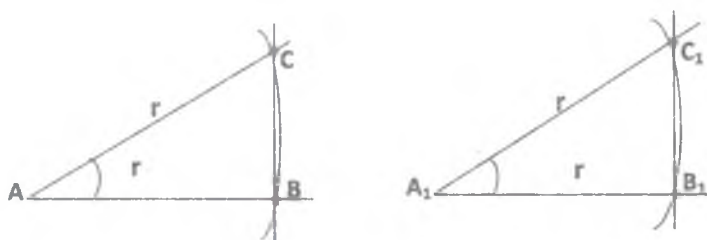
Агар аз нуқтаҳои A ва A_1 давраҳои $A(r)$ ва $B(r)$ -ро сохта, порчаҳои CB ва C_1B_1 -ро пайваस्त кунем, секунҷаҳои BAC ва $B_1A_1C_1$ ҳосил мешаванд. Азбаски $AC=A_1C_1$, $AB=A_1B_1$ ва $\angle A = \angle A_1$ аст, пас $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мешавад. Аз ин ҷо $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$

Низомии сохтан.

- Кунчи $\angle CAB$ кунчи маълум, нуқтаи A_1 ихтиёрӣ.
- Сохтани нури A_1B_1 .



- Сохтани давраҳои $A(r)$ ва $A_1(r)$, r -ихтиёрӣ.
- Нуқтаҳои B ва C дар буриши $A(r)$ ва $\angle CAB$.
- Сохтани порчаи BC .
- Сохтани давраи $B_1(BC)$.
- C_1 буриши $A_1(r)$ бо $B_1(BC)$.
- Сохтани нури A_1C_1 .



Расми 155

Матлуб: $\angle C_1A_1B_1 = \angle CAB$.

Исбот. $A_1B_1 = AB = r$, $A_1C_1 = AC = r$ ва $B_1C_1 = BC$ аст, пас $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мешавад. Аз баробарии $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$ хулоса мебарояд, ки сохтан дуруст иҷро карда шуда, $\angle C_1A_1B_1 = \angle CAB$ мебошад.

Тадқиқ. Агар давраҳои $A(r)$, $A_1(r)$ ва $B_1(BC)$ -ро созем, давраи $B_1(BC)$ давраи $A_1(r)$ -ро дар ду нуқтаи C_1 ва C_2 мебурад. Аз ин рӯ, ду кунҷи $C_1A_1B_1$ ва $C_2A_1B_1$ -ро сохтан мумкин аст, ки ба $\angle CAB$ баробаранд. Мо метавонем давраи $C_1(CB)$ -ро кашида, дар натиҷа кунҷи $\angle B_2A_1C_1$ -и ба $\angle CAB$ баробарро ҳосил кунем. Аз тарафи дигар, $\angle B_1A_1C_1 = \angle B_2A_1C_1$ мебошад. Аз ин рӯ, масъала як ҳал дорад.

Агар мо ҷойи нуқтаи A_1 ва самти нури A_1C_1 -ро тағйир диҳем, миқдори зиёди ҳалли масъаларо меёбем. Дар ҳамаи ҳолатҳо кунҷҳои сохташуда ба ҳамдигар баробаранд.

2. Сохтани биссектрисаи кунҷ

Масъала. Кунҷе дода шудааст. Биссектрисаи ин кунҷро созад.

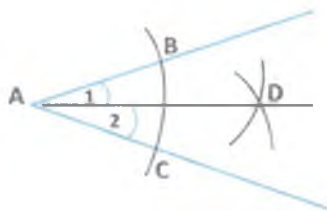
Низомии сохтан.

- Тасвири кунҷи CAB -и маълум.
- Сохтани давраи $A(r)$.
- Буриши $A(r)$ бо нурҳои AB ва AC (нуқтаҳои B ва C).
- Сохтани давраҳои $B(r)$ ва $C(r)$.
- Буриши $B(r)$ ва $C(r)$ (нуқтаи D).
- Сохтани нури AD . Нури AD -матлуб.

Исбот: $AB=AC=r$, $BD=CD=r$, пас $\triangle ABD = \triangle ACD$ мебошад. Аз ин ҷо $\angle 1 = \angle 2$ буда, нури AD биссектрисаи кунҷи CAB мебошад, аз ин рӯ, сохтан дуруст иҷро шудааст.

Тадқиқ: Азбаски кунҷи дилхоҳ як биссектриса дорад, ҳалли масъала ягона аст.

Масъала. Кунҷе дода шудааст. Ин кунҷро ба ду қисми баробар ҷудо кунед.



Расми 156

Ин масъала ва масъалаи дар боло ҳал кардашуда баробаркуваанд. Онҳо як тарзи ҳал доранд. Сохтани биссектриса боиси он мегардад, ки кунҷ ба ду қисми баробар тақсим мешавад.

3. Сохтани секунҷаҳо.

Кори мустақилона.

1). Секунҷае созед, ки тарафҳояш ба се порчаи додашудаи a , b , c баробар бошад.

а). Интиҳоби маълумҳо:



б). Сохтани хати рости BC -и ихтиёрӣ.

в). Сохтани $BC=c$ дар ин хати рост.

г). Сохтани давраи $B(a)$.

д). Сохтани давраи $C(b)$.

е). Нуктаи A (буриши $B(a)$ ва $C(b)$).

ё). Сохтани порчаҳои $AB=a$ ва $AC=b$

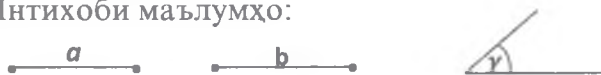
Матлуб: $\triangle ABC$.

Сохтан, исбот ва тадқиқи масъаларо ба шумо ҳавола менамоем.

2. Секунҷае созед, ки ду тарафаш порчаҳои a ва b буда, кунҷи байни ин тарафҳо маълум бошад.

Низоми сохтан.

а). Интиҳоби маълумҳо:



б). Сохтани кунҷи $\angle ACB = \gamma$

в). Сохтани $C(b)$ ва $BC=b$ (ёфтани нуктаи B).

г). Сохтани $C(a)$ ва $AC=\beta$ (ёфтани нуктаи A).

д). Сохтани порчаи AB .

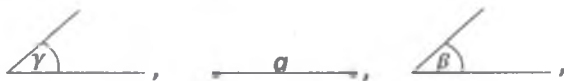
Матлуб: $\triangle ABC$

Сохтан, исбот ва тадқиқро мустақилона иҷро намоед.

3) Секунҷае созед, ки тарафаш порчаи a буда, ду кунҷи γ ва β ба ин тараф ҳаспидааш β ва γ бошанд.

Низоми сохтан

а). Интиҳоби маълумҳо:



б). Сохтани хати рости CB .

в). Сохтани порчаи $CB=a$ ва нуктаҳои C , B .

г). Сохтани $\angle ACB = \gamma$.

д). Сохтани $\angle CBA = \beta$.

е). Буриши нурҳои CA ва BA (нуктаи A).

Матлуб: $\triangle ABC$

Сохтан, исбот ва тадқиқро мустақилона иҷро намоед.

МАСЪАЛАҲО

1. Секунча дода шудааст. Ҳар се биссектрисаи секунҷаро созед. Исбот кунед, ки онҳо ҳамдигарро дар як нукта мебуранд ва ин нукта маркази давраи дарункашида мебошад.

2. Кунҷ дода шудааст. Ин кунҷро ба чор ҳиссаи баробар тақсим кунед.

3. Секунҷае дода шудааст. Секунҷаи ба он баробарро созед.

4. Давраи радиусаш маълумро тарзе созед, ки аз ду нуктаи додашуда гузарад.

5. Секунҷае кашед, ки тарафҳои порчаҳои a , b , c ташкил наоянд: 1) $a=3$ см, $b=2$ см, $c=4$ см; 2) $a=4$ см, $b=3$ см, $c=5$ см; 3) $a=6$ см, $b=4$ см, $c=5$ см.

6. Секунҷаи ABC-ро аз рӯи маълумоти зерин созед: а) $AB=6$ см, $BC=5$ см, $\angle A=50^\circ$, б) $AB=5$ см, $AC=8$ см, $\angle B=30^\circ$.

7. Секунҷаи ABC-ро аз рӯи маълумоти зерин созед: а) $AB=5$ см, $\angle A=60^\circ$, $\angle B=50^\circ$, б) $AB=6$ см, $\angle A=\angle B=50^\circ$.

8. Секунҷаи баробартарафе созед, ки тарафаш порчаи додашуда бошад.

9. Аз рӯи асоси маълум ва кунҷи назди асос секунҷаи баробарпахлу созед.

10. Секунча дода шудааст. Медианаҳои онро созед.

11. Кунҷҳои 60° ва 30° -ро созед.

12. Секунҷаи росткунҷае созед, ки кунҷи тез ва гипотенузааш маълум бошад.

13. Секунҷаи росткунҷае созед, ки катет ва кунҷи тезаш маълум бошад.

14. Секунҷаи росткунҷае созед, ки як катет ва гипотенузааш маълум бошад.

15. Секунҷаи росткунҷаи ҳар ду катеташ маълумро тасвир кунед.

САВОЛҲО БАРОИ САНҶИШ

1. Асбобҳои асосии сохтан ва аксиомаҳои онҳоро баён кунед.

2. Масъалаҳо доир ба сохтан чӣ гуна масъалаанд?

3. Сохтанҳои одитарини геометриво номбар кунед.

4. Марҳалаҳои сохтан кадомҳоянд?

5. Таҳлил чист?

6. Сохтан чист?

7. Тадқиқ чист?

8. Исбот чӣ гуна марҳала аст?

9. Перпендикуляри миёнаҷойи порча чист?

10. Тарзи сохтани секунҷаро аз рӯи се тарафаш маънидод кунед.

11. Тарзи сохтани секунҷаро аз рӯи як тараф ва ду кунҷи ба он часпида нишон диҳед.

12. Тарзи сохтани секунҷаро аз рӯи ду тараф ва кунҷи байни ин тарафҳо фаҳмонед.

13. Гузарондани перпендикулярро ба хати рост аз нуктаи маълум нишон диҳед.

14. Тарзи сохтани биссектрисаи кунҷро фаҳмонед.

15. Тарзи сохтани кунҷи ба кунҷи додашуда баробарро баён кунед.

МАСЪАЛАҲО

1. Даврае кашед, ки он дарункашидаи секунҷаи додашуда бошад.

Низоми сохтан

а). Тасвири секунҷаи маълуми ABC.

б). Сохтани биссектрисаи $\sphericalangle A$

в). Сохтани биссектрисаи $\sphericalangle B$

г). Нуктаи O-буриши биссектрисаҳо.

ғ). Сохтани порчай $CD \perp AB$, D дар AB.

д). Сохтани давраи O(O D).

Матлуб: Давраи O(OD).

2. Даврае созед, ки берункашидаи секунҷаи додашуда бошад.

Нишондод. Маркази давра нуктаи буриши перпендикулярҳои миёнаҷойи ду тарафҳои секунҷа мебошад.

3. Секунҷаи баробарпахлуе созед, ки тарафи пахлуӣ ва баландии ба асос фаровардашудааш дода шуда бошад.

Низоми сохтан

а). Тасвири маълумҳо:



б). Сохтани хатҳои ростии перпендикуляр аз ягон нуктаи D.

в). Сохтани порчай CD дар яке аз нурҳо, $CD=h$

г). Сохтани давраи C (a).

д). Сохтани нуктаҳои A ва B (буриши $C(a)$).

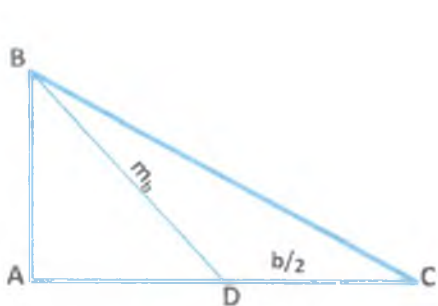
е). Сохтани порчаҳои AC ва CB.

Матлуб: $\triangle ABC$

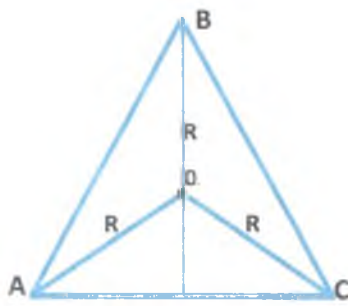
4. Секунчаро аз рӯи ду тараф ва баландии ба тарафи сеюм фаровардашуда созад.

5. Секунҷаи баробарпахлуро аз рӯи асос ва радиуси давраи берункашида созад.

Таҳлил. Бигзор $\triangle ABC$ -матлуб бошад, он гоҳ $AB=BC$ ва BD баландии ба асос фаровардашуда мебошад. Агар O -маркази давраи берункашида бошад, он гоҳ $OB=OA=OC=R$ ва $AC=b$ дода шудаанд. Секунҷаи AOC -ро аз рӯи се тараф сохта, нуктаи O -ро меёбем.



Расми 157



Расми 158

Давраи $O(R)$ имконият медиҳад, ки нуктаи B -ро ёбем (расми 158).

Низоми сохтанро мустақилона тартиб дода, онро иҷро намоед.

6. Секунҷае созад, ки ду тараф ва медианаи ба яке аз ин тарафҳо фаровардашудааш маълум бошад.

Д.ш.а:



Матлуб. $\triangle ABC$ (расми 157).

Низоми сохтан.

а. Сохтани порчаи $AC=b$

б. Сохтани D (миёнаҷойи порчаи AC).

в. Сохтани секунҷаи ABD аз рӯи се тараф: $AB=c$, $BD=m_b$, $AD=\frac{1}{2}b$

г. Сохтани порчаи BC .

Матлуб: $\triangle ABC$.

Сохтан ва тадқиқро мустақилона иҷро намоед.

7. Секунчаро аз рӯи ду тараф ва медианаи ба тарафи сеюм фаровардашудаи он созад.

Маълумҳо:



Расми 158

Нишондод: Медиана m_c -ро дучанда кунед.

Матлуб: $\triangle ABC$ (расми 159).

Ба расм диққат диҳед; аввал масъаларо таҳлил карда, низоми ҳалро тартиб диҳед ва баъдан онро иҷро намоед.

8. Секунҷаро аз рӯи як тараф, медианаи ба ин тараф фаровардашуда ва радиуси давраи берункашидаи он созад.

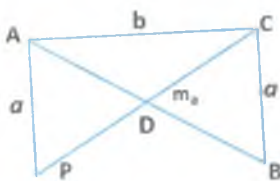
Нишондод. Аввал порчаи AC -и маълум ва миёнаҷойи он нуқтаи D -ро созад. Сипас, $\triangle ABC$ -ро бо тарафҳои $OA=OC=r$ -и маълум сохта, давраи $O(r)$ гузаронед. Давраи D (r), давраи $O(r)$ -ро мебурад ва дар буриш нуқтаи B ҳосил мегардад.

9. Секунҷаро аз рӯи як тараф ва медианаю баландии ба ин тараф фаровардашуда созад.

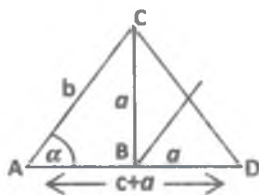
Нишондод. Сохтанро аз баландӣ оғоз намоед.

10. Агар як тараф, кунҷи ба ин тараф часпида ва суммаи ду тарафи дигар дода шуда бошанд, секунҷаро созад.

Нишондод. Маълумҳо $AC=b$, $AD=a+c$ ва $\angle A = \alpha$ мебошанд. Аввал $\triangle ACD$ -ро аз рӯи $AC=b$, $AD=a+c$ ва $\angle A = \alpha$ созад.



Расми 159



Расми 160

Таҳлил, низоми сохтан, сохтану исбот ва тадқиқро мустақилона иҷро намоед.

11. Секунҷаро аз рӯи як тараф, кунҷи ба он часпида ва фарқи ду тарафҳои дигар созад.

12. Секунҷаи росткунҷаро аз рӯи як тараф ва суммаи гипотенузаю катети дигар созад.

13. Расандаи умумии ду давраи додашударо созад.

14. Аз нуқтаи беруни давраи додашуда ба он расанда гузаронед.

15. Порчаи додашударо ба 8 қисми баробар тақсим кунед.

16. Секунҷаи баробартарафро созед, агар радиуси давраи берункашидааш дода шуда бошад.

17. Секунҷаи баробартарафро созед, агар радиуси давраи дарункашидааш дода шуда бошад.

18. Аз нуқтаҳои давраи додашуда диаметр ва хордаи ба радиуси баробар гузаронида шудааст. Кунҷи байни онҳоро ёбед.

19. Аз нуқтаҳои давраи додашуда ду хордае гузаронида шудаанд, ки ҳар кадомаш ба радиуси баробаранд. Кунҷи байни хордаҳоро ёбед.

20. Давраҳои радиусашон 30 см ва 40 см ба якдигар расандаанд. Дар мавриди расишҳои берунӣ ва дохилӣ масофаи байни марказҳои давраҳоро ёбед.

21. Агар ду давра фақат як нуқтаи умумӣ дошта бошанд, он гоҳ онҳо дар ин нуқта ба якдигар расандаанд. Инро исбот кунед.

ҶАВОБ ВА НИШОНДОД БА ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲО

Фасли 1. МАҲҲУМҲОИ ОДИТАРИНИ ГЕОМЕТРӢ

(Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаи 29-32)

11. а) Нуқтаҳои А, В, С дар як хати рост меҳобанд, зеро $AB+BC=AC$ ($5\text{см}+2\text{см}=7\text{см}$) мебошад. Нуқтаи В дар байни нуқтаҳои А ва С меҳобад.

в) Нуқтаи С дар байни нуқтаҳои А ва В меҳобад.

15. А)  $AB=2 \cdot AD=4 \text{ см}$

16. 

$AB = \frac{1}{2} AD = 10 \text{ см}$, $AC = \frac{2}{5} \cdot AB = 4 \text{ см}$;
 $AM = \frac{4}{5} AD = 16 \text{ см}$;

17. а) $MA=4\text{см}$; $MB=15\text{см}$. $MC=8\text{см}$.

20. а) 6 см; б) 8 см; в) 7 см; г) 0.9 дм.

Фасли 2. КУНҶҲО ВА ЧЕН КАРДАНИ КУНҶҲО

(Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаи 56-68)

2. 72° ва 108° ; 55° ва 125° ; 88° ва 92° .

3. 75° ва 105° .

4. 45° ва 135° .

6. 75° , 105° , 75° , 105° .

8. а) 100° ; б) 120° ; в) 80° .

11. 65° ва 65° .

13. 30° , 70° , 80° .

14. 4-то кунчи 50° ва 4-то кунчи 130° .

17. 45° , 45° .

22. Нишондод: Аз хосияти перпендикулярии хатҳои рост истифода намоед.

24. 60° .

25. 140° , 40° .

Фасли 3. СЕКУНЧАҲО

(Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаи 81-83)

6. 0,7 м; 0,7 м.

7. 2) 5 дм; 5 дм; 8,4 дм.

8. Нишондод: Хосиятҳои секунҷаи баробарпаҳлуро ба ёд оваред.

9. 20 дм.

10. 40° , 40° , 100° .

11. 30° , 60° , 90° .

12. 30° .

Фасли 4. ДАВРА ВА ДОИРА

(Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаи 95-96)

6. 5 см.

7. 30° .

9. 14 см.

10. $5\sqrt{3}$ см.

11. Нишондод: ба расми 1 нигаред.

12. Нишондод: ба расми 2 нигаред.

Фасли 5. СОХТАНҲОИ ГЕОМЕТРӢ

(Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаи 104-107)

4. Сохтани секунҷаи ABC-ро аз рӯи тарафҳои $BC = a$, $AC = b$ ва баландии $CD = h_c$ иҷро намоед.

14. Низоми сохтан.

а) Сохтани давраи радиусаш OB ва берун аз он нуқтаи A.

б) Сохтани давраи A(R). Давра хати ростро мебурад.

в) Буриши A(R) бо хати рост (нуқтаҳои C ва D).

г) Сохтани давраҳои C(R) ва D(R).

д) Буриши C(R) ва D(R)-нуқтаи A.

Матлуб: хати рости AA₁

18. 60° .

19. 120° .

20. 70 см, 10 см.

21. Нишондод. Аввал исбот кунед, ки нуқтаи умумии давраҳои додашуда дар хати рости аз маркази онҳо мегузашта воқеъ аст.

МУНДАРИЧА

Сарсухан.....	3
Геометрияро чӣ тавр бояд омӯхт?.....	5
Чанд маслиҳат барои омӯзгор.....	6
Фасли I. Мафҳумҳои одитарини геометрӣ.....	8
§1. Нуқта, хат ва хати рост.....	8
§2. Аксиомаи параллелии хатҳои рост.....	19
§3. Ҳолати ҷойгиршавии нурҳо.....	20
§4. Чен кардани порчаҳо.....	23
Саволҳо барои санчиш.....	28
Масъалаҳо	29
Фасли II. Кунҷҳо ва чен кардани кунҷҳо.....	36
§1. Кунҷ.....	36
§2. Кунҷи кушод. Муқоиса кардани кунҷҳо.....	38
§3. Намудҳои кунҷҳо.....	40
§4. Кунҷҳои ҳамсоя ва амудӣ (вертикалӣ).....	43
§5. Кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамт. Кунҷҳои чилликӣ ва яктарафа. Аломатҳои параллелии хатҳои рост.....	46
§6. Хатҳои рости перпендикуляр.....	50
Саволҳо барои санчиш.....	55
Масъалаҳо.....	56
Фасли III. Секунҷҳо.....	59
§1. Секунҷа. Суммаи кунҷҳои секунҷа.....	59
Масъалаҳои амалӣ	63
§2. Аломатҳои баробарии секунҷаҳо.....	65
Масъалаҳо.....	69
§3. Медиана, биссектриса ва баландии секунҷа.....	70
§4. Хосиятҳои секунҷаи баробарпахлу	73
Масъалаҳо.....	75
§5. Аломати сеюми баробарии секунҷаҳо.....	75
Масъалаҳо.....	76

§6. Баъзе натиҷаҳо аз аломатҳои баробарии секунҷаҳо.....	77
Масъалаҳо.....	79
Саволҳо барои санҷиш.....	80
Масъалаҳо.....	81
Фасли IV. Давра ва доира.....	83
§1. Давра ва ҳолатҳои ҷойгиршавии он. Доира.....	83
§2. Ҳолати ҷойгиршавии шаклҳо нисбат ба давра....	88
Саволҳо барои санҷиш.....	94
Масъалаҳо.....	94
Фасли V. Сохтанҳои геометрӣ.....	96
§1. Талаботи асосӣ доир ба сохтанҳои геометрӣ.....	96
§2. Сохтани хатҳои рости перпендикуляр.....	98
Масъалаҳо.....	100
§3. Сохтани кунҷҳо ва секунҷаҳо.....	101
Саволҳо барои санҷиш.....	104
Масъалаҳо	105
Ҷавоб ва нишондод ба ҳалли масъалаҳо	108

§6. Баъзе натиҷаҳо аз аломатҳои баробарии секунҷаҳо.....	77
Масъалаҳо.....	79
Саволҳо барои санҷиш.....	80
Масъалаҳо.....	81
Фасли IV. Давра ва доира.....	83
§1. Давра ва ҳолатҳои ҷойгиршавии он. Доира.....	83
§2. Ҳолати ҷойгиршавии шаклҳо нисбат ба давра....	88
Саволҳо барои санҷиш.....	94
Масъалаҳо.....	94
Фасли V. Сохтанҳои геометрӣ.....	96
§1. Талаботи асосӣ доир ба сохтанҳои геометрӣ.....	96
§2. Сохтани хатҳои рости перпендикуляр.....	98
Масъалаҳо.....	100
§3. Сохтани кунҷҳо ва секунҷаҳо.....	101
Саволҳо барои санҷиш.....	104
Масъалаҳо	105
Ҷавоб ва нишондод ба ҳалли масъалаҳо	108