

Џумъа Шарифов, Усто Бурхонив

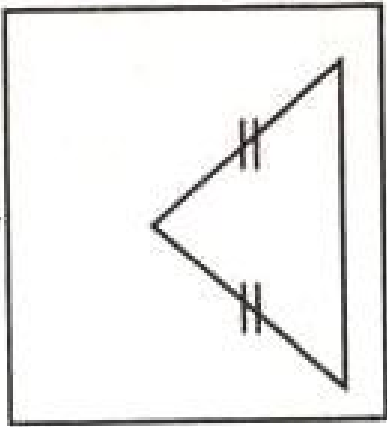
Геометрия

7

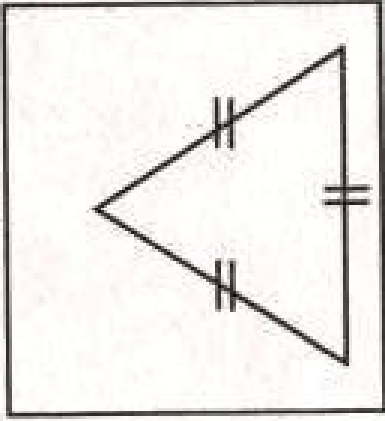


ТАСНИФИ СЕКУНЧАҶО

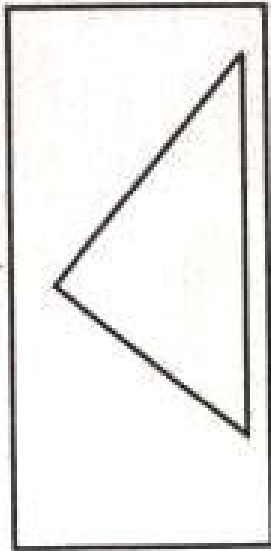
Аз рӯи дарозии муқоисавии
тарафҳошон



баробарпахлӯ

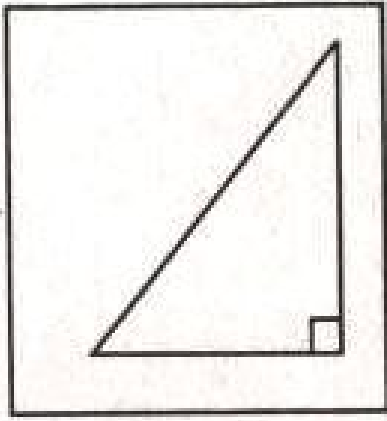


баробартараф

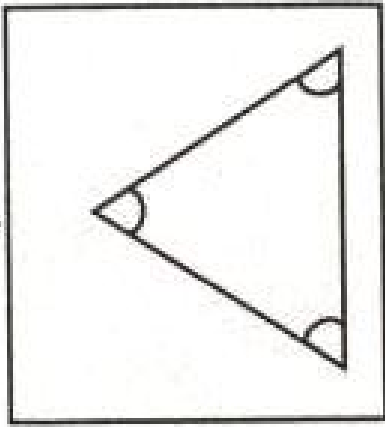


гуногунтараф

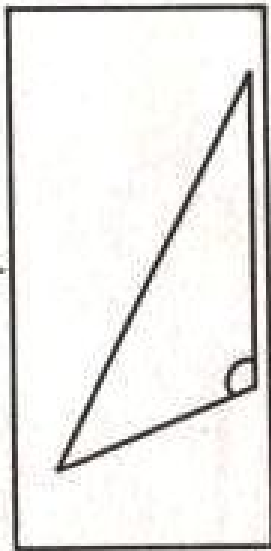
Аз рӯи бузургии
кунҷҳошон



росткунҷа

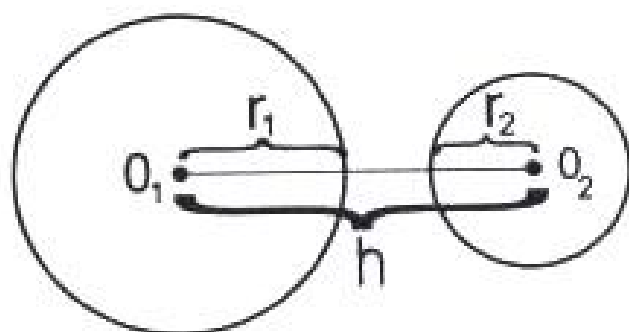


тезкунҷа



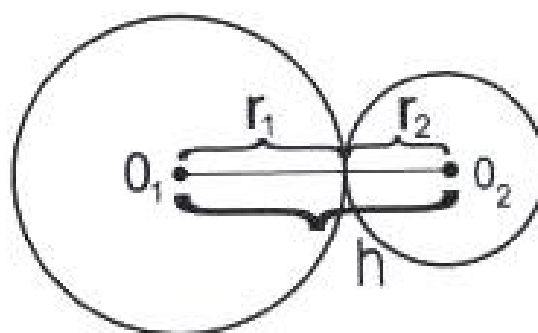
кундкунҷа

ВАЗЬЯТИ ЧОЙГИРШАВИИ ДУ ДАВРА



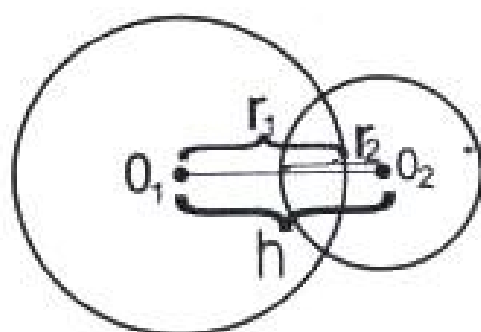
$$h > r_1 + r_2$$

a)



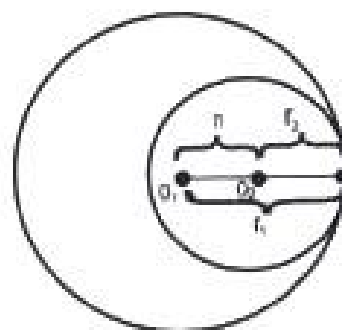
$$h = r_1 + r_2$$

б)



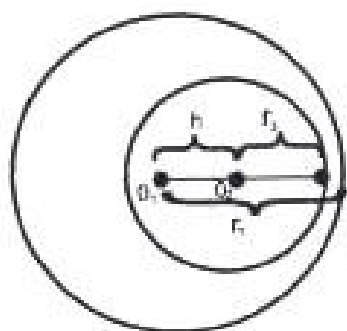
$$r_1 - r_2 < h < r_1 + r_2$$

a)



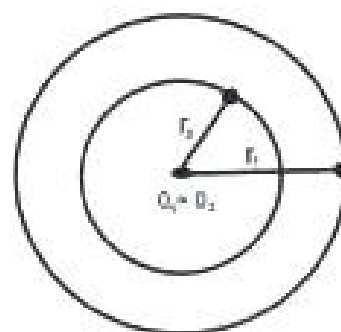
$$h = r_1 - r_2$$

б)



$$h < r_1 - r_2$$

д)



$$h = 0$$

e)

Ҷумъа Шарифов, Усто Бурҳонов

ГЕОМЕТРИЯ

Китоби дарсӣ барои синфи 7

**Ҳайати мушовараи Вазорати маорифи Ҷумҳурии
Тоҷикистон ба ҷоп тавсия кардааст**

**Душанбе
2007**

ББК 22.15Я72+74.262

Ш-30

Чумъа Шарифов, Усто Бурҳонов

Геометрия, китоби дарсӣ барои синфи 7. «Мусоидат-Сорбон», Душанбе, соли 2007, 112 саҳифа.

Китоби мазкур дар доираи Лоихаи таҷдиди соҳаи маориф нашр гардидааст.

Ҷадвали истифодаи иҷоравии китоб

№	Ному насаби хонанда	Синф	Соли хониш	Ҳолати китоб (баҳои китобдор)	
				Аввали сол	Охири сол
1					
2					
3					
4					

Муаллимони мӯҳтарам

Хошишмандем фикру мулоҳизаҳои худро оид ба мазмуни китоби мазкур ба нишони 734024, ш. Душанбе, кӯчаи Айнӣ, 45, Пажӯҳишгоҳи улуми педагогии Тоҷикистон ирсол намоед.

ISBN 978-99947-720-0-1

САРСУХАН

Хонандаи азиз! Шумо бо мафҳумҳои нуқта, порча, нур, хати рост, кунҷ, росткунҷа, секунҷа шинос ҳастед. Ин мафҳумҳо як қисми мафҳумҳои геометрияанд. Геометрия қисми математика мебошад. Калимаи «геометрия» юнонӣ буда маънояш «заминченкунӣ» аст. Дар замони қадим масъалаҳои асосии геометрия ба ченкунӣҳо дар сатҳи замин мувофиқ карда мешуд. Дар замони ҳозира доираи омӯзиши масъалаҳои геометрия хеле васеъ гаштааст. Геометрияи ҳозира барои ченкунӣҳо дар сатҳи замин, ҳамворӣ, фазо, кайҳон ва дар зарчаҳои хурде, ки ба чашм ноёнанд, зарур аст.

Геометрия ба мисли алгебра таърихи қадима дорад. Ин илм дар давлатҳои қадимаи Миср, Бобул ва Юнон ба вучуд омадааст.

Аввалин асарҳои геометрия дар асрҳои XVII то милод, яъне тақрибан 3500 сол пеш аз замони мо дар Мисри Қадим навишта шудаанд. Дар ин асарҳо қоидаҳо ва тарзҳои ҳисоб кардани масоҳат ва ҳаҷми фигураҳои гуногуни геометрия дар асоси таҷрибаҳои ҳаётии одамон оварда шудааст.

Барои илми геометрия хизмати олими Юнони Қадим Евклид, ки солҳои 330 - 275-уми пеш аз милод ҳаёт ба сар бурдааст, хеле бузург мебошад. Евклид доир ба геометрия асари машҳуре навишта аст, ки «Ибтидо» ном дорад. Ӯ дар ин асараш ҳамаи маълумоти геометрии то замони ӯ мавҷуд бударо ба тартиб дароварда, илми геометрияро ба таври аксиоматикӣ баён кардааст.

Евклид якчанд мафҳумҳои оддитаринро бетаъриф қабул намуд ва дар асоси ин мафҳумҳо мафҳумҳои дигари геометрияро таъриф дод. Ӯ якчанд тасдиқоти оддиро, ки дурустиашон аз ҳуди ҳаёт бармеояд, беисбот қабул кард. Чунин тасдиқотро аксиомаҳо меноманд. Боқимонда тасдиқоти геометрияро дар асоси мафҳумҳои ибтидоӣ ва аксиомаҳо исбот кард. Тасдиқе, ки дурустиаш исботро талаб мекунад, теорема ном дорад.

Китоби Евклид зиёда аз 2000 сол ҳамчун китоби дарсии геометрия ба ҳисоб мерафт. Китоби дарсие, ки Шумо ҳоло дар даст доред, мазмуни геометрияи евклидӣ мебошад. Гузаштагони мо Умари Хайём, Абурайҳони Берунӣ, Абӯалӣ ибни Сино, Насируддини Тӯсӣ ва дигарон аз геометрияи Евклид бохабар будаанд. Онҳо бо асарҳои худ доир ба илми геометрия, барои тараққиёти минбаъда ин илм хизматҳои босазое намудаанд.

Олими бузурги рус Н. И. Лобачевский (солҳои 1793-1854) дар тараққиёти илми геометрия гардиши бузурге ба вучуд овард. Ӯ геометрияи навро ба вучуд овард, ки он геометрияи гайри-евклидӣ ном дорад. Хизмати Н. И. Лобачевский дар он аст, ки олимони соҳаи математика дар асоси асарҳои ӯ намудҳои дигари геометрияро кашф намуданд.

Нуқта, порча, хати рост, кунҷ, секунҷа, квадрат, давра, доира, куб, нур, кура ва ғайра мисоли фигураҳои геометрӣ мебошанд.

Геометрия илмест, ки мавзӯи татқиқоташ фигураҳои геометрӣ ва хосиятҳои онҳо мебошад. Фанни геометрия аз кадом модда сохта шудани ашёҳоро намеомӯзад. Масалан, барои татқиқотчи илми геометрия аз шиша, чӯб ё оҳан сохта шудани квадрат фарқ надорад. Дар геометрия намуд, мавқеи ҷойгиршавии фигураҳо, андоза, масоҳат, ҳаҷм ва дигар бузургиҳои ба онҳо вобаста тадқиқ карда мешавад. Геометрияе, ки Шумо дар мактаб меомӯzed, аз ду қисм иборат аст: а) **Планиметрия** - хосияти фигураҳоро дар ҳамворӣ; б) **Стереометрия**-хосияти фигураҳоро дар фазо меомӯзад. Шумо дар синфҳои 7-9 планиметрияро омӯхта, дар синфҳои 10-11 стереометрияро хоҳед омӯхт.

Донишҳои геометрӣ барои ҳалли масъалаҳои заминченкунӣ, кайҳоннавардӣ, мошинсозӣ, ҳавопаймоӣ, сохтани харитаҳо, бинокорӣ, баҳрнавардӣ, муҳандисӣ, маъданшиносӣ, табиатшиносӣ ва ғайраҳо хеле заруранд.

Агар Шумо яке аз соҳаҳои дар боло номбурдашударо пешаи касби ояндаи худ карданӣ бошед, пас ба омӯзиши фанни геометрия диққати ҷиддӣ диҳед!

ГЕОМЕТРИЯРО ЧӢ ТАВР БОЯД ОМУӢХТ?

Мавзӯҳо ва мафҳумҳои геометрӣ тарзе ифода ёфтаанд, ки яке бо дигаре саҳт алоқаманд мебошанд. Аз ин рӯ, аз худ накардани як ё як чанд мавзӯ боиси мушкил гаштани омӯзиши мавзӯҳои минбаъда мегардад.

Кӯшиш намоед, ки доир ба ҳар як мавзӯи геометрия дониши кофӣ дошта бошед. Агар Шумо аз рӯи маслиҳатҳои зерин амал намоед, боварӣ дорем, ки соҳиби донишҳои мукаммали геометрӣ хоҳед гашт.

1. Ҳангоми омӯзиши ин ва ё он мавзӯ саросема нашуда ба ҳар як ҷумла ва калимаи наво, ки ба Шумо вомерӯрад, диққат диҳед.

2. Мафҳумҳои наво бо ранги сиёҳ навишта шудаанд. Шумо кӯшиш намоед, ки фигураҳоро шиносед, онҳоро худатон тасвир намоед ва монандашро аз муҳити атроф ёбед.

3. Таърифи мафҳумҳо ва матнҳои тасдиқотро бо забони худатон озод баён карда тавонед. Бо ин мақсад аввал аз китоб ду ё се бор таъриф ё матро хонда, ба расмҳои мувофиқ назора намоед. Сипас китобро пӯшида, дар варақ ҳамон расмро кашед, матн ё таърифро аввал дахонӣ баён намуда, сонӣ дар варақ нависед, расм ва навиштаҷоти худро бо матнҳои китоби дарсӣ муқоиса кунед.

4. Ҳамеша бо ду ё се рафикашон доир ба таърифҳо, хосиятҳо ва тарзи исботи тасдиқот ва ҳалли масъалаҳо саволҳои ҷавоб ва баҳс намоед.

5. Дар охири ҳар як мавзӯ якчанд савол дода шудааст. Кӯшиш намоед, ки ба он саволҳо ҷавоб диҳед.

6. Шумо бояд гайр аз дафтари асосӣ боз дафтари хотира дошта бошед. Дар дафтарчаи хотирашон таърифҳо, хосиятҳо, тасдиқот ва формулаҳои асосиро нависед.

7. Кӯшиш намоед, ки ҳар як фигураи навои геометрӣ аз қоғаз, кардон, ҷӯб, пластилин ё маводи дигар сохта тавонед.

8. Барои дуруст кашидани расму нақшаҳои фигураҳо аз қаламҳои ранга, хаткашак, паргор, кунҷченкунак (транспортир), қоғазҳои катакчадор, секунҷаи нақшакашӣ истифода баред.

9. Масъалаҳоеро, ки дар китоб ҳал шудаанд ва ё омӯзгор ба Шумо мефаҳмонад, дар хона мустақилона ҳал намоед. Исботи тасдиқотро ҳамеша як ё якчанд маротиба аз нав мустақилона иҷро намоед.

10. Дар китоби дарсӣ намунаи ҳалли баъзе масъалаҳо оварда шудааст. Кӯшиш намоед, ки масъалаи ҳал шударо омӯхта, масъалаҳои боқимондари ҳал намоед.

Баъзе маслиҳатҳои дигарро омӯзгор ба Шумо тавсия хоҳад дод. Дар хотир доред: «Қореро, ки имрӯз метавон кард, ба фардо магузоред».

ЧАНД МАСЛИҲАТ БАРОИ ОМУЌЗГОР

1. Пас аз эълони ҳар як мавзӯё кӯшиш намоед, ки шавқу рағбати шогирдонро ба омӯзиши мафҳумҳою тасдиқоти нав бедор намоед. Аз ин рӯ, бештар ба муҳит ва ҳаёти ҳаррӯзаи шогирдон нигаред, диққати онҳоро ба тадбиқи амалии мафҳумҳо, хосиятҳо, формулаҳо ва ҳалли масъалаҳо ҷалб намоед.

2. Ҳангоми омӯзиши мавзӯёҳои назариявӣ пеш аз ҳама дар лавҳаи синф саволҳои асосиро чудо карда нависед. Баъд аз баён кардани таърифи мафҳумҳо ва хосиятҳои асосӣ онҳоро аз се ё чор хонандаи қобилиятшон гуногун пурсида такрор намоед.

3. Ҳангоми омӯзондани ин ё он мафҳум ё хосияти навбатӣ ба расми мувофиқ мурочиат кунед, фарқияти онро аз дигар расмҳо нишон диҳед. Кӯшиш кунед, ки шогирдон худашон таърифҳо ва хосиятҳоро баён намоянд.

4. Ба тарзи сохтани расмҳо диққат диҳед. Ҳар як расмро дар вазъиятҳои гуногун кашида, кӯшиш намоед, ки шогирдон онҳоро мустақилона дар дафтар ё тахтаи синфӣ кашида тавонанд.

5. Ҳангоми омӯзиши мавзӯёҳои назариявӣ ба хонандагон имконият диҳед, ки онҳо матни китобро мустақилона хонанд. Баъд аз хондани матни китоб вобаста ба саволҳои пайдошуда бо аҳли синф мувоҳиша ташкил намоед. Имконият диҳед, ки шогирдон ба саволи ҳамдигар ҷавоб диҳанд.

6. Ҳангоми таълими ҳалли машқҳо талаботи масъаларо аниқ намоед. Вобаста ба талаботи масъала расми мувофиқро

созед, шарти масъаларо ба мазмуни расм мувофиқ кунонед. Ҳаракат намоед, ки бо иштироки фаъолонаи шогирдон алгоритм ё тартиби ҳал муайян гардад. Бо иваз намудани номи ишораҳо ва қимати ададии онҳо баҳс ё кори мустақилона ташкил намоед.

7. Ба шогирдон ҳалли якчанд масъала ва ё исботи хосиятҳоеро ҳамчун кори мустақил воғузур намоед, ки онҳо аз ўҳдаи ҳал ё исботи вайҳо баромада тавонанд. Агар иҷрои машқ барои шогирдони Шумо мушкилӣ намояд, онро ба машқи сабуктар иваз намоед. Масъалаҳоро дар тахтаи синф ҳал намуда, ба рӯйбардор кардани шогирдон розигӣ надихед. Агар онҳо эътироф кунанд, ки ҳалли масъаларо фаҳмидаанд, тахтаро тоза намоед ва имконият диҳед, ки ҳалли онро дар синф ва ё дар хона аз нав мустақилона иҷро намоянд.

8. Шарт нест, ки ҳамаи масъалаҳои китоби дарсӣ дар синф пурра ҳал карда шуда, ҳал дар тахтаи синфӣ ва дафтарҳои шогирдон навишта шавад. Ҳалли масъалаҳои тақиягоҳӣ бояд пурра иҷро карда шаванд. Ҳалли масъалаҳои монанд дар синф бо иштироки фаъолонаи хонандагон муҳокима карда шуда, алгоритми ҳал тартиб дода шавад. Масъала фаҳмо ҳисоб карда мешавад, агар шогирдон эътироф намоянд, ки аз ўҳдаи ҳал баромада метавонанд. Ҳалро шогирдон мустақилона дар синф ва ё дар хона иҷро менамоянд.

9. Баъди омӯзиши ҳар як боб дар қатори кори хаттӣ, санҷиши даҳонӣ гузаронидан лозим аст. Шогирдоне, ки аз санҷиш намегузаранд, ба дарси иловагӣ ҷалб карда шуда, аз нав аз санҷиш гузаронида мешаванд.

ПЛАНИМЕТРИЯ

БОБИ I

МАФҲУМҲОИ ОДДИТАРИНИ ГЕОМЕТРИЌ

1. Нуқта он аст, ки қисмҳо надорад.
2. Хат дарозии бебар аст.
3. Ҳудудҳои хат нуқтаҳоианд.
4. Хати рост ҳамон аст, ки нисбат ба ҳамаи нуқтаҳоиаш якхел ҷойгир аст.

Евклид

§1. НУҚТА, ХАТ ВА ХАТИ РОСТ.

Нуқта. Евклид нуқтаро чунин маънидод кардааст, ки гӯё қисмҳо надорад. Ин ба он далолат мекунад, ки нуқта на бар, на дарозӣ ва на баландӣ дорад. Аммо ҳамаи ашёҳои моро ихота карда ин се андозаро соҳибанд. Масалан, изи бо нӯги қалам гузошташуда бо вучуди бисёр хурд буданаш гафсӣ, бар ва дарозӣ дорад. Тасвири нуқтае, ки Евклид дар назар дорад, аз имкон берун аст. Дар як нӯги қалам миллионҳо нуқтаҳои ҷойгир кардан мумкин аст. Дар геометрия мафҳуми нуқта таъриф дода намешавад. Агар нӯги қаламро хуб тез карда, дар рӯи варақ из гузорем, ин тасвири нуқта аст. Вале ин тасвир нуқтаи ҳақиқӣ нест.

Дар геометрия нуқтаҳои бо ҳарфҳои калони алифбои латинӣ А, В, С, Д, Е, F ва ғайра ишорат мекунанд.

•А
нуқтаи А

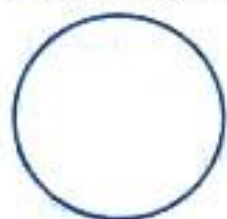
•В
нуқтаи В

•С
нуқтаи С

Расми 1

Хат. Аз рӯи таърифи Евклид гӯё хат дарозии бебар бошад. Хати ҳақиқӣ ба монанди ресмони дарозест, ки ибтидою интиҳо ва ғафсию бар надорад. Тасвири хатро бо қалам дар варақ кашидан мумкин аст.

Хатҳо рост, қач, гирд (мудаввар), мавҷмонанд, морпеч, шикаста, сарбаста мешаванд (расми 2).



хати мудаввар



хати қач



хати рост



хати мавҷмонанд



хати морпеч



хати шикаста



хати сарбаст

Расми 2

Хатҳоро ба воситаи ҳарфҳои хурди алифбои лотинӣ (а, в, с, d,...) ишорат менамоянд.

Қисм дар натиҷаи ҳаракат изи муайяне мегузорад. Агар бари чунин изро ба инобат нагирем, онро хати ҳаракат гуфтан мумкин аст.

Дар хотир доред:

Хат аз шумораи бисёри нуқтаҳо иборат аст. Нуқтаҳои мавҷуданд, ки ба хат тааллуқ доранд ва нуқтаҳои мавҷуданд, ки ба хат тааллуқ надоранд.

Мисоли 1. Нуқтаҳои А, В, С, Д ба хати а тааллуқ доранд (расми 3). Нуқтаҳои М, N, P, К ба ин хат тааллуқ надоранд.



Расми 3

Агар нуқтаи A ба хати a тааллуқ дошта бошад, чунин ишорат мекунамд: $A \in a$. Агар нуқтаи K ба хати a тааллуқ надошта бошад, чунин тарзи навишт ҷоиз аст: $K \notin a$. Агар нуқта ба хат тааллуқ дошта бошад, он гоҳ мегӯянд, ки хат аз ин нуқта мегузарад. Баъзан чунин ҳам мегӯянд: «нуқта дар хат меҳобад».

Супориш

1. Ба расми 3 нигаред ва дар дафтарон ба воситаи ишора тааллуқ доштан ё тааллуқ надоштани нуқтаҳоро дар хати a нависед.

2. Ягон хати ихтиёрии v -ро созед. Навиштаҳои зеринро бо се тарз хонед ва нуқтаҳоро дар расм гузоред. $A \in v$, $P \notin v$, $D \in v$, $K \in v$, $M \in v$, $E \in v$, $F \in v$, $C \in v$, $B \notin v$, $O \in v$.

Агар дар хат як ё ду нуқта гузошта шаванд, хат ба қисмҳо ҷудо мешавад. Худуди қисмҳои хат нуқтаҳо мебошанд.



Расми 4

Дар расми 4 хати a ба ду қисмҳои a_1 ва a_2 ҷудо шудасст, худуди ин қисмҳо нуқтаи A аст. Хати v бо ду нуқтаҳои A ва B ба се қисм ҷудо шудааст. Ин қисмҳо a_1 , a_2 ва a_3 мебошанд. Қисми a_1 фақат як ҳудуд дорад (нуқтаи A), қисми a_2 ду ҳудуд дорад (A ва B) ва қисми a_3 фақат як ҳудуд дорад (нуқтаи B).

Агар қисми хат як ҳудуд дошта бошад, он гоҳ ин ҳудудро ибтидои қисми хат гуфтан раво аст. Агар қисми хат ду ҳудуд дошта бошад, якеро ибтидо ва дигареро нигоҳдорӣ номидан мумкин аст.

Супориш

3. Ягон хати с-ро сохта, дар он се нуктаи А, В ва С-ро гузоред. Хат ба чанд қисм чудо шуд? Аз ин қисмҳо чандтояш як худуд ва чандтои дигараш ду худуд дорад?

4. Агар дар ягон хат 2, 4, 6, 8, ..., 100 нукта гузорем, миқдори қисмҳо чандто мешавад. Чандтояш як ва чандтояш дутоғи худуд дорад?

5. Агар дар ягон хат 1, 3, 5, 7, 9, ..., 99 нукта гузорем, миқдори қисмҳо чандто мешавад. Чандтояш як ва чандтояш дутоғи худуд дорад?

Хати рост. Тасаввур кунед, ки ба дасти ду шахс ресмони дарозеро доданд. Онҳо ресмонро таранг кашида ба самтҳои муқобил ҳаракат мекунанд (расми 5)



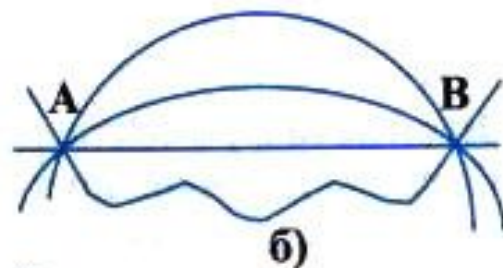
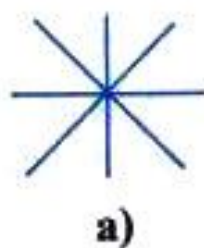
Расми 5

Дар ин ҳолат ресмони таранг кашидашуда тасаввуроти хати ростро медиҳад. Мисоли хатҳои рост симҳои телефон, нурҳои аз сӯроҳии танг гузаранда ва ғайра шуда метавонанд, агар онҳо аз ду тараф беохир бошанд, ё худ ибтидою интиҳо надошта бошанд. Мувофиқи гуфтаи Евклид «хати рост хатест, ки нисбат ба ҳамаи нуктаҳои он як хел ҷойгир аст». Аз ин гуфтаи Евклид бармеояд, ки хати рост аз нуктаҳои зиёд иборат буда, қачиҳо ва ҳамадагию мавҷҳо надорад. Дар геометрия хати ростро мафҳуми оддитарин ҳисобида таъриф намедиханд. Гуфтаи Евклидро барои мафҳуми хати рост таъриф ҳисобидан дуруст нест.

Дар геометрияи мактабӣ аз мафҳуми хати рост ба таври васеъ истифода мебаранд. Аксарияти фигураҳои геометрӣ аз шумораи зиёди қисмҳои хати рост иборатанд.

Ба фикри Шумо аз як нукта чанд хати рост мегузаранд? Аз ду нукта-чӣ?

Аз як нукта хатҳои рости бешумор мегузаранд (расми 6, а)).

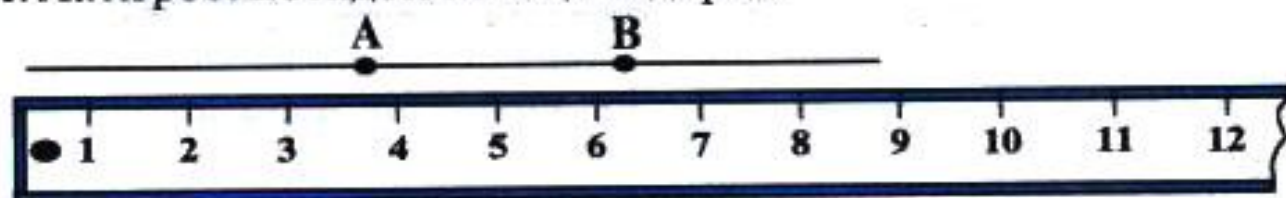


Расми 6

Дар хотир доред:

1. Аз рӯи ду нуқтаи гуногун хати рост мегузаранд ва фақат якто. Дар ҳақиқат, аз рӯи ду нуқта хатҳои бешумор мегузаранд, (расми 6, б)), вале фақат яктояш хати рост аст. Хати ростро бо хаткашак (расми 7) мекашанд. Хати ростро ё бо ҳарфҳои хурди латинӣ: *a, b, c, ...* ё бо ду ҳарфи калони латинӣ: *AB, CD, EF, ...* ишорат мекунанд.

2. Нуқтаҳои мавҷуданд, ки ба хати рост тааллуқ доранд ва нуқтаҳои мавҷуданд, ки ба хати рост тааллуқ надоранд. Хати рост нуқтаҳои бешумор дорад, вай дарозӣ дораду бар ва ғафсӣ не. Хати рост ибтидою интиҳо надорад.



Расми 7

Ҳамворӣ ва нимҳамворӣ. Сатҳ. Ҳар як ашёе, ки дар табиат мавҷуд аст, қабати берунӣ дорад, ки онро ихота мекунад. Масалан, организми одамро пӯсти бадан ихота кардааст. Дарахтон ҳам қабати берунӣ-пӯст доранд. Ин қабатро ба монанди пардаи тунуке тасаввур кардан мумкин аст, ки бару дарозӣ дорад, аммо ғафсӣ надорад.

Чунин пардаи тунук барои ҷисмҳо ва ашёҳо сатҳ мебошад. Дар забони гуфтугӯӣ сатҳи об, сатҳи миз, сатҳи замин, сатҳи кура ва ғайра вомехӯранд. Евклид гуфта буд: «**сатҳ онест, ки танҳо дарозӣ ва бар дорад**». Дар ҳар як сатҳ нуқтаҳои бешумор мавҷуданд. Дар сатҳ хатҳои бешуморро ҷойгир кардан мумкин аст. Хатҳо сатҳро ба қисмҳо ҷудо мекунанд.

Бо гуфти Евклид «**Ҳудуди сатҳ хат аст**».

Деворҳои хонаро бо қоғазҳои гулдор ё оҳаку рангҳои махсус оро медиҳанд. Дар ин ҳолат қабати қоғазҳо ва рангҳо мисоли сатҳҳо мебошанд.

Укёнус ё бахрро тасаввур кунед, ки обаш тамоман ором бошад. Сатҳи ин хел об моро ба тасаввуроти ҳамворӣ меоварад. Ҳамворӣ сатҳест, ки аз чор тараф беҳудуд аст. Сатҳи девор, сатҳи миз, сатҳи оина ва ғайра қисмҳои ин ё он ҳамворӣ мебошанд. Ҳамвориҳои ҳақиқиро сохтан ё дар ҳаёт вохӯрдан аз имкон берун аст, аммо қисмҳои ҳамворӣ дар ҳама ҷо дучор меоянд.

Ҳамвориҳо дар шакли чоргушаҳо тасвир карда, онро бо ҳарфҳои алифбои латинӣ α (алфа), β (бета), γ (гамма) ва ғайра ишорат мекунанд.

Дар хотир доред:

Ҳамворӣ мафҳуми оддитарин аст, онро таъриф додан шарт нест. Ҳамворӣ бар ва дарозӣ дорад, вале ғафсӣ надорад.

Ҳамвориҳо ба чор самт беинтиҳо давом додан мумкин аст.

Ҳамворӣ аз нуқтаҳои бешумор иборат аст. Дар ҳамворӣ хатҳои рости бешуморро ҷойгир кардан мумкин аст.

Нимҳамворӣ. Агар дар ҳамворӣ хати рости p -ро ҷойгир намоем, он ҳамвориҳо ба ду қисм ҷудо мекунад. Ҳар як қисм нимҳамворӣ мебошад. Ҳудуди нимҳамворӣ аз як тараф хати рост аст (расми 8).



Расми 8

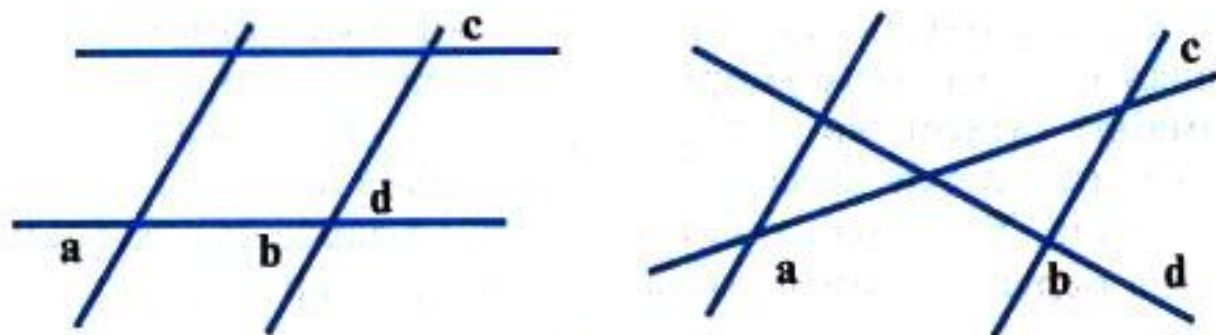
Супориш

6. Дар ҳамворӣ ду хати рост созад. Ҳамворӣ ба чанд қисм ҷудо шуд? Чанд ҳолати гуногун ҷой дорад?

7. Дар ҳамворӣ се хати ростро тавре созад, ки ҳамворӣ ба: а) 4 қисм; б) 6 қисм; в) 7 қисм ҷудо шавад.

8. Агар дар сатҳи Замин кӯҳҳо, пастию баландиҳо мавҷуд набошанд, онро ҳамворӣ гуфтан мумкин аст?

9. Дар расми 9 хатҳои рости a , b , c , d кашида шудаанд. Онҳо ҳамвориҳо ба чанд қисм ҷудо кардаанд?



Расми 9

Ҳолатҳои ҷойгиршавии нуқтаҳо дар хати рост. Нур ва порча. Дар хати рост a нуқтаи A -ро нишона мекунем (расми 10). Ин нуқта хати ростро ба ду қисм ҷудо мекунад. Ҳар як қисм нур мебошад. Нуқтаи A ибтидои нурҳо аст.

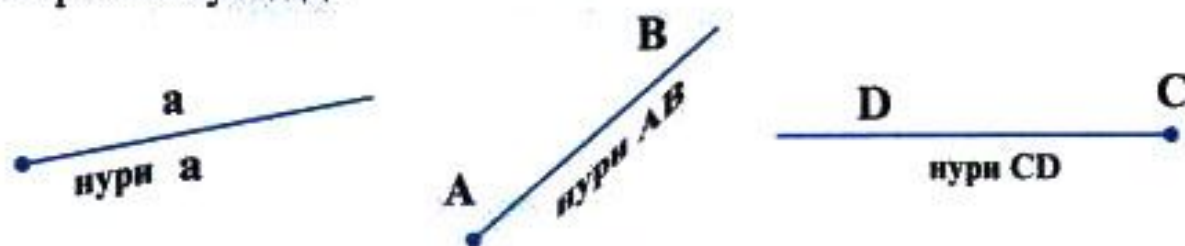


Расми 10

Дар хотир доред:

Қисми хати рост, ки аз як тараф ба нуқта маҳдуд аст, нур номида мешавад. Нур ибтидо дораду интиҳо не.

Шуоъҳои ҷароғ ва Офтоб мисли нурҳо мебошанд. Онҳо аз як нуқта баромада беинтиҳо давом меёбанд. Нурҳоро бо як ҳарфи хурд ё бо ду ҳарфи калоне, ки ҳарфи аввалинаш ибтидои нур аст, ишорат мекунам.



Расми 11

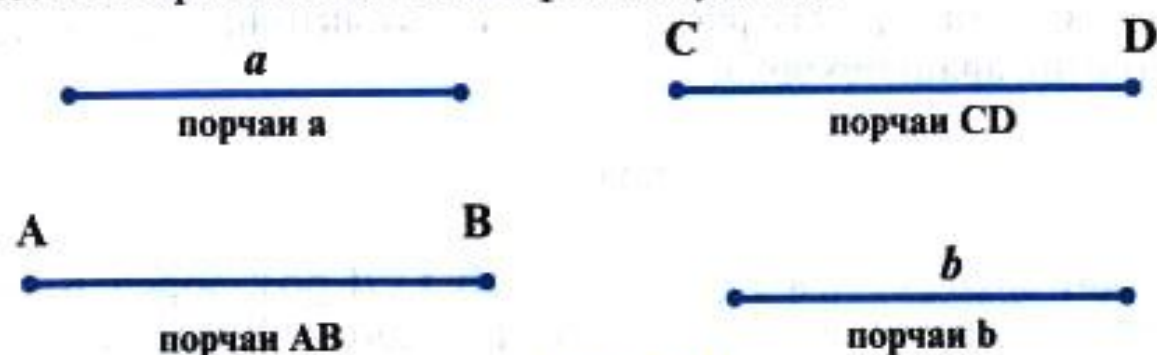
Порча. Агар дар хати рост ду нуқтаи A ва B -ро гузорем, хати рост ба се қисм ҷудо мешавад. Қисми байн порча мебошад.



Расми 12

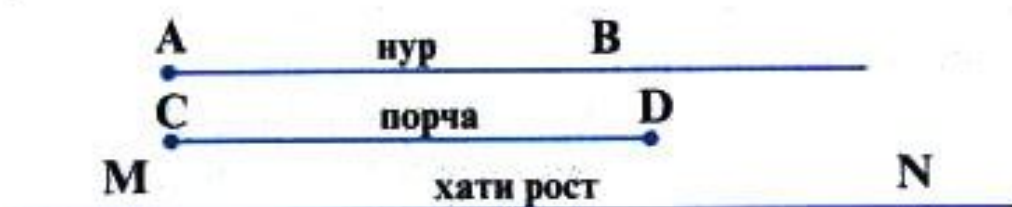
Таъриф. Он қисми хати рост, ки бо ду нуқта маҳдуд аст, порча номида мешавад.

Нуқтаҳои маҳдудкунанда нӯғҳои порча мебошанд. Порчаро бо ҳарфҳои хурди алифбои лотинӣ a, b, c, d, \dots ё бо ду ҳарфи калони алифбои лотинӣ ишорат мекунанд.



Расми 13

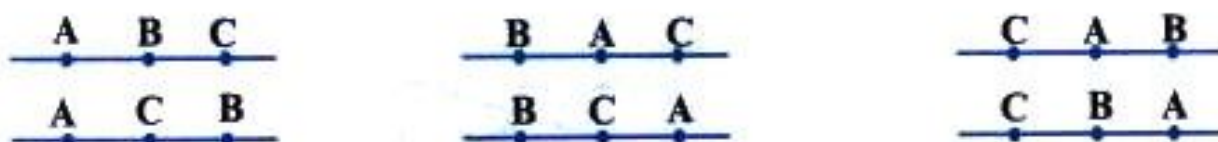
Ҳангоми кашидани порчаҳо, нурҳо ва хатҳои рост ин тавр рафтор мекунанд: Нӯғҳои порчаро бо нуқтаҳои равшан тасвир менамоянд. Ибтидои нур бо нуқта нишона карда мешавад. Нӯғҳои хати ростро бо нуқта нишона намекунанд, ин маънои онро дорад, ки хати ростро ба ду тараф беинтиҳо давом додан мумкин аст. Дар расми 14 нури AB , порчаи CD ва хати рости MN тасвир ёфтааст.



Расми 14

Порчаро дар ҳаёт сари ҳар қадам дидан мумкин аст. Пояҳои миз, қалам, сими телефон аз як симчӯб то дигараш, тегаҳои хона ва ғайра мисолҳои порчаҳо мебошанд.

Тартиби ҷойгиршавии нуқтаҳо дар хати рост. Дар хати рости a се нуқтаи A, B, C -ро бо шаш тарз ҷойгир кардан мумкин аст.



Расми 15

Дар ҳолати аввал нуқтаи **B** дар байни нуқтаҳои **A** ва **C** меҳобад. Дар ҳолати дуюм нуқтаи **C** дар байни нуқтаҳои **A** ва **B** воқеъ мебошад.

Дар хотир доред:

|| **Аз се нуқтаи дар хати рост хобида фақат яктояш дар байни дутои дигараш меҳобад.**

Супориш:

10. Дар хати рости а чор нуқтаи **A, B, C, D**-ро гузоред. Кадоме аз нуқтаҳо дар байни нуқтаҳои дигар меҳобад? Ҳамаи ҳолатҳои имконпазирро нишон диҳед.

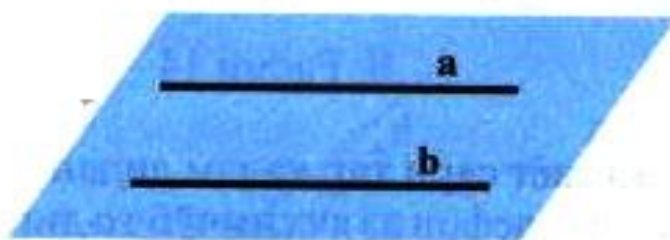
11. Дар нури **OA** нуқтаи **A** ва **B**-ро тасвир кунед. Ҳолатҳои имконпазирро нишон диҳед. Кадом нуқта дар байни нуқтаи **O** ва нуқтаи дигар меҳобад.

12. Дар порчаи **AB** ду нуқтаи **C** ва **D**-ро нишона кунед. Кадом нуқта: а) дар байни **A** ва **D**, б) дар байни **D** ва **B**, в) дар байни **C** ва **B**; г) дар байни **A** ва **C**; д) дар байни **A** ва **B** хобида метавонад?

Вазъияти ҷойгиршавии хатҳои рост. Ба сифати ду хати рост ду ҷӯбчаи ростхата ва ба сифати ҳамворӣ сатҳи мизро интиҳоб намуда, муайян кунед, ки ҷӯбчаҳо дар рӯи миз бо чанд тарз ҷойгир кардан мумкин аст.

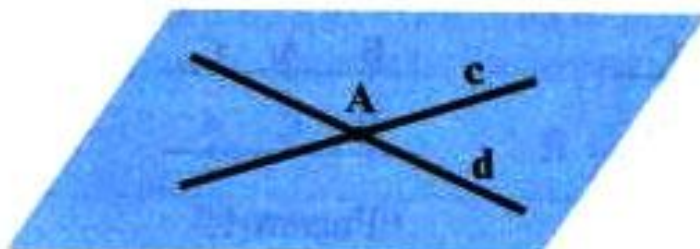
Ду хати рост дар ҳамворӣ бо се тарз ҷойгир мешаванд.

1. Ду хати рост ягон нуқтаи умумӣ надоранд (расми 16).



Расми 16

2. Ду хати рост фақат як нуқтаи умумӣ доранд (расми 17).



Расми 17

3. Ду хати рост ақаллан ду нуктаи умумӣ доранд (расми 18).

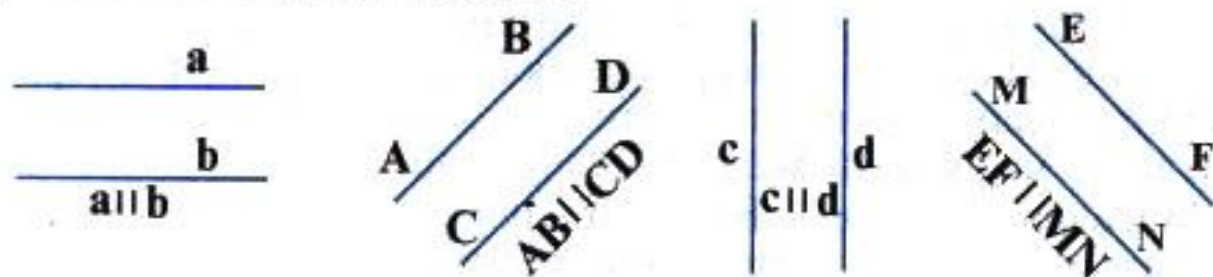


Дар хотир доред:

|| Ду хати росте, ки дар ҳамворӣ хобида ягон нуктаи умумӣ надоранд, хатҳои рости параллел номида мешаванд.

Дар расми 16 хатҳои рости a ва b параллеланд. Ибораи «Хати рости a параллели хати рости b » чунин ишорат карда мешавад: $a \parallel b$

Дар расми 19 ҳолатҳои гуногуни тасвири хатҳои рости параллел нишон дода шудааст.



Расми 19

Релсҳои роҳи оҳан, симҳои телефон, тегаҳои муқобили миз ё дафтар, равонакҳои зинапоя, соҳилҳои канал ва ғайра мисолҳои хатҳои рости параллел шуда метавонанд.

Дар хотир доред:

|| Ду хати росте, ки фақат як нуктаи умумӣ доранд, хатҳои рости буранда номида мешаванд.

Дар расми 17 хатҳои рости бурандаи c ва d , инчунин нуктаи буриши онҳо A тасвир ёфтааст. Ибораи «хати рости a хати рости d -ро дар нуктаи A мебурад» чунин навишта мешавад: $c \cap d = A$.

Дар хотир доред:

|| Ду хати росте, ки ақаллан ду нуктаи умумӣ доранд, хатҳои рости ҳамҷояшаванда номида мешаванд.

Дар расми 18 хатҳои рости ҳамчояшавандаи **a** ва **b** ва ду нуқтаи умумии онҳо **B** ва **C** тасвир ёфтаанд. Навишти **a=b** маънои «хатҳои рости **a** ва **b** ҳамчояшаванда ҳастанд»-ро дорад.

Агар ду хати рост ҳамчоя бошанд, онҳо нуқтаҳои бешумори якхела доранд, баъзан ин гуна хатҳои ростро ҳамон як хати рост меноманд.

Аксиома, таъриф, теорема ва исбот.

Дар геометрия мафҳумҳои нуқта, хати рост ва ҳамворӣ мафҳумҳои оддитарин ҳисоб карда мешаванд. Мафҳумҳои оддитаринро таъриф намедиханд.

Оё медонед, ки таъриф чист?

Таъриф чумла ё гурӯҳи чумлаҳоест, ки барои аниқ кардани ягон мафҳум хизмат мекунад. Агар ба ягон фигураи геометрӣ таъриф дода шавад, бояд таъриф имконият диҳад, ки ин фигура аз байни фигураҳои дигар ҷудо карда шавад. Дар таърифи мафҳумҳо ҳамон аломат ё хосиятҳои зикр карда мешаванд, ки дар дигар мафҳумҳои маълум мавҷуд набоянд.

Масалан, чумлаи «Қисми хати рост, ки аз ду тараф бо нуқтаҳо маҳдуд аст, порча номида мешавад» таъриф мебошад. Аломати фарқкунанда «ду нуқтаи маҳдудкунанда» мебошад. Нур ҳам қисми хати рост аст, вале фақат як нуқтаи маҳдудкунанда дорад.

Дар геометрия ғайр аз мафҳумҳои нуқта, хати рост ва ҳамворӣ дигар ҳамаи мафҳумҳо таъриф дода мешаванд.

Муносибати байни мафҳумҳои оддитарин, ки ба шакли тасдиқоти маълум қабул карда шудаанд, аксиомаҳо мебошанд. Бо тариқи дигар, аксиома тасдиқест, ки исбот карда намешавад. Масалан, тасдиқи «аз ду нуқта фақат як хати рост мегузарад» аксиома мебошад. Дар геометрия ғайр аз аксиомаҳо дигар ҳамаи тасдиқот аз нуқтаи назари дуруст ва ё нодуруст буданашон муайян карда мешаванд.

Теорема чист?

Хосият ё тасдиқе, ки дурустнаш исботро талаб мекунад, теорема номида мешавад. Масалан, тасдиқи «агар ду хати рост ба хати рости сеюм параллел бошад, он гоҳ онҳо параллеланд» теорема аст. Ҳақиқат будани ин тасдиқ исботро талаб мекунад.

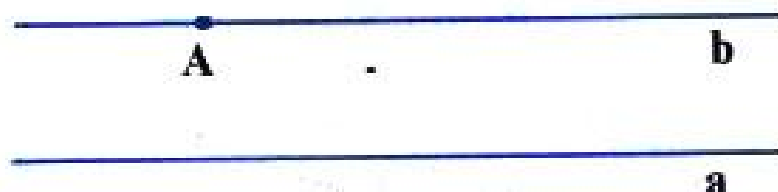
Исбот чист? Мухокимароние, ки барои қабул ё рад кардани ягон тасдиқ лозим аст, исбот ном дорад.

Дар мавзӯҳои оянда Шумо бо таъриф, теорема ва исботҳои гуногун шинос хоҳед шуд.

§ 2. АКСИОМАИ ПАРАЛЛЕЛИИ ХАТҲОИ РОСТ

Аз нуқтаи берунаи хати рост ба хати рости додашуда чанд хати рости параллел гузаронидан мумкин аст? Ин савол то Евклид, дар давраи ҳаёти ӯ ва то замони зиндагии олими рус Н. И. Лобачевский диққати аҳли илмро ҷалб карда буд. Мувофиқи ақидаи Евклид:

|| Аз нуқтаи берунаи хати рост ба хати рости додашуда фақат якто хати рости параллел гузаронидан мумкин аст.



Расми 20 (а)

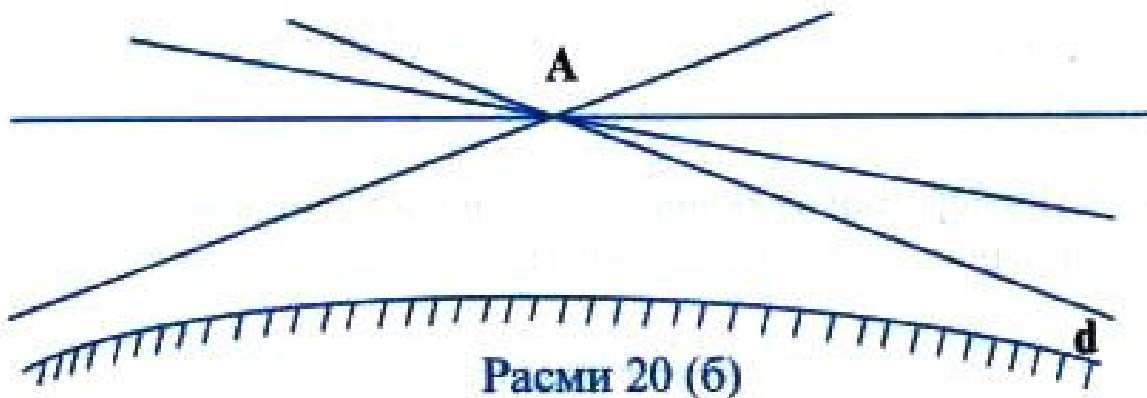
Евклид ин тасдиқро ҳамчун аксиомаи (постулати) панҷуми китобаш қабул карда буд. Ин тасдиқ дар замони ҳозира аксиомаи параллелли хатҳои рост ном дорад.

Дар замони Евклид ва тақрибан 2000 сол пас аз он олимони гуногун ба монанди: Ламберт, Лежандр, Саккери аз Европа, Умари Хаём, Насируддини Тӯсӣ аз Осиёи Миёна ва дигарон кӯшиш кардаанд, ки ин постулатро ҳамчун теорема исбот кунанд. Муттаасифона, ба хатой роҳ доданд. Ба ҳар ҳол кӯшишҳои онҳо барабас нарафт, ин кӯшишҳо боиси тараққиёти минбаъдаи илми геометрия гардиданд. Танҳо ба олими рус Н. И. Лобачевский муяссар гашт, ки ба саволи дар боло гузошташуда ҷавоби саҳеҳ диҳад.

Н. И. Лобачевский исбот кард, ки дар доираи геометрияи Евклид постулати 5-ро ҳамчун теорема исбот кардан ғайриимкон аст. (Аз рӯи фаҳмиши геометрияи Евклид аз нуқтаи берунаи хати рост ба хати рости додашуда фақат якто хати рости параллел мегузарад).

Мутгаасифона ҳамворие, ки Евклид дар назар дошт, дар амал вучуд надорад. Агар тасаввур кунем, ки сатҳи Замин ҳамвор аст, аз сабаби курашакл будани Замин ҳамворӣ аз ҳамвори Евклид фарқ мекунад.

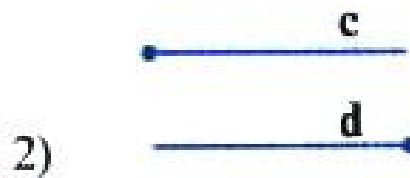
Н. И. Лобачевский геометрияи наvero кашф намуд, ки дар он аз нуқтаи берунаи хати рост ба хати рости додашуда зиёда аз як хати рости параллел гузаронидан мумкин буд. Агар хати ростро дар сатҳи Замин гузаронем, аз сабаби курашаклии Замин он каме хаида менамояд. Аз ин рӯ, баъзан хатҳои рости аз нуқтаи **A** гузаранда нисбат ба хати рости додашуда то андозае наздик шуда, пас онро набурида дур мешаванд.



Дар чунин геометрияе, ки онро Н. И. Лобачевский «хаёли» номида буд, постулати 5-ми Евклид доир ба хатҳои рости параллел ҷой надорад. Бо ҳамин кашфи худ Н. И. Лобачевский дар геометрия табаддулоти бузурге ба вучуд овард. Ин кашф номи Н. И. Лобачевскийро машҳур кард.

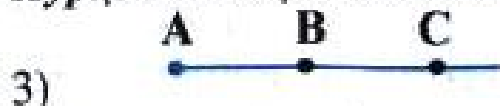
§ 3. ВАЪИЯТИ ҶОЙГИРШАВИИ НУРҶО

Ду нур дар яке аз ҳолатҳои дар расми 21 нишон додашуда воқеъ мегарданд.



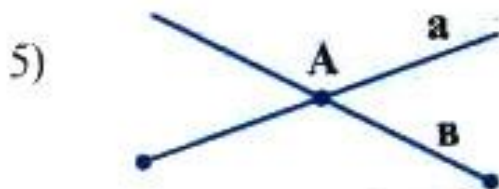
Нурҳои *a* ва *b* ҳамсамтанд.

Нурҳои *c* ва *d* муқобилсамтанд.



Нурҳои *AC* ва *BC* ҳамсамтанд.

Нурҳои *OB* ва *AC* муқобилсамтанд.



Нурҳои a ва b гуногунсамту бурандаанд.



Нурҳои c ва d гуногунсамту набурандаанд.



Нурҳои OA ва OB гуногунсамту ибтидои умумидошта мебошанд.

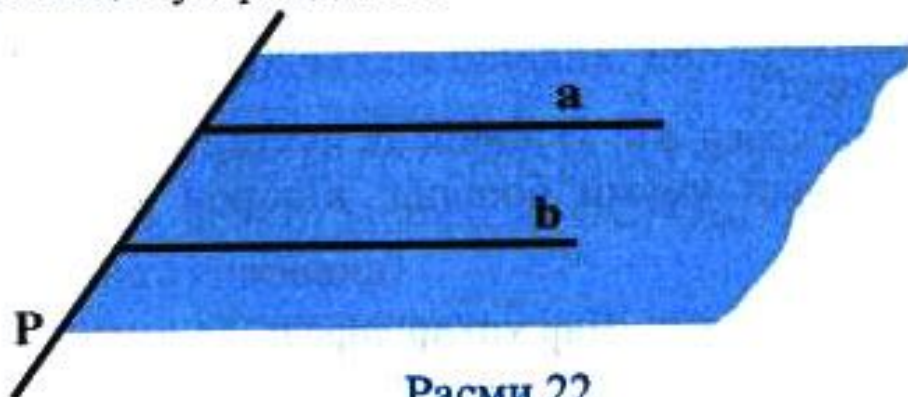


Нурҳои OA ва OB нурҳои муқобилсамти дорой ибтидои умумӣ мебошанд, онҳоро нурҳои пурқунанда меноманд.

Расми 21

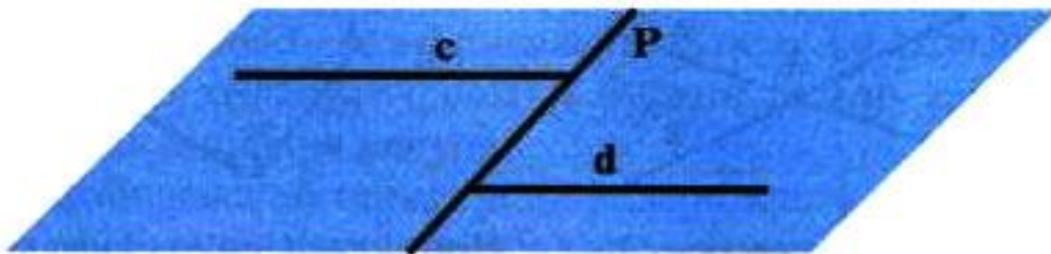
Аз расми 21 маълум аст, ки ду нур метавонанд ҳамсамт, муқобилсамт бошанд. Ду нури муқобилсамти дорой ибтидои умумибуда, нурҳои пурқунандаи якдигаранд.

Маълум аст, ки хати рост ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ чудо мекунад. Агар сарҳади нимҳамвориҳо хати рости p буда, ду нури ҳамсамт аз нуктаҳои хати рости p ибтидо гиранд, онҳо дар як нимҳамворӣ меҳобанд. Ба тариқи дигар, нурҳои ҳамсамт ҳамеша дар як нимҳамворӣ меҳобанд, ки сарҳади он хати рост аз ибтидои онҳо гузаранда аст.



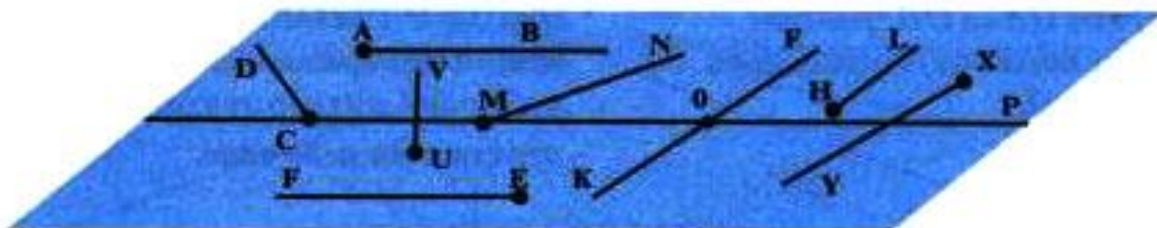
Расми 22

Агар ду нур аз сарҳади нимҳамвориҳо ибтидо ёфта муқобилсамт бошанд, дар нимҳамвориҳои гуногун меҳобанд.



Расми 23

Машқ. 1) Ба расми 24 нигаред ва муайян кунед, ки кадом нурҳо: а) ҳамсамт; б) муқобилсамт; в) гуногунсамт; г) сарҳади нимҳамвориро буранда; д) ҳамдигарро буранда; е) пуркунандаи якдигар мебошанд.



Расми 24

2) Ду нури АВ ва СД ҳамсамтанд. Агар онҳоро то хати рост пурра намоем, хатҳои рост чӣ тавр ҷойгир мешаванд?

3) Ду нури АВ ва СД-и муқобилсамт кашед, ин нурҳоро то хати рост пурра намоед. Хатҳои рости ҳосилшуда чӣ гунаанд?

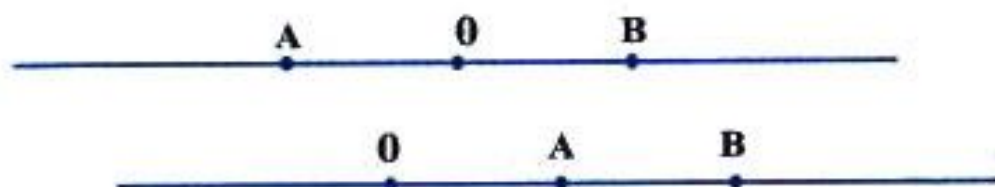
4) Нурҳои MN ва РК-и гуногунсамт кашед. Онҳо дар чӣ гуна хатҳои рост ҷойгиранд?

5) Дар хати рости **a** чор нуқтаи А, В, С, Д-ро гузоред. а) Ҳамаи нурҳои ибтидоашон ин нуқтаҳоро нависед. б) Кадом нурҳо ҳамсамт, муқобилсамт ва гуногунсамт мебошанд? в) Чанд ҷуфт нурҳои пуркунандаи якдигар ҳосил шуд? г) Чанд порча ҳосил шуд?

6) Ду нури созед, ки: а) дорои як нуқтаи умумӣ бошанд; б) дорои як порчаи умумӣ бошанд; в) дорои як нури умумӣ бошанд.

Дар хотир доред:

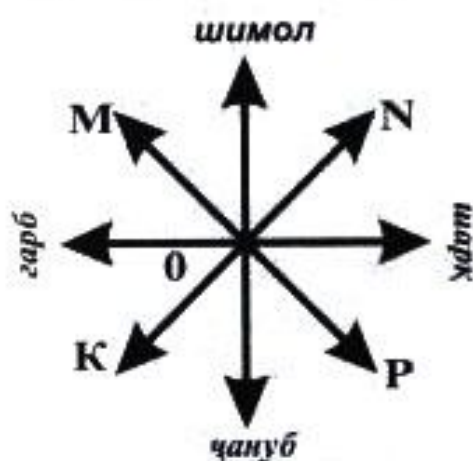
Агар ду нуқта ба нурҳои пуркунанда тааллуқ дошта бошанд, он гоҳ ибтидои умумии нурҳо дар байни ин нуқтаҳо меҳобад. Агар ҳар ду нуқта ба як нур тааллуқ дошта бошанд, он гоҳ ибтидои нур дар байни нуқтаҳо намехобад (расми 25).



Расми 25

7) Нур ва порча дода шудааст. Ҳолатҳои ҷойгиршавии порчаро нисбат ба нур муайян намоед.

8) Порча ва хати рост дар ҳамворие дода шудаанд. Ҳолатҳои ҷойгиршавии порчаро нисбат ба хати рост ва нимҳамвориҳо муайян намоед.



Расми 26

9) Дар расми 26 нурҳои нишон дода шудаанд, ки самтҳои сатҳи Заминро муайян мекунанд; а) Нурҳои расм чӣ тавр ҷойгиранд? б) Кадом нурҳо ба чап, ба рост, ба боло, ба поён равананд? г) Нурҳои OM , ON , OP , OK чӣ тавр равананд?

§ 4. ЧЕН КАРДАНИ ПОРЧАҲО

Таҷриба: Дар варақи дафтар ё дар тахтаи синф нуре кашед. Нӯғҳои паргорро дар масофаи муайян ҷойгир намоед. Дар ибтидои нур нуқтаи O гузоред. Аз нуқтаи O ба воситаи паргор нуқтаҳои A, B, C, D, E -ро тавре нишона кунед, ки масофаҳои OA, AB, BC, CD ва DE якхела бошанд. Дар зери нуқтаҳои O, A, B, C, D, E мувофиқан ададҳои $0, 1, 2, 3, 4, 5$ -ро гузоред. Ба саволҳои зерин ҷавоб диҳед: а) Порчаи OB аз порчаи OA чанд маротиба калон аст? б) Порчаҳои OC, OD, OE аз порчаи OA чанд маротибагӣ калонанд?

Дар замони қадим одамон барои чен кардани масофаҳо ё дарозии асбобҳои ченкунанда надоштанд. Бинобар ин аз муқоисаи порчаҳо истифода мебуданд. Аҷдодони мо барои чен кардани бар ва дарозии аз вачаб, ангушт ё қадам истифода мебуданд.

Бо чунин тарзи ченкунӣ дарозии вачаб, ангушт ё қадам як

воҳид қабул карда мешуд. Агар гӯем, ки дарози чӯб 10 ваҷаб аст, ин маънои онро дорад, ки дарозии чӯб аз ваҷаб 10 маротиба калон аст.

Таъриф. Ду порча баробар номида мешаванд, агар ҳангоми нӯғҳои онҳоро болои ҳам гузотан ҳамчоя шаванд.

Ибораи «порчаи АВ баробари порчаи СД» чунин навишта мешавад: $AB = CD$.

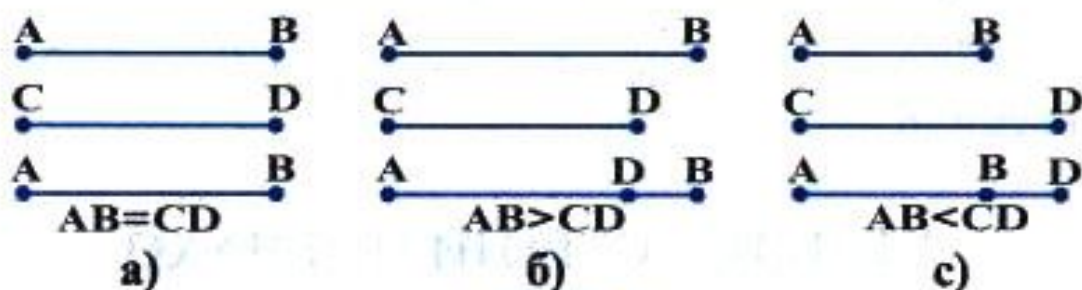
Бигузур ду порчаи АВ ва СД дода шуда бошад.

Барои муқоиса кардани порчаҳои АВ ва СД нуқтаҳои А ва С-ро ҳамчоя намуда, порчаи СД-ро дар нури АВ ҷойгир мекунем (расми 27).

1. Агар нуқтаҳои В ва Д ҳамчоя шаванд, порчаҳои АВ ва СД баробаранд (расми 27 а). $AB = CD$.

1) Агар нуқтаи Д дар байни нуқтаҳои А ва В ҷойгир шавад, порчаи АВ калон аз СД аст: $AB > CD$ (расми 27 б).

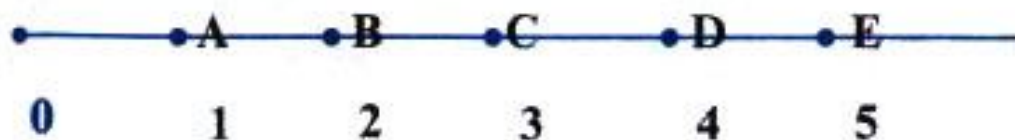
2) Агар нуқтаи В дар байни нуқтаҳои А ва Д ҷойгир шавад, порчаи АВ аз порча СД хурд аст: $AB < CD$ (расми 27 в).



Расми 27

Агар ибтидои нур ва ягон нӯғи порчаи додашударо ҳамчоя кунем, нӯғи дигари порча дар нур фақат як нуқтаро муайян мекунанд.

Аз мисоле, ки Шумо муоина намудед, дарозии порчаи ОА як воҳид буд. Дар он ҷо, порчаи $OB = 2 \cdot OA = 2$ воҳид, $OC = 3 \cdot OA = 3$ воҳид, $OD = 4 \cdot OA = 4$ воҳид, $OE = 5 \cdot OA = 5$ воҳид. Дар ҳамин мисол порчаи $OE = 5$ воҳид ва $OA = AB = BC = CD = DE = 1$ воҳид. Дарозии порчаи ОЕ ба суммаи дарозии қисмҳои ОА, АВ, ВС, СД, ДЕ баробар аст. Қисмҳои порчаи ОЕ нуқтаҳои дохилии умумӣ надоранд (ба расми зерин нигаред).



Расми 28

Дар хотир доред:

Дарозии порча адади мусбатест, ки се шарти зеринро қаноат мекунад: 1. Агар порча ба қисмҳое чудо шуда бошад, ки нуқтаҳои дохилии умумӣ надошта бошанд, он гоҳ дарозии порча ба суммаи дарозии қисмҳояш баробар аст. 2. Порчаҳои баробар дарозии баробар доранд. 3. Дарозии порчаи воҳидӣ ба як воҳид баробар мебошад.

Дар натиҷаи таҷрибаҳои бисёр одамон ба хулоса омаданд, ки воҳидҳои дарозии доимӣ қабул намоянд. Воҳиди доимии дарозии байналхалқии дарозӣ 1 метр (1 м) қабул карда шудааст, ки он тақрибан ба аз 40000000 як ҳиссаи меридиани Замин ($1/40000000$) баробар аст. Ин эталон дар шакли милаи металлӣ аст, ки дарозияш 1 м буда, дар ҳолати 0° С нигоҳ дошта мешавад. Он дар шаҳри Париж (пойтахти Франция) маҳфуз аст. Нусхаи чунин эталон дар дигар мамлакатҳо низ вучуд дорад.

Барои чен кардани дарозииҳо ва масофаҳо аз дигар воҳидҳо, ки дар муқоиса бо метр тартиб дода шудаанд, истифода мебаранд.

Дар хотир доред:

$$1\text{см}=0,01\text{м}$$

$$1\text{дм}=0,1\text{м}$$

$$1\text{мм}=0,001\text{м}$$

$$1\text{км}=1000\text{м}=10^3\text{м}$$

$$1\text{мил}=1,852\text{км}$$

$$1\text{м}=100\text{см}$$

$$1\text{м}=10\text{дм}$$

$$1\text{м}=1000\text{мм}$$

$$1\text{дм}=10\text{см}$$

$$1\text{см}=10\text{мм}$$

$$1\text{дм}=100\text{мм}=10^2\text{мм}$$

$$1\text{км}=10000\text{дм}=10^4\text{дм}$$

$$1\text{км}=100000\text{см}=10^5\text{см}$$

$$1\text{км}=1000000\text{мм}=10^6\text{мм}$$

Масофаи байни нуқтаҳои **A** ва **B** маънои дарозии порчаи **AB**-ро дорад.

Барои муқоисаи порчаҳо аз муносибатҳои зерин истифода мебаранд:

1) Порчаҳои **AB** ва **CD** баробаранд: $AB=CD$

2) Порчаи **AB** аз порчаи **CD** калон аст: $AB>CD$

3) Порчаи **AB** аз порчаи **CD** хурд аст: $AB<CD$

4) Порчаи **AB** калон ё баробари порчаи **CD** аст: $AB\geq CD$

5) Порчаи **AB** хурд ё баробари **CD** аст: $AB\leq CD$

6) Порчаи **AB** аз порчаи **CD** k -маротиба калон аст: $AB=k\cdot CD$

7) Порчаи **AB** аз порчаи **CD** k -маротиба хурд аст: $AB=CD/k$

8) Порчаи **AB** аз **CD** **n** воҳид калон аст: $AB=CD+n$

9) Порчаи **AB** аз порчаи **CD** **n** воҳид хурд аст: $AB=CD-n$

10) Фарқи порчаҳои **AB** ва **CD**: $AB-CD$.

Агар гӯем, ки нуктаҳои **A**, **B**, **C** дар як хати рост мехобанд, он гоҳ яке аз шартҳои зерин иҷро мешавад:

1. $AB=AC+CB$.

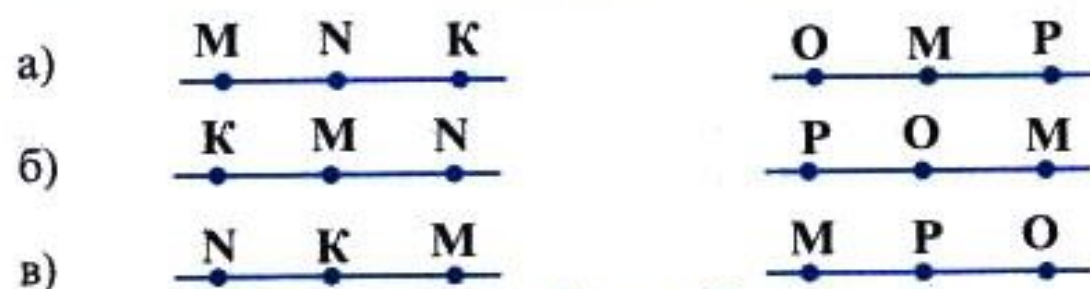
Бо тариқи дигар, нуктаи **C** дар байни нуктаҳои **A** ва **B** мехобад.

2. $AC=AB+BC$.

Нуктаи **B** дар байни нуктаҳои **A** ва **C** мехобад.

3. $BC=BA+AC$.

Нуктаи **A** дар байни нуктаҳои **B** ва **C** мехобад.



Расми 29

Диктанти зеринро аз рӯи расмҳо иҷро намоед.

1. Расмҳоро дар дафтартон кашида, дар зери ҳар кадом аввал ба воситаи ишоратҳои ҳарфӣ сонӣ ба воситаи шарҳи ҷумлагӣ мавқеи ҷойгиршавии нуктаҳоро дар нур ва хати рост нависед.

Аз расмҳои боло истифода бурда, бо ишоратҳои ҳарфӣ ва ҷумлаҳо муносибатҳои муқоисавии порчаҳои **MN** ва **NK**, **KN** ва **MN**, **OM** ва **OP** - ро нависед.

2. Расми зеринро дар дафтартон кашида, дарозии порчаи **OE**-ро 1 воҳид қабул карда, дарозии порчаҳои **OA**, **OB**, **OK**, **OM**, **ON**, **MN**, **AC**, **BC**, **CD**, **DN**, **KM** ва **KN**-ро муайян кунед. Дар расм ҳамагӣ чанд порча ҳаст? Кадом порча аз ҳама калон аст? Онро бо чанд тарз ба намуди суммаи порчаҳои дигар навиштан мумкин аст?



Расми 30

Барои чен кардани порча, масофа ва дарозӣ аз хаткашаки таксимотдор (чадвал), штангенциркул, рулетка, планҷуб, спидометр, микрометр ва ғайра истифода мебаранд.

3. Агар дарозии порча бо ададҳои касрӣ ифода шуда бошад, онро чӣ тавр месозанд?

Мисол.1) Агар порчаи $AB=3,5\text{см}$ бошад, мо аввал бо хаткашак порчаи 3см -ро кашида, дар давомаш 5мм -ро ҷойгир мекунонем, яъне $AB=3,5\text{см}=3\text{см } 5\text{мм}$:

Шумо порчаҳои $AB=5,3\text{см}$, $CD=4,8\text{см}$ ва $MP=0,7$ -ро кашед.

2) Агар порчаи $AB=4\frac{2}{5}\text{см}$ бошад, он гоҳ аввал мо порчаи 4см -ро кашида, пас $\frac{2}{5}\text{см} = \frac{2}{5} \cdot 10\text{мм} = 4\text{мм}$ -ро дар давомаш мегузорем.

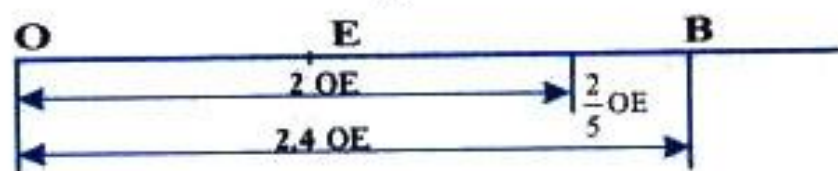
Шумо порчаҳои зеринро бо хаткашак кашед: а) $AB=8\frac{3}{4}\text{см}$,

$$CD=\frac{1}{5}\text{см}, \quad PK=5\frac{1}{2}\text{см}, \quad ME=3\frac{4}{5}\text{см}.$$

3) Агар порчаи $OB=\frac{3}{4} \cdot OE$ бошад, аввал мо ягон порчаи OE -и ихтиёриро кашида, онро ба чор қисми баробар ҷудо мекунем. Агар аз ин қисмҳо се тоашро гирем, порчаи OB ҳосил мешавад.

Шумо порчаҳои зеринро кашед: а) $OA=\frac{1}{2}OE$, б) $OM=\frac{1}{4}OE$, в) $OD=2\frac{3}{4}OE$, д) $OP=3\frac{2}{5}OE$.

4) Агар порчаи $OB=2,4OE$ бошад, аввал мо порчаи воҳидии OE -ро мекашем, сонӣ порчаи ба $2OE$ баробарро кашида, дар давомаш порчаи $0,4OE=\frac{4}{10}OE=\frac{2}{5}OE$ - ро мекашем, яъне $OB=2 \cdot OE + \frac{2}{5}OE$



Расми 31

Ба таври дигар кашидани $0,4OE$: порчаи OE -ро ба даҳ қисми баробар ҷудо карда, аз он 4 қисмашро мегиранд.

Шумо порчаҳои зеринро кашед:

а) $OM=0,6 \cdot OE$; б) $OK=3,7 \cdot OE$; в) $OP=8,5 \cdot OE$

г) $OC=7,8 \cdot OE$; д) $OA=2,8 \cdot OE$.

5) Ба мо 3,6 дм; 4,5 м; 3,2 км дода шудааст. Талаб карда мешавад, ки онҳоро бо см-ҳо ифода кунем.

$3,6 \text{ дм} = 3,6 \cdot 10 \text{ см} = 36 \text{ см}$; $3,2 \text{ км} = 3,2 \cdot 1000 \text{ м} = 3200 \text{ м} = 3200 \cdot 100 \text{ см} = 320000 \text{ см}$; $4,5 \text{ м} = 4,5 \cdot 100 \text{ см} = 450 \text{ см}$.

Шумо 4,7 дм, 6,3 м ва 9,4 км-ро бо см-ҳо ифода кунед.

б) Агар 450 дм, 45 дм, 4,7 дм, 8,3 м ва 6 см дода шуда бошад, онҳоро ин тавр бо км-ҳо ифода мекунем: $450 \text{ дм} = (450:10) \text{ м} = 45 \text{ м} = (45:1000) \text{ км} = 0,045 \text{ км}$.

$450 \text{ дм} = (450:10) \text{ м} = 45 \text{ м} = (45:1000) \text{ км} = 0,045 \text{ км}$.

$4,7 \text{ дм} = (4,7:10) \text{ м} = 0,47:1000 \text{ км} = 0,00047 \text{ км}$.

$8,3 \text{ м} = (8,3:1000) \text{ км} = 0,0083 \text{ км}$. $6 \text{ см} = (6:10) \text{ дм} = 0,6 \text{ дм} = (0,6:10) \text{ м} = 0,06 \text{ м} = (0,06:1000) \text{ км} = 0,00006 \text{ км}$

Шумо 370 дм, 48 дм, 0,6 дм, 780 м, 9,4 м, 820 см, 15000 см, 4 см ва 5 мм-ро бо км-ҳо ифода кунед.

7) Агар $6\frac{7}{8}$ мм дода шуда бошад, онро ин тавр бо км ифода кардан мумкин аст: $1 \text{ км} = 1000 \text{ м} = 100000 \text{ см}$, пас

$$6\frac{7}{8} \text{ м м} = \frac{55}{8} \cdot \frac{1}{1000000} \text{ км} = \frac{55}{8000000} \text{ км} = \frac{11}{1600000} \text{ км}.$$

Шумо $5\frac{6}{7}$ мм, $8\frac{4}{3}$ дм, $9\frac{1}{5}$ м, 450 мм, $4\frac{3}{8}$ м, $9\frac{3}{10}$ см-ро бо

км-ҳо ифода кунед.

САВОЛҲО БАРОИ САНЧИШ

1. Кадом мафҳумҳои геометрияро таъриф додан шарт нест. Евклид дар бораи онҳо чӣ гуфта буд?
2. Евклид кист ва кадом китобро навишта аст?
3. Калимаи геометрия чӣ маъно дорад?
4. Геометрия аз чанд қисм иборат аст?
5. Аз ду нукта чанд хати рост мегузарад?
6. Ду хати рост чанд ҳолати ҷойгиршавӣ доранд?
7. Чӣ гуна хатҳои ростро параллел меноманд? Онҳоро дар кучо дидан мумкин аст?
8. Чӣ гуна хатҳои рост бурандаанд?
9. Хати рост ҳамвориро ба чанд қисм ҷудо мекунад ва ҳар як қисмаш чӣ ном дорад?

10. Нур чист? Ҳангоми тасвир нурро аз хати рост чӣ тавр фарк мекунанд?
11. Нурҳо чанд ҳолати ҷойгиршавӣ доранд? Ҳамаи ҳолатҳоро тасвир намоед?
12. Порча чист? Намудҳои ишорати порча чӣ гунаанд?
13. Н. И. Лобачевский кӣ буд?
14. Аз аҷдодони гузаштаи мо кӣҳо доир ба геометрия асарҳо эҷод кардаанд?
15. Воҳидҳои дарозӣ кадоманд ва кадомашон эталони дарозӣ мебошанд?
16. Шумо дар бораи хат чӣ медонед, хатҳо чанд намуд доранд?
17. Сатҳ чист? Доир ба сатҳ мисол оваред.
18. Ду порча чанд ҳолати ҷойгиршавӣ доранд? Онҳоро тасвир намоед.
19. Дарозиро ба воситаи кадом асбобҳо чен менамоянд?
20. Хосиятҳои асосии дарозӣ кадомҳоянд?
21. Аксиома чист?
22. Теорема ва исбот чист?
23. Таъриф чи гуна мулоҳиза (ҷумла) аст?
24. Шумо кадом шаклҳои геометриро медонед?
25. Агар як нуқта дар байни ду нуқтаи дигар воқеъ бошад, онро чӣ тавр тасвир менамоянд?

МАШҚҲОИ ИЛОВАҒӢ БА БОБИ I

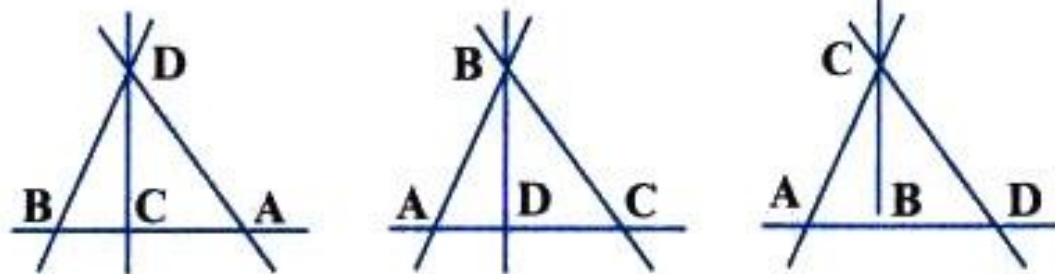
Дар ҳамворӣ 4 нуқтаи **A, B, C, D**-ро интихоб кунед. Аз ин нуқтаҳо чанд хати рост мегузарад? Чанд порча ҳосил мешавад, ки нӯғҳояшон ҳамин нуқтаҳо ҳастанд?

Ҳал:

Пеш аз ҳама ҳолатҳои ҷойгиршавии нуқтаҳоро муайян мекунем.

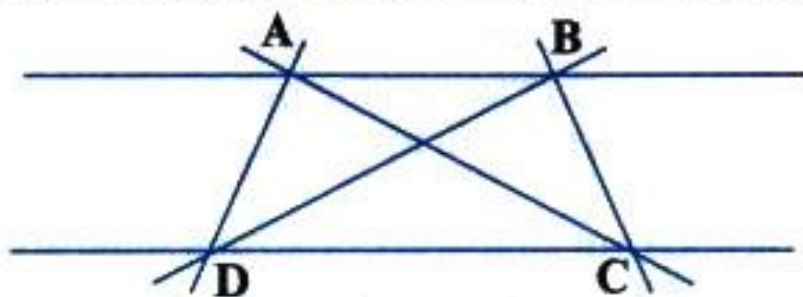
1. Чор нуқтаи **A, B, C, D** метавонанд ҳамчун шаванд, он гоҳ онҳо як нуқтаро тасвир мекунанд. Аз нуқта хати рости миқдораш бешумор мегузарад ва ягон порча ҳосил намешавад.

2. Чор нуқта метавонад сегоӣ: а) **A, B, C** дар як хати рост ва **D** берун аз он; б) **A, C, D** дар як хати рост, **B** берун аз он; в) **B, A, D** дар як хати рост, **C** берун аз он ҳобад. Ҳамагӣ 4 хати рост ва 6 порча ҳосил мешавад.



Расми 32

3. Аз чор нуқта ҳеҷ кадом аз сетоаш дар як хати рост намехобад. Дар ин ҳолат 6 хати рост ва 6-порча ҳосил мешавад.



Расми 33

4. Ҳар чор нуқта метавонанд, дар як хати рост ҳобанд. Дар ин ҳолат як хати рост ва 6 порча ҳосил мешаванд.



Расми 34

Ҷавоб: Аз 4 нуқта ё як, ё чор, ё шаш, ё бешумор хатҳои рост мегузарад. Аз 4-нуқта (агар ҳамчоя нашаванд) 6 порчаи **AB**, **AD**, **AC**, **BC**, **BD** ва **CD** тартиб додан мумкин аст.

Оё мо масъаларо пурра ҳал кардем. Ба фикри Шумо боз кадом ҳолатҳои дигар ҷой доштаниш мумкин аст?

Агар Шумо ҳалли масъаларо фаҳмида бошед, онро барои мавридҳои зерин иҷро намоед:

а) Барои 3-нуқта; б) барои 5-нуқта; в) барои 6-нуқта; г) барои 10-нуқта.

Дар ҳамворӣ: а) се хати рост; б) чор хати рост; в) панҷ хати рост; г) даҳ хати ростро бо тарзҳои гуногун кашед. Онҳо дар чанд нуқта ҳамдигарро мебуранд?

Хати рости **a** ва се нуқтаи **A**, **B**, **C** дода шудаанд. Нуқтаҳо нисбат ба ин хати рост дар кадом нимҳамвориҳо ҷойгиранд? Чанд порчаҳои нӯғҳояшон дар ҳамин нуқтаҳо ҳосил мешаванд? Кадом порчаҳо хати ростро мебуранд? (Ҳамчояшавии нуқтаҳоро ба эътибор нагиред).

Ҳал: Ҳолатҳои зерин имконпазир аст.

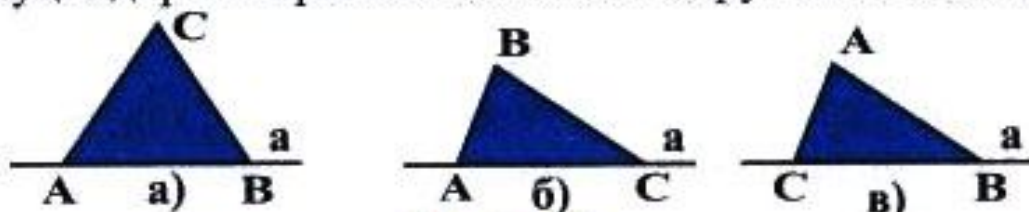
1). Нуқтаҳои A, B, C дар як хати ростии a меҳобанд.



Расми 35

Се порчаи AB, BC, AC ҳосил мешавад. Ҳар се порчаҳо дар сарҳади нимҳамвориҳо меҳобанд. Ҳар се порча дар хати рост ҷойгиранд.

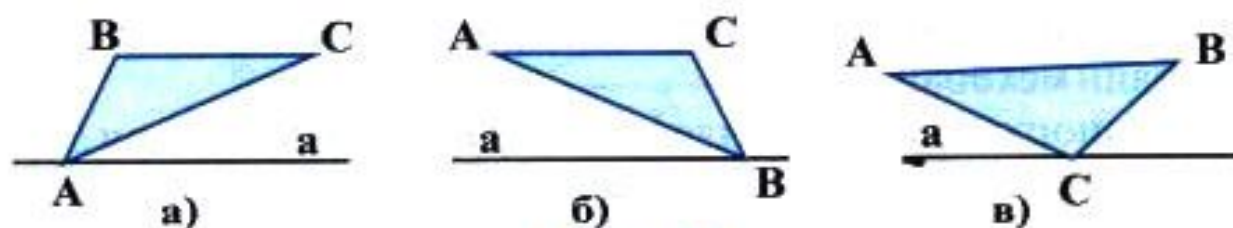
2). Ду нуқта дар хати ростии a ва яктоаш берун аз он меҳобад.



Расми 36

Як нуқта дар нимҳамворӣ ва дутоаш дар сарҳади нимҳамвориҳо меҳобанд. Се порчаи AB, AC, CB ҳосил мешавад. Як порча дар хати ростии a ҷойгир аст. Дутоаш бо хати ростии a яктогӣ нуқтаи умумӣ доранд.

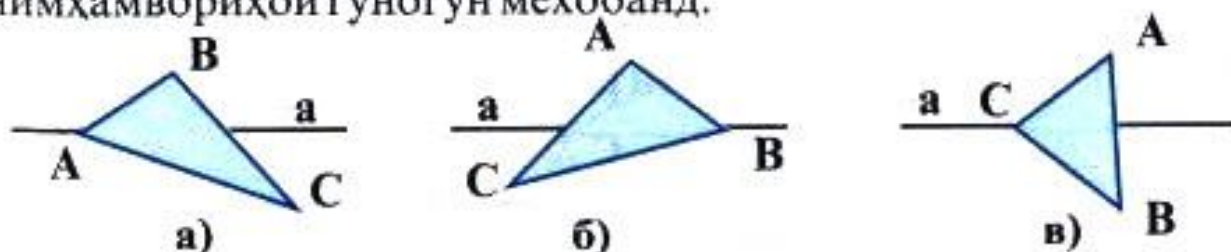
3). Як нуқта дар хати ростии a ва дутоаш дар як нимҳамворӣ меҳобанд.



Расми 37

Се порча ҳосил мешавад, ҳар сеаш дар як нимҳамворӣ ҳобида ду порча ба хати ростии a нуқтаи умумӣ доранд.

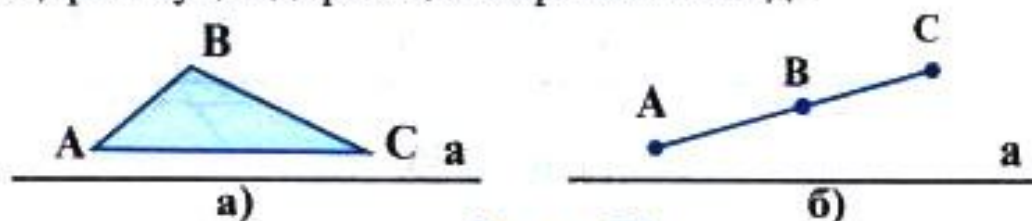
4). Як нуқта дар хати ростии a ва дутои дигараш дар нимҳамвориҳои гуногун меҳобанд.



Расми 38

Се порча ҳосил мешавад. Яктоаш хати рости **a**-ро бурида, дутоаш бо ин хати рост нӯги умумӣ доранд.

5) Ҳар се нукта дар як ҳамворӣ меҳобанд.



Расми 39

Се порча ҳосил мешавад, ки ҳеҷ кадомашон хати ростро намебуранд.

Ба фикри Шумо боз кадом ҳолат носанчида монд, он ҳолатро ёбед ва расмҳои мувофиқро тартиб диҳед.

5. Хати рости **a**-ро дар ҳамворӣ созед. Тасаввур кунед, ки ин роҳи мошингард бошад: а) чор; б) панҷ бино сохтан лозим аст. Ҳар ду биноро роҳи пиёдагард пайваस्त мекунад. Як тарафи роҳро чап, дигарашро рост ҳисобед. Биноҳо нисбат ба роҳ чӣ тавр ҷойгир мешаванд? Дар кадом ҳолат роҳҳои пиёдагард бо роҳи мошингард бурида мешаванд? Дар кадом ҳолат роҳи пиёдагард бо роҳи мошингард параллел шуда метавонад?

6. Дар канори роҳи мошингард: а) панҷ; б) чор; в) шаш симчӯб шинонданд. Чанд порчаи ин симчӯбхоро пайваस्तкунанда лозим аст? (Ҳар порчаи сим фақат ду симчӯбро пайваस्त мекунад). Агар симчӯбҳо ранги гуногун дошта бошанд, бо чанд тарз ҷойгир мешаванд? Дар ҳар ҳолат кадом симчӯбҳо дар байн меҳобанд?

7. Канорҳои дарё параллел мебошанд. Дар ду канори дарё: а) се, б) чор; в) панҷ; г) шаш дарахтро бо чанд тарз шинондан мумкин аст? Агар ҳар ду дарахтро бо сим пайваस्त кунем, чанд порчаи сим лозим аст?

8. Хати рости **p** ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ ҷудо мекунад. Чор нурро, ки ибтидоашон дар хати рости **p** воқеъ аст, барои ҳолатҳои гуногун тадқиқ намоед. Дар кадом ҳолат кадом нурҳо ҳамсамт, гуногунсамт, муқобилсамт ва пуркунандаи якдигар мешаванд?

Ҳал: 1). Ҳар чор нур дар хати рости **p** меҳобанд.



Расми 40

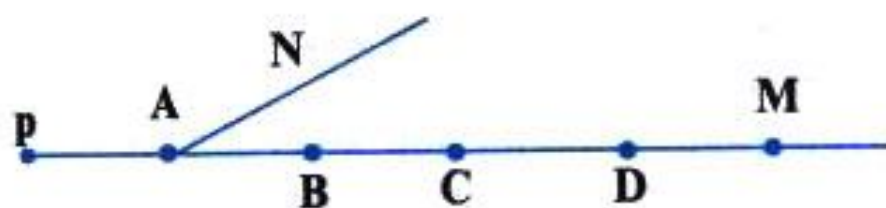
Нурҳои AM , BM , CM ва DM ҳамсамтанд. Ҳеҷ кадомашон муқобилсамт ва пурқунанда нестанд.



Расми 41

Нурҳои AM ва AN муқобилсамт ва пурқунанда, нурҳои BM ва BN муқобилсамт ва пурқунанда, нурҳои AM ва BN муқобилсамт мебошанд.

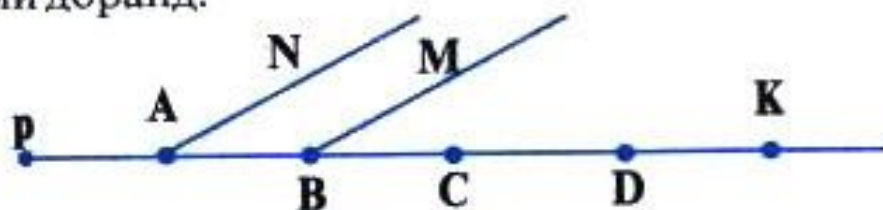
2). Се нур дар хати рости p ва яктоаш дар нимҳамворие хобида, ибтидоаш дар хати рости p меҳобад.



Расми 42

Нури AN нисбат ба нурҳои BM , CM ва DM гуногунсамт буда, нурҳои BM , CM , DM ҳамсамтанд.

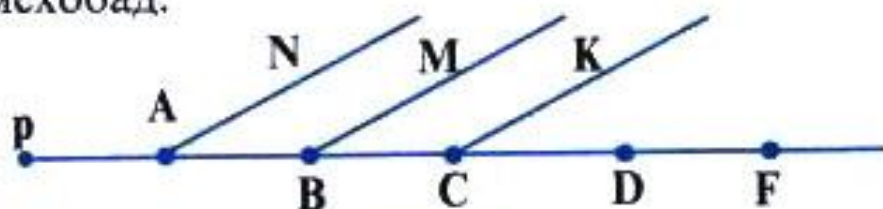
3). Ду нур дар хати рости p ва ду нури дигараш бо ин хати рост ибтидои умумӣ доранд.



Расми 43

Нурҳои AN ва BM ё ҳамсамт ё гуногунсамт, нурҳои CK ва DK метавонанд ҳамсамт бошанд. Нури AN бо CK ва DK , нури BM бо CK ва DK гуногунсамт мебошад.

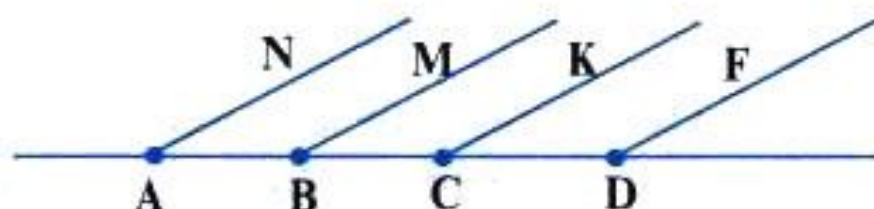
4). Нурҳои AN , BM ва CK дар як нимҳамворӣ, нури DF дар хати рости p меҳобад.



Расми 44

Нурҳои AN , BM ва CK метавонанд ҳамсамт бошанд. Баъзан дутоаш ҳамсамт шуда метавонанд. Нурҳои AN , BM , CK бо нури DF гуногунсамтанд.

5). Ҳар чор нур дар як нимҳамворӣ меҳобад.



Расми 45

Нурҳо бо тарзҳои гуногун ҳамсамт ё гуногунсамт мебошанд.

Дар ин ҷо қисми ҳал нишон дода шудааст. Шумо ҳалро давом диҳед ва ба охир расонед.

9. Се нурро дар ҳамворӣ дар ҳолатҳои созад, ки дар хати рости p нахобанд. Дар кадом ҳолат онҳо дар як нимҳамворӣ, дар нимҳамвориҳои гуногун меҳобанд? Дар кадом ҳолат ин нурҳо ба хати рости p як нуқтаи умумӣ даранд, агар ҳеҷ кадом аз нурҳо ҳамҷоя нашаванд?

10. Нуқтаҳои A , B , C , D дар ҳамворӣ меҳобанд. Агар $AB=3$ см, $BC=4$ см, $CD=5$ см, $AC=7$ см бошанд, дар кадом ҳолат ҳар чор нуқта дар як хати рост меҳобанд?

Ҳал: Нуқтаҳои A , B , C дар як хати рост меҳобанд, зеро $AC=AB+BC$ мебошад, $AB+BC=3$ см+ 4 см= 7 см= AC . Барои он, ки нуқтаи D дар ин хати рост ҳобад, бояд $AB+BC+CD=3$ см+ 4 см+ 5 см= 12 см бошад.



Расми 46

11. Масъалаи болоро барои мавриди чор нури ибтидоашон дар хати рости p набуда ҳал кунед.

12. Дар кадом ҳолат се нуқтаи A , B , C дар як хати рост меҳобанд ва кадомаш дар байни дутои дигараш меҳобад, агар:
 а) $AB=5$ см, $BC=2$ см, $AC=7$ см. б) $AB=4,3$ дм, $BC=1,7$ дм, $AC=6$ см. в) $AB=10$ см, $BC=3$ см, $AC=7$ см, г) $AB=6$ мм, $BC=8$ см, $AC=6$ мм бошад?

13. Чор нуқтаро ихтиёрӣ дар як хати рост кайд кунед.

Нуктахоро бо тартиби А, В, С, Д гиред. Масофаҳои АВ, ВС, СД-ро бо хаткашак чен кунед. Дурустии баробариҳои зеринро санҷед: а) $AC=BC+AB$, б) $BD=BC+CD$, в) $AD=AB+BC+CD$, г) $AD=AB+BD$, д) $AD=AC+CD$.

14. Чор нуктаро тарзе гузоред, ки дар як хати рост нахобанд. Порчаҳои АВ, ВС, СД, АС ва ВД-ро чен карда, дурустии нобаробариҳои зеринро санҷед: а) $AD < AC+CD$, б) $AD < AB+BC+CD$, в) $BD < BC+CD$, г) $AD < AC+CD$.

15. Агар порчаи $AD=2$ см бошад, порчаҳои зеринро созед:

а) $AB=2AD$, б) $AC=3 \cdot AD$, в) $AM=8 \cdot AD$, г) $AE=2,5 \cdot AD$.

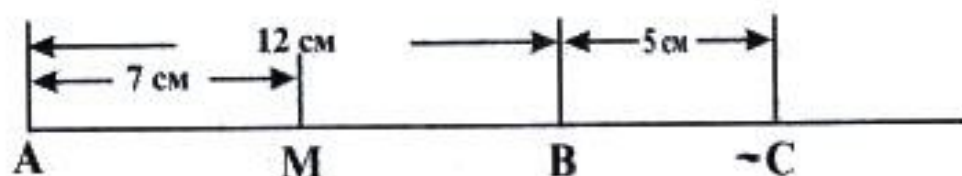
16. Порчаи $AD=20$ см аст. Порчаҳои зеринро созед: $AB = \frac{1}{2} AD$, $AC = \frac{2}{5} AB$, $AM = \frac{4}{5} AD$.

17. Порчаи $MN=10$ см аст. Порчаҳои зеринро созед: $MA=0,4MN$; $MB=1,5MN$; $MC=0,8MN$.

18. Масофаи байни шаҳрҳои Душанбе ва Кӯлоб 200 км аст. Ин масофаро аввал ба м, баъд бо дм, сонӣ бо см ва дар охир бо мм ифода кунед.

19. Порчаи $AB=12$ см ва $BC=5$ см аст. Порчаҳои $AB+BC$ ва $AB-BC$ -ро созед.

Ҳал:



Расми 47

$$AC=AB+BC=12 \text{ см}+5 \text{ см}=17 \text{ см.}$$

$$AM=AB-BC=12 \text{ см}-5 \text{ см}=7 \text{ см.}$$

20. Порчаҳои АВ ва ВС дода шудаанд. Порчаҳои $AB+BC$, $AB-BC$, $2(AB+BC)$, $3(AB-BC)$, $\frac{2}{5}(AB+BC)$, $25(AB-BC)$ -ро созед, агар:

а) $AB=2$ см, $BC=4$ см.

б) $AB=4$ см, $BC=3$ см.

в) $AB=5$ см, $BC=3$ см.

г) $AB = \frac{2}{5}$ дм, $BC = \frac{1}{2}$ дм бошад.

БОБИ II

КУНЧҶО ВА ЧЕН КАРДАНИ ОНҶО § 1. КУНЧ

Мафҳуми кунҷ. Шумо ба гӯшаҳои дафтар, миз, фарши хона, ду роҳи росте, ки аз як ҷағра мебароянд, нигаред. Агар онҳоро хаттӣ тасвир кунем, онҳо яке аз шаклҳои расми 48-ро доранд.

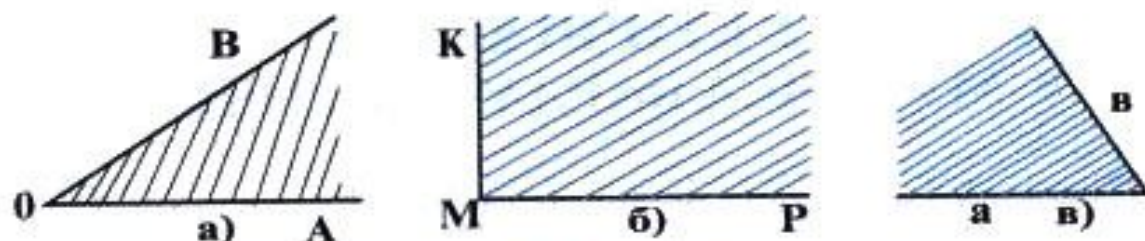


Дар ин расмҳо ду нураи мебинанд, ки аз як нуқта мебароянд, онҳо кунҷҳо ро ташкил мекунад.

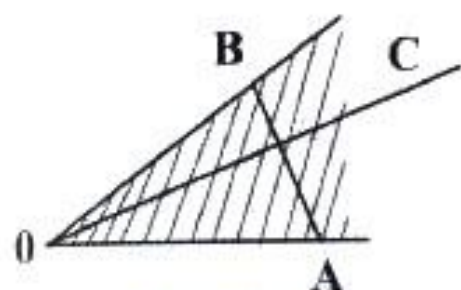
Таъриф. *Фигурае, ки аз ду нураи гуногуни нуқтаи ибтидоӣ умумӣ ташкил ёфтааст, кунҷ номида мешавад.*

Ибтидои нураи қуллаи кунҷ, худи нураи тарафҳои кунҷ мебошанд. Дар расми 49 (а) нуқтаи O қуллаи кунҷ, нураҳои OA ва OB тарафҳои кунҷ мебошанд. Кунҷҳо бо се ҳарфи калони алифбои лотинӣ, ки ҳарфи мобайнӣ ишорати қуллаи кунҷ, ду ҳарфи дигар ишорати тарафҳои кунҷ мебошанд, ишорат мекунад. Масалан: $\angle AOB$ -«кунҷи AOB », $\angle PMK$ -«кунҷи PMK ». Баъзан кунҷҳо бо як ҳарф ё бо ду ҳарфи хурде, ки онҳо нураҳои тарафҳои кунҷ мебошанд, ишорат мекунад. Масалан: $\angle O$, $\angle M$ ё $\angle (ab)$.

Кунҷ ҳамвори ба ду қисм ё соҳа ҷудо мекунад. Кунҷҳо дар амалия ба ду порчаи сие, ки аз нуқта мебароянд, месозанд. Аксар вақтҳо ҳангоми аз варақ, тахта ё моддаи дигар соختани кунҷ қисми ҳамвори байни нураҳо нигоҳ медоранд. Маҳз ин қисм **кунҷи хаттӣ** ном дорад, ки дар боло мо таърифи онро овардаем. Қисми дигари ҳамворӣ **кунҷи ҳамвор** номида мешавад.



Расми 49

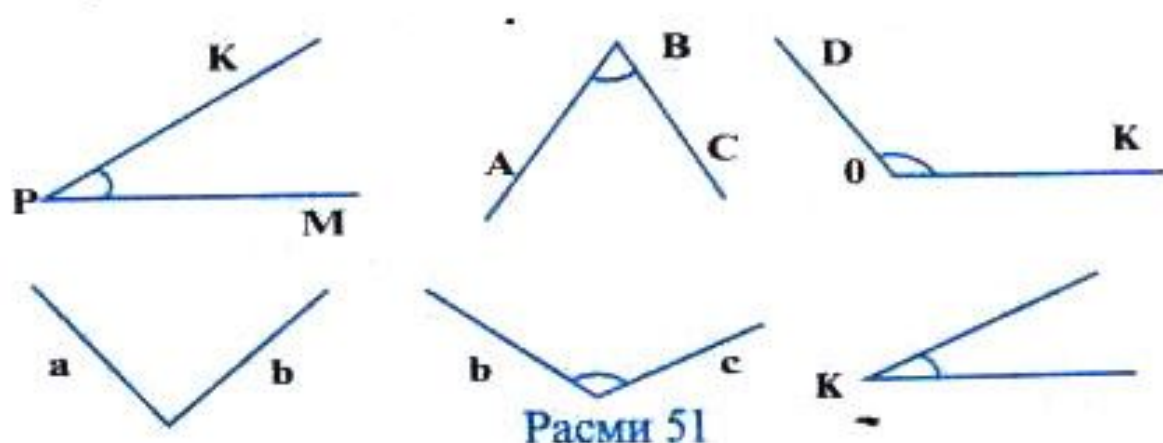


Расми 50

Агар ягон нур аз қуллаи кунҷ гузашта дар дохили он хобад, ин нури дохилии кунҷ аст. Агар ягон порча ду нуқтаи тарафҳои гуногуни кунҷро пайваст кунад, нури дохилии кунҷ ин порчаро мебурад. Дар кунҷи AOB нури OC нури дохилии кунҷ мебошад,

вай порчаи AB -ро мебурад ва кунҷро ба ду қисм ҷудо мекунад (расми 50).

Машқ.1. Ба расми 51 нигаред ва ба воситаи ишоратҳо кунҷҳоро нависед.



Расми 51

2. Кунҷҳои зеринро созед ва ҳарфҳои мувофиқро гузоред: $\angle \text{МОК}$, $\angle \text{ЕОГ}$, $\angle \text{А}$, $\angle \text{Д}$, $\angle (\text{ав})$, $\angle (\text{mn})$.

3. Кунҷи МАК -ро созед ва дар он нури дохилии АС -ро гузаронед. Кунҷҳои ҳосилшударо номбар кунед.

4. Кунҷи ABC -ро сохта, дар он нурҳои дохилии ВД ва ВЕ -ро созед. Кунҷҳои ҳосилшударо номбар кунед.

5. Дар як нимҳамворӣ аз як нуқтаи сарҳадӣ чор нурро созед, ишоратҳоро гузошта кунҷҳои ҳосилшударо номбар намоед.

6. Ду хати ростӣ бурандари кашед. Кунҷҳои ҳосилшударо номбар кунед.

§ 2. КУНЧИ КУШОД. МУҚОЙСА КАРДАНИ КУНЧҲО.

2. Кунчи кушод. Ба расми 52 нигаред. Шумо кунчи AOA_1 -ро мебинед. Нуктаи O -куллаи кунч, нурҳои OA ва OA_1 нурҳои пуркунандаи якдигар буда, тарафҳои кунч мебошанд. Кунчи AOA_1 кунчи кушод аст.



Расми 52

Таъриф. Кунце, ки тарафҳояш нурҳои пуркунандаи якдигаранд, кунчи кушод ном дорад.

2. Муқоисаи кунчҳо. Дар расми 53 Шумо кунҷҳои AOB ва $A_1O_1B_1$ -ро мебинед.



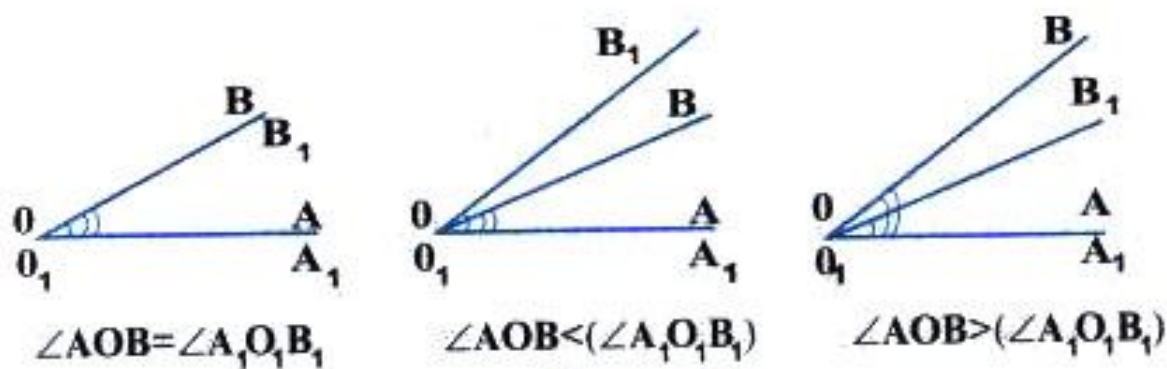
Расми 53

Кунҷҳоро ин тавр муқоиса мекунанд. Яке аз кунҷҳоро аз коғаз бурида ҷудо мекунем. Нури O_1A_1 -ро ба нури OA аз ибтидоашон ҳамчоя мекунем. Кунчи $A_1O_1B_1$ -ро дар нимҳамворие, ки кунчи AOB воқеъ аст, ҷойгир мекунем. Агар нури O_1B_1 бо нури OB ҳамчоя шавад, кунҷҳои AOB ва $A_1O_1B_1$ низ ҳамчоя мешаванд.

Таъриф. Ду кунце, ки ҳангоми болои ҳам гузоштан ҳамчоя мешаванд, кунҷҳои баробар ном доранд.

Агар ҳангоми болои ҳам гузоштани ду кунчи AOB ва $A_1O_1B_1$ нурҳои OA ва O_1A_1 ҳамчоя шуда:

- 1). Нури OB ба нури O_1B_1 ҳамчоя шавад, он гоҳ $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$ мешавад (расми 54, а).
- 2). Нури OB нури дохилии кунчи $A_1O_1B_1$ бошад, $\angle AOB < \angle A_1O_1B_1$ мешавад (расми 54, б).
- 3). Нури O_1B_1 нури дохилии кунчи AOB бошад, $\angle AOB > \angle A_1O_1B_1$ мешавад (расми 54, в).



Расми 54

Градус. Чен кардани кунҷҳо. Кунҷи кушодро ба воситаи гузаронидани нурҳои дохилӣ ба 180 ҳиссаи баробар тақсим мекунам. Дар натиҷа кунҷе ҳосил мешавад, ки бузургиаш 1° (як градус) ҳисоб карда мешавад.

Таъриф. Аз 180 як ҳиссаи кунҷи кушодро як градус меноманд, яъне $1^\circ = \frac{1}{180}$ ҳиссаи кунҷи кушод.

Пас кунҷи кушод ба 180° баробар аст.

Барои чен кардани кунҷҳо ғайр аз градус боз аз дақиқаҳо ва сонияҳо низ истифода мебаранд: $1'$ (як дақиқа) = $\frac{1}{60}^\circ$ ё $1^\circ = 60'$.

$$1'' \text{ (як сония)} = \frac{1}{60} \cdot 1' = \frac{1}{3600} \cdot 1^\circ \text{ ё } 1^\circ = 60' = 3600''.$$

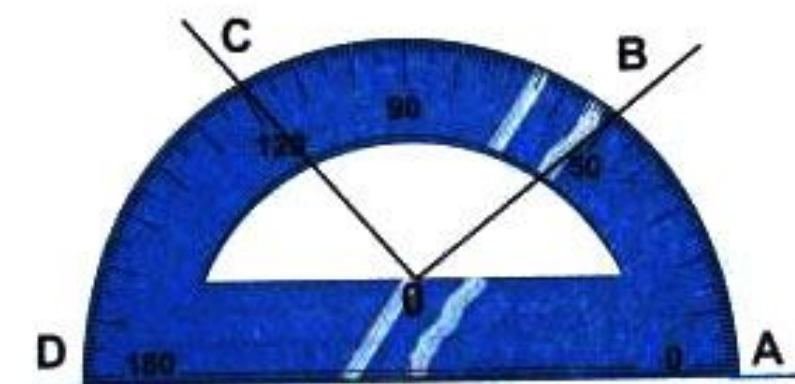
Мисол: $5^\circ = 5 \cdot 60' = 300' \cdot 60'' = 18000''$.

Кунҷҳои зеринро бо дақиқа ва сонияҳо ифода намоед: 4° ; 30° ;

60° ; $2,5^\circ$.

Кунҷҳоро бо ёрии асбобе, ки кунҷченкунак (транспортир) ном дорад, чен мекунам.

Дар ин расм:



$$\begin{aligned}
 \angle AOB &= 30^\circ \\
 \angle BOC &= 90^\circ \\
 \angle AOC &= 120^\circ \\
 \angle COD &= 60^\circ
 \end{aligned}$$

Расми 55

Аксиоман чен кардани кунҷҳо

Ба ҳар як кунҷ бузургии муайян мувофиқ меояд, ки се шарти зеринро қаноат мекунонад:

- 1). Кунҷҳои баробар ченаки градусии баробар доранд.
- 2). Агар кунҷ ба воситаи нурҳои дохилӣ ба кунҷҳои ҷудо шуда бошад, ки нуқтаҳои дохилии умумӣ надошта бошанд, он гоҳ бузургияш ба суммаи бузургиҳои градусии қисмҳои баробар аст.
- 3). Бузургии кунҷи кушод ба 180° баробар аст.

Маҷқ. 1. Кунҷи кушодро ба воситаи нурҳои дохилӣ ба се кунҷ ҷудо намоед. Ба воситаи кунҷченкунак он кунҷҳоро чен карда, суммашонро ёбед.

2. Бо ёрии кунҷченкунак кунҷҳои дафтаратонро чен кунед.

3. Бо ёрии кунҷченкунак кунҷҳои бузургияшон: 20° , 30° , 45° , 90° ; 120° ; 130° ; 150° -ро созед.

4. Кунҷҳои дар расм тасвирёфтaro чен кунед (расми 56).



5. Ду хати рости бурандaro созед. Ҳар чор кунҷи ҳосилшударо чен кунед, суммаи онҳоро ёбед.

6. Бо назардид кунҷи кушодро аввал ба ду, сони ба чор ва баъд ба шаш қисми баробар тақсим намоед. Кунҷҳои ҳосилшударо чен карда бо ҳам муқоиса кунед.

7. Ду хати рости параллелро сохта, онҳоро бо хати рости сеюм буред. Ҳашт кунҷи ҳосил шударо чен карда бо ҳам муқоиса намоед.

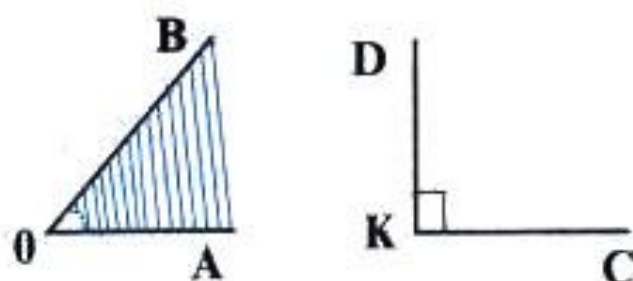
§3. НАМУДҲОИ КУНҶҲО

Кунҷи рост. Ба расми 57 нигаред. Дар ин расм $\angle AOB$ ва кунҷи кушоди $\angle AOA_1$ тасвирёфтаанд. Кунҷи AOB



кунчи рост мебошад. Агар онро бо кунчи кушод муқоиса кунем, нисфи онро ташкил медиҳад.

Таъриф. Нисфи кунчи кушодро кунчи рост меноманд. Кунчи рост ба 90° баробар аст.



Расми 58

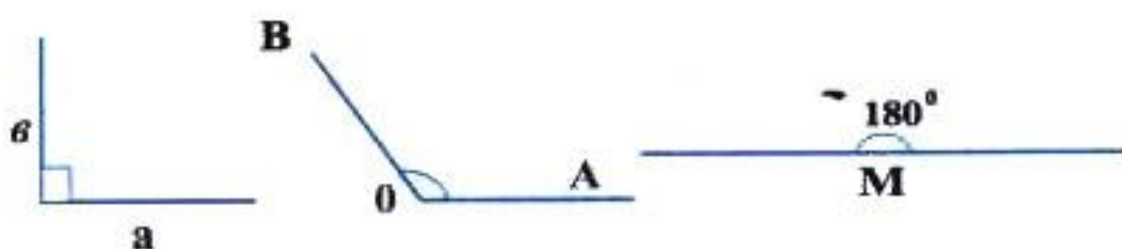
Ба кунчи рост дар ҳаёт бисёр вохӯрдан мумкин аст. Кунҷҳои сатҳи миз, кунҷҳои вараки дафтар, кунҷҳои девори хона ва ғайра мисоли кунҷҳои ростанд. Як кунчи кушод ба ду кунчи рост баробар аст. Дар расми 57 $\angle AOA_1 = \angle AOB + \angle BOA_1 = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$. Бо тариқи дигар, $\angle AOA_1 = 2 \angle AOB$

Кунчи тез. Кунҷҳои дар расми 58 тасвирёфтаре муоина намоед. Ба осонӣ пай бурдан мумкин аст, ки $\angle AOB$ аз кунчи рости СКД хурд аст. Кунчи АОВ кунчи тез мебошад.

Таъриф. Кунҷе, ки аз кунчи рост хурд аст, кунчи тез номида мешавад. Бузургии кунчи тез аз 0° то 90° мебошад.

Кунҷҳои бузаргиашон $1^\circ, 5^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 89^\circ$, мисоли кунҷҳои тез мебошанд.

Кунчи кунд. Ба расми 59 нигаред. Он ҷо се кунҷ: яке рост, дигаре кушод ва дар байн кунчи АОВ-ро мебинед. Кунчи АОВ аз кунчи рост калон буда, аз кунчи кушод хурд аст. $\angle AOB$ -кунчи кунд мебошад.



Расми 59

Таъриф. Кунҷе, ки аз кунчи рост калону аз кунчи кушод хурд аст, кунчи кунд ном дорад. Бузургии кунчи кунд аз 90° калону аз 180° хурд аст.

Ҳамин тариқ, кунҷҳо 4 намуд доштаанд: кунчи кушод, кунчи рост, кунчи тез ва кунчи кунд.

Мешк. 1. Аз кунҷҳои зерин кадомаш тез ва кадомаш кунд аст: $40^\circ; 150^\circ; 127^\circ; 89^\circ; 5^\circ; 36^\circ; 91^\circ; 189^\circ; 112^\circ; 30^\circ; 70^\circ; 120^\circ$?

2. Бо ёрии хаткашак кунҷҳои зеринро созед: $\angle AOB$ - кунҷи тез; $\angle CBP$ - кунҷи кунд; $\angle DEP$ - кунҷи кушод.

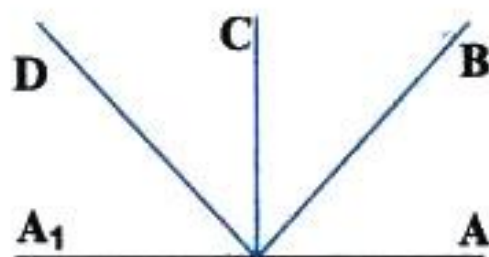
3. Агар кунҷҳои AOB ва BOC тез бошанд, кунҷи $\angle AOB + \angle BOC$ - ро созед. Кунҷҳои AOB , BOC ва AOC -ро чен карда, кунҷи калонро ёбед.

4. Кунҷи кунди AOB -ро созед. Кунҷи BOC -ро тарзе созед, ки $\angle AOC = \angle AOB - \angle BOC$ шавад. Бо кунҷченкунак кунҷҳоро чен карда, дурустии баробарию санҷед.

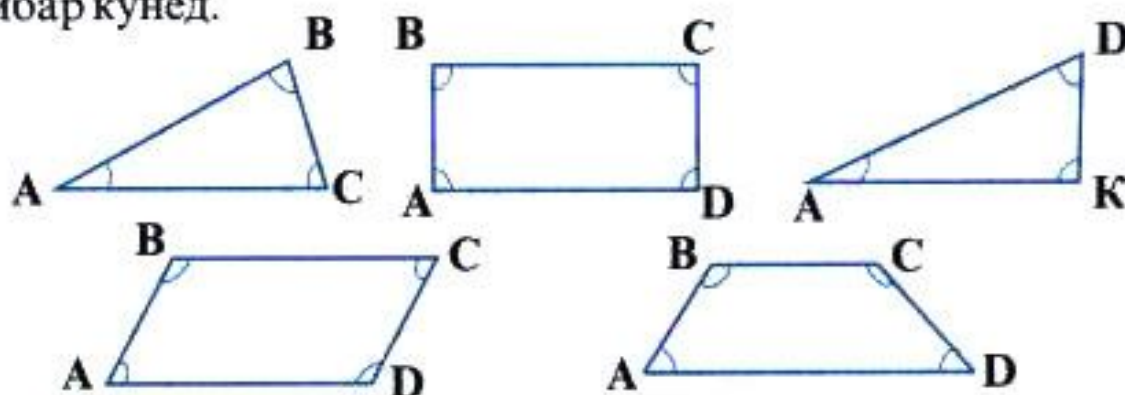
5. Дар расми 60 якчанд кунҷ тасвир ёфтаанд. Аз ин кунҷҳо кадомаш рост, кадомаш тез, кадомаш кунд ва кадомаш кушод аст.

6. Дар расми 61 якчанд фигураҳои геометрӣ тасвир ёфтаанд. Кунҷҳои ҳар як фигураро чен карда суммаи онҳоро ёбед.

7. Дар ҳар як фигураи расми 61 кунҷҳои тез, рост ва кундро номбар кунед.

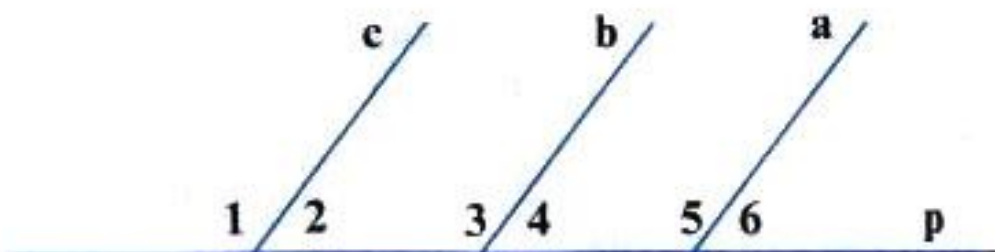


Расми 60



Расми 61

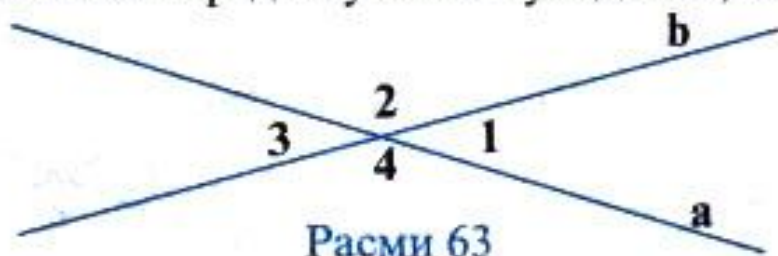
8. Ба расми 62 нигаред. Кунҷҳои 1, 2, 3, 4, 5 ва 6-ро чен карда бо ҳам муқоиса намоед. Бузургии $\angle 1 + \angle 2$, $\angle 3 + \angle 4$, $\angle 5 + \angle 6$ -ро ёбед.



Расми 62

Агар нурҳои **a**, **b**, **c** ҳамсамт бошанд, онҳо бо хати рости **p**, ки аз ибтидоашон мегузарад, чӣ гуна кунҷоро ташкил медиҳанд?

9. Ба расми 63 нигаред. Суммаи кунҷҳои 1, 2, 3, 4-ро ба воситаи



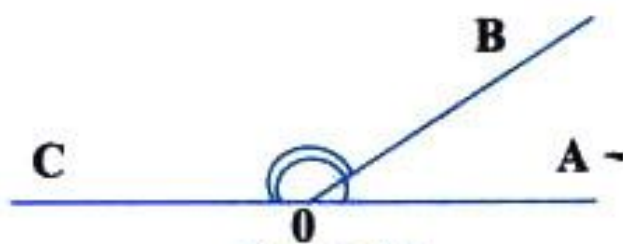
чен кардан ёбед. Агар ду хати рост дар як нукта бурида шаванд, чанд кунҷ ҳосил мешавад, аз онҳо бузургҳои кадомашон баробар аст. Суммаи кунҷҳои ҳосилшуда ба чанд градус баробар аст?

10. Кунҷи 150° -ро созад, онро ба ду кунҷ ҷудо кунед, ки яктоаш рост ва дигараш тез бошад.

11. Кунҷи 75° -ро созад, онро то кунҷи 120° пурра намоед.

§ 4. КУНҶҲОИ ҲАМСОЯ ВА АМУДӢ (ВЕРТИКАЛӢ)

Кунҷҳои ҳамсоя. Ба расми 64 нигаред. Дар он Шумо кунҷҳои **AOB** ва **BOC**-ро мебинед. Онҳо як тарафи умумии **OB**-ро доранд. Тарафҳои **OA** ва **OC** нурҳои пурқунандаи якдигаранд. Ҳар дуи ин кунҷҳо дар якҷоягӣ кунҷҳои ҳамсояро ташкил медиҳанд.



Таъриф. Ду кунҷе, ки як тарафи умумӣ дошта, тарафҳои дигарашон нурҳои пурқунандаи якдигаранд, кунҷҳои ҳамсоя номида мешаванд.

Теорема. Суммаи кунҷҳои ҳамсоя ба 180° баробар аст.

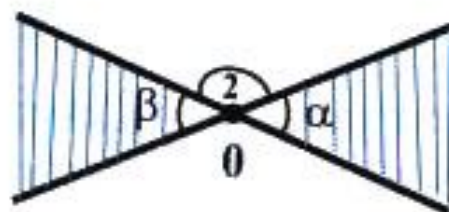
Исбот. Ба расми 64 нигаред. $\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC = 180^\circ$. Кунҷи **AOC** кунҷи кушод буда, кунҷҳои **AOB** ва **BOC** кунҷҳои ҳамсояанд.

Кунҷи амудӣ. Ба расми 65 нигаред. Дар он Шумо кунҷҳои **AOB** ва **A₁OB₁**-ро мебинед. Ҳар дуи онҳо дар якҷоягӣ кунҷҳои амудиро (вертикалиро) ташкил менамоянд. Тарафҳои **OA** ва

OB-и кунҷи **AOB** мувофиқан нурҳои пуркунандаи тарафҳои **OA₁** ва **OB₁**-и кунҷи **A₁OB₁** мебошанд.



Расми 65



Расми 66

Таъриф. Ду кунҷе, ки тарафҳои он нурҳои пуркунандаи якдигаранд, кунҷҳои амудӣ номида мешаванд.

Дар расми 65 кунҷҳои **BOA₁** ва **A₁OB₁** кунҷҳои амудӣ мебошанд. Дар расми 65 ҳамаи кунҷҳои бо ҳам амудиро номбар кунед.

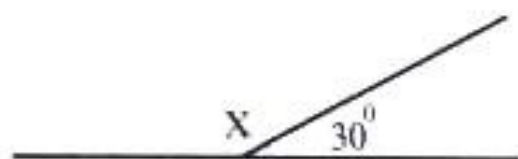
Теорема. Кунҷҳои амудӣ баробаранд.

Исбот. Ба расми 66 нигаред. Дар ин расм кунҷҳои α ва β амудӣ буда, $\angle 2$ ба ҳар кадоми он ҳамсоя мебошад: $\alpha + \angle 2 = 180^\circ$ ва $\angle 2 + \beta = 180^\circ$. Аз ин ҷо $\alpha + \angle 2 = \angle 2 + \beta \Rightarrow \alpha = \beta$.

Биссектрисаи кунҷ. Ба расми 67 нигаред; дар он $\angle AOC$ ва нури **OB**-ро мебинед. Нури **OB** аз қуллаи кунҷ баромада, кунҷи **AOC**-ро ба ду кунҷҳои баробар ҷудо намудааст. Нури **OB** барои $\angle AOC$ биссектриса мебошад.



Расми 67



Расми 68

Таъриф. Нури, ки аз қуллаи кунҷ баромада онро ба ду қисми баробар тақсим мекунад, биссектрисаи кунҷ ном дорад.

$$\angle AOB = \angle BOC = \alpha$$

$$\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 2\alpha$$

Машқ. 1. Яке аз кунҷҳои ҳамсоя 30° аст. Кунҷи дигарашро ёбед.

Ҳал. Ба расми 68 нигаред. x ва 30° кунҷҳои ҳамсояанд. $x + 30^\circ = 180^\circ$, $x = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

Ҷавоб: 150° .

2. Кунчи α ба: $120^\circ; 40^\circ; 80^\circ; 100^\circ; 90^\circ; 1^\circ; 175^\circ$ баробар аст.

Кунчи x ба α ҳамсоя аст. Кунчи x -ро ёбед.

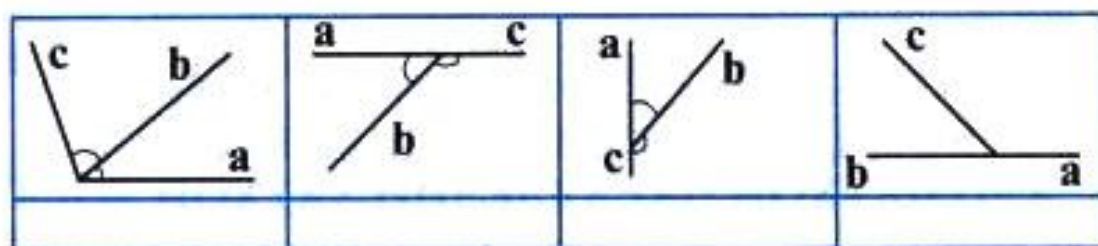
3. Кунҷҳои x ва y амудианд. Агар кунчи x дорои қиматҳои $50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 120^\circ$ бошад, қиматҳои кунчи y -ро ёбед.

4. Кунчи α рост ва кунчи β ба α ҳамсоя аст, Расми мувофиқро кашед ва кунчи β -ро ёбед.

5. Кунҷҳои α ва β ҳамсояанд. Агар кунчи α кунд бошад, β чӣ гуна аст?

6. Кунҷҳои α ва β ҳамсояанд. Кунчи β кунчи тез аст. α чӣ гуна кунҷ аст?

7. Ба расми 69 нигаред. Нуралӣ $\angle(ав)$ ва $\angle(вс)$ -ро ҳамсоя пиндошт. Оё Нуралӣ ҳақ аст? Дар зери ҳар расм дуруст ё нодуруст будани онро нависед.



Расми 69

8. Оё кунҷҳои зерин ҳамсояанд: а) 40° ва 50° ; б) 60° ва 120° ; в) 1° ва 179° ; г) 91° ва 89° ; д) 150° ва 120° ; е) 130° ва 140° ?

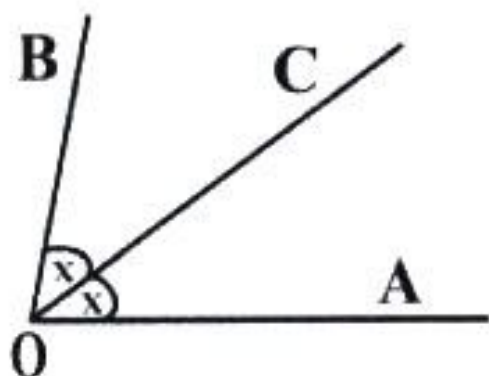
9. Кунчи $\angle AOB$ ба 80° баробар аст. Нури OC биссектрисаи ин кунҷ аст. $\angle AOC$ -ро ёбед.

Ҳал: Ба расми 70 нигаред.

$$\angle AOB = 80^\circ, \angle AOC = X$$

$$\angle AOC = X = \frac{\angle AOB}{2} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$

Ҷавоб: 40°



Расми 70

10. Дар кунҷҳои $\angle AOB, \angle CMK, \angle DEP$ биссектрисаҳо созад, агар: $\angle AOB = 120^\circ, \angle CMK = 90^\circ, \angle DEP = 180^\circ$ ва $\angle DAB = 60^\circ$ бошад. Биссектрисаҳо кунҷҳоро ба ду қисмҳои ҳар кадомашон β чудо мекунад. Қимати β -ро ёбед.

11. Ду кунҷи ҳамсоя кашед. Дар ҳар кадом биссектриса гузаронед. Биссектрисаҳо кадом кунҷҳоро ташкил менамоянд?

12. Се хати рост дар нуктаи 0 ҳамдигарро мебуранд. Ба кунҷҳои ҳосилшуда рақам гузоред. Кунҷҳои амудино номбар кунед. Кадом кунҷҳо ҳамсояанд? Ҳамагӣ чанд кунҷи ғайри кушод ҳосил шуд?

13. Масъалаи 12-ро барои чор хати рост ҳал кунед.

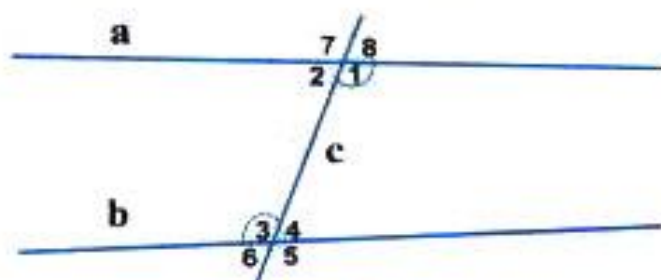
14. Агар a ва b хатҳои рости параллел ва c бурандаи онҳо бошад, ҳамагӣ чанд кунҷ ҳосил мешавад? Кунҷҳоро рақам гузоред. Кунҷҳои ҳамсоя, амудӣ ва баробарро нишон диҳед.

15. Кунҷи кушод кашед. Биссектрисаи онро созед. Дар ҳар кунҷи ҳосилшуда боз биссектриса гузаронед. Ҳамагӣ чанд кунҷ ҳосил шуд? Бузургии ҳар кунҷ ба чанд градус баробар аст? Кадом кунҷҳо ҳамсояанд?

Нишондод: Нурҳои ҳосилшударо бо ҳарфҳои a, b, c , ва ғайра ишорат намоед.

§ 5. КУНҶҲОИ ТАРАФҲОЯШОН ҲАМСАМТ. КУНҶҲОИ ЧИЛЛИКӢ ВА ЯКТАРАФА. АЛОМАТҲОИ ПАРАЛЛЕЛИИ ХАТҲОИ РОСТ

1. **Кунҷҳои чилликӣ ва яктарафа.** Ба расми 71 нигаред. Ду хати рости a ва b -ро хати рости c мебурад. Дар буриш Шумо кунҷҳои 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ва 8-ро мебинед. Кунҷи 1 ва кунҷи 3, кунҷи 2 ва кунҷи 4 кунҷҳои чилликии дохилӣ, $\angle 1$ ва $\angle 4$, $\angle 2$ ва $\angle 3$ кунҷҳои яктарафаи дохилӣ, $\angle 1$ ва $\angle 5$, $\angle 2$ ва $\angle 6$, $\angle 3$ ва $\angle 7$, $\angle 4$ ва $\angle 8$ кунҷҳои мувофиқ ном доранд.



Расми 71

Теорема. Агар $a \parallel b$ ва c бурандаи онҳо бошад, он гоҳ:

- а) Кунҷҳои чилликии дохилӣ баробаранд: $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$;
- б) Суммаи кунҷҳои яктарафаи дохилӣ ба 180° баробар аст: $\angle 1 + \angle 4 = \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$;
- в) Кунҷҳои мувофиқ баробаранд: $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 4 = \angle 8$, $\angle 3 = \angle 7$, $\angle 2 = \angle 6$ (расми 71).

Исбот: Куллаи $\angle 4$ - ро якҷоя ба хати рости в қад-қад хати рости с кӯчонда ба куллаи $\angle 8$ ҳамҷоя мекунем. Хатҳои рости а ва в болои ҳам меафтанд. Тарафҳои дуҷои $\angle 4$ ва $\angle 8$ ҳамҷоя шуда, як нуруро ташкил медиҳанд. Азбаски $\angle 4$ ва $\angle 8$ пурра болои ҳам афтада ҳамҷоя мешаванд, пас $\angle 4 = \angle 8$ аст.



Азбаски $\angle 4 = \angle 8$ буда, $\angle 1$ ва $\angle 8$ ҳамсояанд, пас $\angle 1 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 8 = 180^\circ$, $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ мешавад.

Аз тарафи дигар $\angle 2 = \angle 8$ ҳамчун кунҷҳои амудӣ буда, $\angle 4 = \angle 8$ аст, $\angle 2 = \angle 4$ мешавад.

Супориш. Исбот кунед, ки агар $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ бошад, $a \parallel b$ аст (расми 72).

Масъала: $a \parallel b$ ва с - бурандаи онҳо. Агар қимати як кунҷе, ки дар буриш ҳосил мешавад ба 30° баробар бошад, бузургии 7 кунҷи дигарро ёбед.

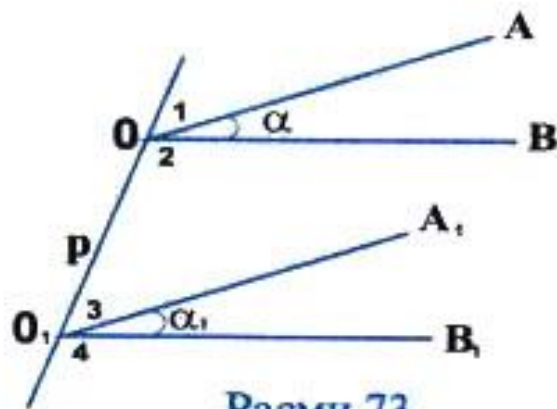
Ҳал: Ба расми 72 нигаред. Бигузор $\angle 8 = 30^\circ$ бошад. $\angle 6 = \angle 4 = \angle 2 = \angle 8 = 30^\circ$, зеро $\angle 6$ ва $\angle 4$, $\angle 2$ ва $\angle 8$ - амудӣ буда, $\angle 2$ ва $\angle 4$ чилликӣ мебошанд. Кунҷҳои 8 ва 7 ҳамсояанд, аз ин рӯ $\angle 7 = 180^\circ - \angle 8 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$. Аз тарафи дигар, $\angle 5 = \angle 3 = \angle 1 = \angle 7 = 150^\circ$.

Ҷавоб: 4-то кунҷи 30° ва 4-то кунҷи 150° . Шумо масъалаи ба ин монандро дар ҳолати $\angle 1 = 60^\circ$ будан ҳал намоед.

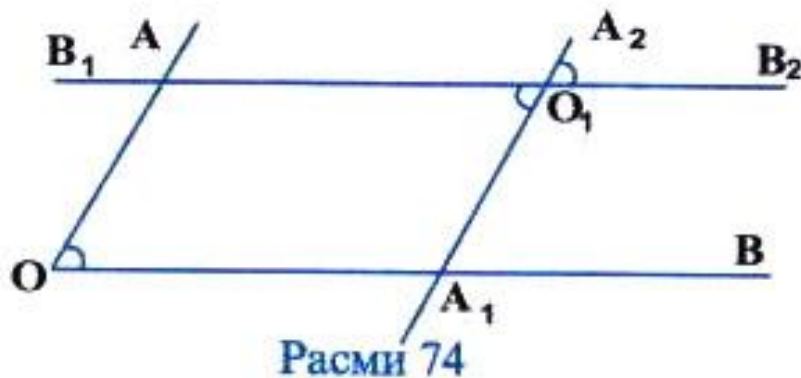
2. Кунҷҳои тарафҳоишон ҳамсамт. Ба расми 73 нигаред. Дар расм ду кунҷи $\angle AOB$ ва $\angle A_1O_1B_1$ тасвир ёфтаанд. Нурҳои OA ва O_1A_1 ҳамсамтанд. Кунҷҳои $\angle AOB$ ва $\angle A_1O_1B_1$ -ро кунҷҳои тарафҳоишон ҳамсамт меноманд.

Теорема. Кунҷҳои тарафҳоишон ҳамсамт баробаранд.

И с б о т. $\angle AOB = \alpha$ ва $\angle A_1O_1B_1 = \alpha$, ишорат мекунем. Аз куллаи ҳарду кунҷ (O ва O_1) хати рости p -ро мегузаронем (расми 73).



Расми 73



Расми 74

$\angle 1 = \angle 3$ ва $\angle 2 = \angle 4$ аст, чунки онҳо кунҷҳои мувофиқанд. $\angle 1 + \alpha + \angle 2 = 180^\circ$ ва $\angle 3 + \alpha_1 + \angle 4 = 180^\circ$. Аз ин ҷо $\angle 1 + \alpha + \angle 2 = \angle 3 + \alpha_1 + \angle 4$ ва $\alpha = \alpha_1$, яъне $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$.

Теорема. Кунҷҳои, ки тарафҳояшон муқобилсамтанд, баробар мебошанд.

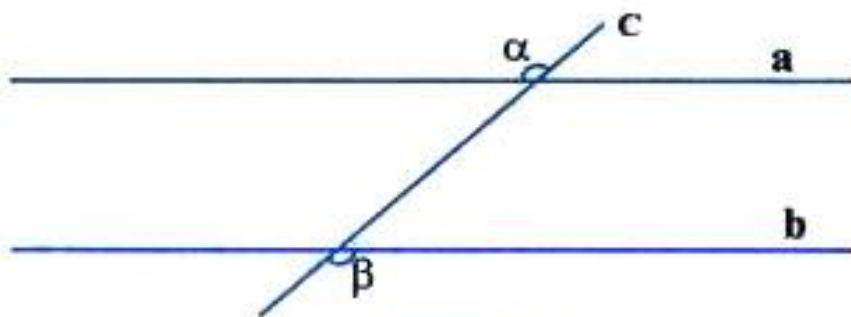
И с б о т. Азбаски дар расми 74 нурҳои OA ва O_1A_1 , OB ва O_1B_1 муқобилсамтанд, кунҷҳои AOB ва $A_1O_1B_1$ кунҷҳои тарафҳояшон муқобилсамт мебошанд. Тарафҳои кунҷи $A_1O_1B_1$ -ро ба хати рост табдил дода, кунҷи ба он амудии $A_2O_1B_2$ -ро ҳосил мекунем. $\angle A_2O_1B_2$ ва $\angle AOB$ тарафҳои ҳамсамт доранд. Аз ин рӯ онҳо баробаранд. $\angle AOB = \angle A_2O_1B_2$ ва $\angle A_1O_1B_1 = \angle A_2O_1B_2$ пас $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$.

Машқ. 1. $a \parallel b$ ва c бурандаи онҳо мебошад. Суммаи ду кунҷи ҳосилшуда 180° аст. Ҳамаи кунҷҳои ҳосилшударо ёбед.

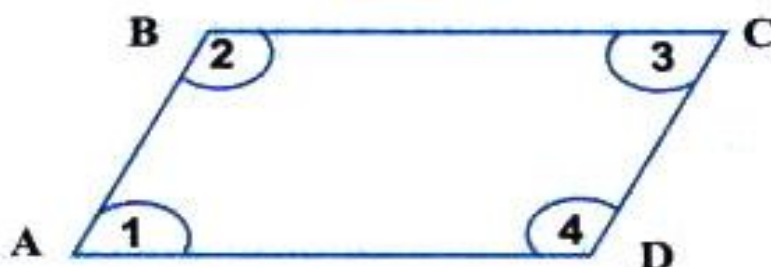
2. $a \parallel b$ ва c бурандаи онҳо мебошад. Фарқи ду кунҷи ҳосилшуда 120° аст. Ҳамаи кунҷҳои ҳосилшударо ёбед.

3. Хатҳои рости a ва b -ро хати рости c мебурад (расми 75). Агар $\alpha = \beta$ бошад, исбот кунед, ки $a \parallel b$ аст.

4. Нурҳои AB ва A_1B_1 бо хати рости p кунҷҳои 30° -ро ташкил медиҳанд. Исбот кунед, ки нурҳои AB ва A_1B_1 ё ҳамсамт, ё муқобилсамтанд (A ва A_1 дар хати рости p меҳобанд).



Расми 75

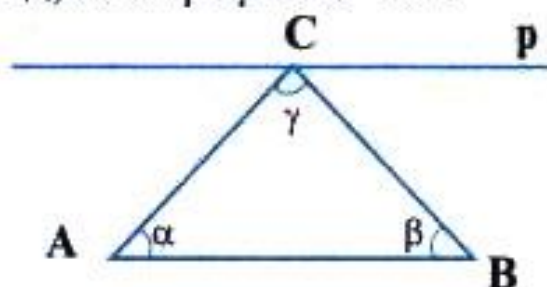


Расми 76

5. Агар нурҳои **a** ва **b** ҳамсамт буда, хати рости **p** аз ибтидои онҳо гузарад, исбот кунед, ки онҳо бо ин хати рост кунҷҳои баробарро ташкил медиҳанд.

6. Ба расми 76 нигаред. Маълум аст, ки $AB \parallel DC$ ва $AD \parallel BC$ мебошад. Исбот кунед, ки $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$ аст.

7.* Дар расми 77 секунҷаи ABC тасвир шудааст. Хати рости $p \parallel AB$ аст. Исбот кунед, ки $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ аст.



Расми 77

8. Се хати рости **a**, **b**, **c** параллеланд. Хати рости **p** онҳоро мебурад. Дар буриш 12-то кунҷ ҳосил мешавад. Агар яке аз кунҷҳо 50° бошад, 11-то кунҷи боқимондари ёбед.

9. Аз нуқтаи **A**-и беруни хати рости **a** хати рости ба он параллелро созад. Ҳангоми сохтан аз кунҷченкунак ва хаткашак истифода баред.

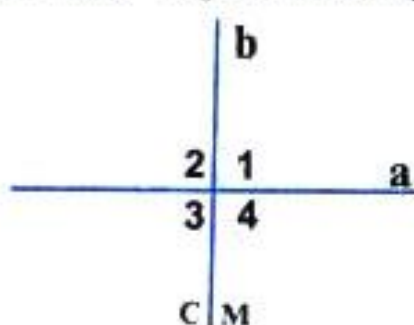
Ҳал.

1). Хати рости **a** ва берун аз он нуқтаи **A**-ро месозем.

- 2). Аз нуқтаи **A** хати рости бурандаи **AB**-ро нисбат ба **a** месозем. **B** нуқтаи буриш.
- 3). Кунчи байни **AB** ва хати рости **a**-ро чен мекунем.
- 4). Аз нуқтаи **A** кунчи ба он баробарро месозем, ки тарафаш пуркунандаи нури **AB** бошад.
- 5). Тарафи дар хати рости **AB** нахобидаро ба хати рост табдил медиҳем.

§ 6. ХАТҲОИ РОСТИ ПЕРПЕНДИКУЛЯР.

1. **Мафҳуми хатҳои рости перпендикуляр.** Дар расми 78 хатҳои рости бурандаи **a** ва **b** тасвир ёфтаанд. Чорто кунчи 1, 2, 3 ва 4 ҳосил шудаанд. Ҳар чори онҳо кунҷҳои ростанд, яъне $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$



Расми 78

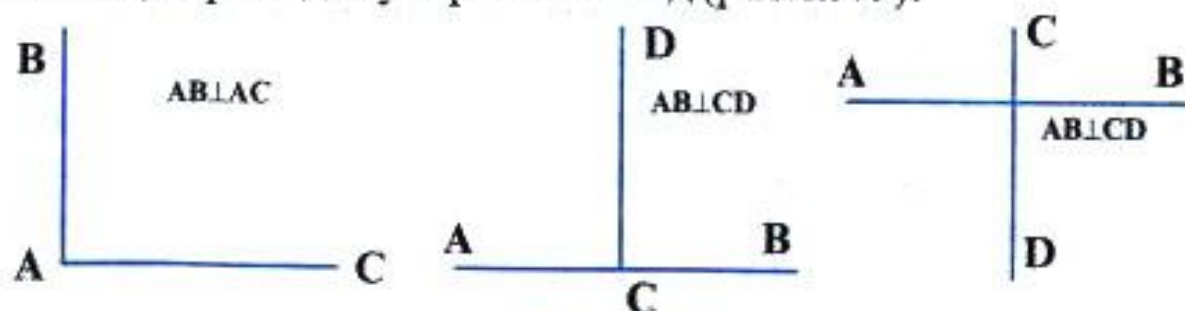
Хатҳои рости **a** ва **b** бо ҳам перпендикуляранд.

Таъриф: Ду хати росте, ки дар буриш кунҷҳои ростро ҳосил мекунанд, хатҳои рости бо ҳам перпендикуляр номида мешаванд.

Агар **a** ба **b** перпендикуляр бошад, инро чунин ишорат мекунанд: $a \perp b$.

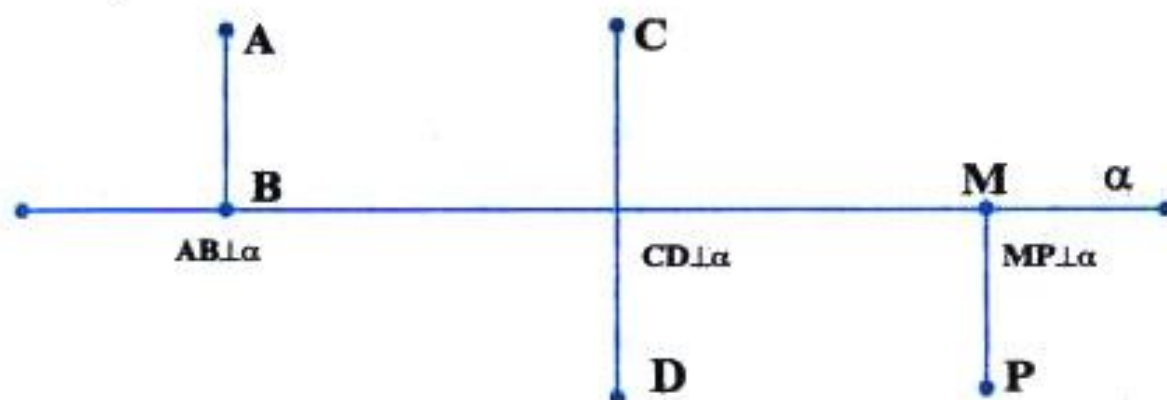
Тегаҳои миз, ки аз як қулла мебароянд, тегаҳои аз қулла барояндаи дафтар, тегаҳои девор ва хатҳое, ки дар фарши хона ҷойгиранд ва аз як қулла мебароянд, мисоли хатҳои рости перпендикуляранд.

Порчаҳое, ки як нуғи умумӣ доранду кунчи ростро ташкил медиҳанд, перпендикуляр мебошанд (расми 79).



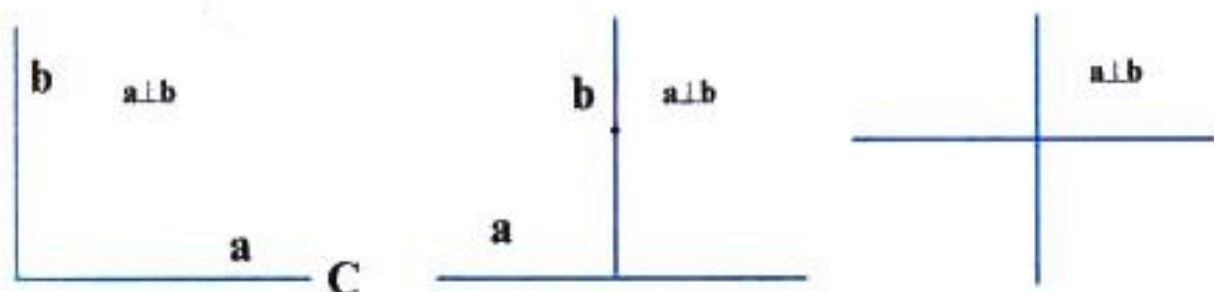
Расми 79

Порча ба хати рост перпендикуляр аст, агар бо хати рост як нуқтаи умумӣ дошта, бо он кунҷи ростро ташкил кунад (расми 80).



Расми 80

Ду нур перпендикуляранд, агар онҳо нуқтаи умумӣ дошта, кунҷи ростро ташкил намоянд (расми 81).



Расми 81

Супориш: Шумо ҳолатҳои перпендикулярӣ нур ва хати рост, порча ва нурро тасвир намуда, онҳоро шарҳ диҳед. Ба фикри Шумо тарафҳои кадом кунҷ бо ҳам перпендикуляранд?

2. Баъзе хосиятҳои перпендикулярӣ хатҳои рост.

Теорема. Агар ду хати рости a ва b ба хати рости сеюм c перпендикуляр бошанд, онҳо параллеланд. (Агар $a \perp c$ ва $b \perp c$, он гоҳ $a \parallel b$).

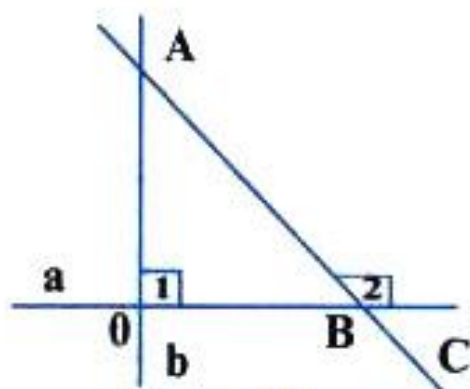


Расми 82

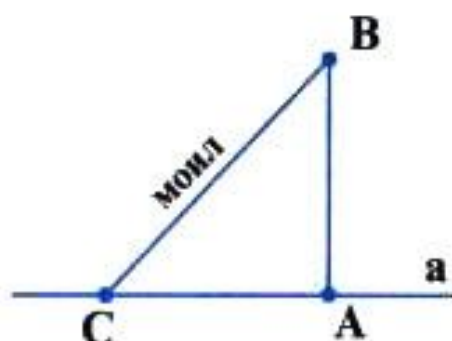
Исбот: Ба расми 82 нигаред. $a \perp c$ буда, $\angle 1 = 90^\circ$ аст, $b \perp c$ буда, $\angle 2 = 90^\circ$ мебошад. Аз ин ҷо $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ кунҷҳои мувофиқанд $a \parallel b$ мешавад.

Теорема. Аз нуқтаи A -и беруни хати рости a ба ин хати рости фақат як хати рости перпендикуляр гузаронидан мумкин аст.

Исбот. Ба расми 83 нигаред. Аз нуқтаи A хати рости бурандари тарзе месозем, ки бо a кунҷи ростро ташкил диҳад, онро бо b ишорат мекунем. О-нуқтаи буриш. Фарз мекунем, ки боз ягон хати рости c аз нуқтаи A гузашта ба a перпендикуляр аст. Нуқтаи буриш B аст. Азбаски $c \perp a$, пас $\angle 2 = 90^\circ$. Аз тарафи дигар $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ -ро ҳосил кардем, ки онҳо кунҷҳои мувофиқанд. Азбаски $\angle 1 = \angle 2$ аст, бинобар ин бояд $b \parallel c$ бошад, вале хатҳои рости параллел ҳамдигарро намебуранд. Азбаски b ва c дар нуқтаи A мебуранд, фарзи мо дар бораи аз нуқтаи A гузаштани ду хатҳои рости ба a перпендикуляр



Расми 83



Расми 84

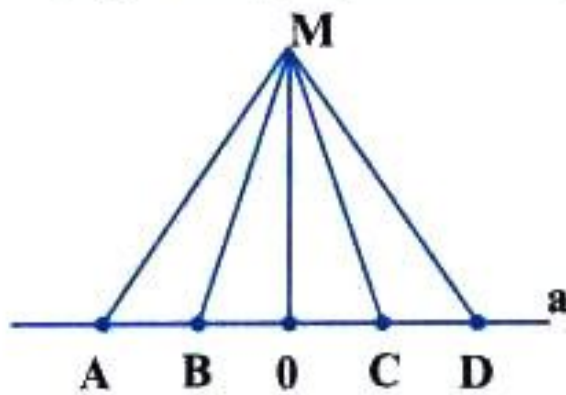
нодуруст аст. Яъне, аз як нуқта ба хати рости фақат як перпендикуляр гузаронидан мумкин аст.

Супориш. Шумо нуқтаи A -ро дар хати рости a интихоб карда, исбот кунед, ки аз он ҳам як хати рости ба a перпендикуляр мегузарад.

3. Перпендикуляр ва моил. Барои сохтани порчаҳо ва хатҳои рости перпендикуляр аз асбобе, ки кунҷи рости дорад, истифода мебаранд.

Шумо дар расми 84 порчаеро мебинед, ки як нӯғаш дар хати рости a буда, ба он перпендикуляр аст: $AB \perp a$. Порчаи AB -ро ба хати рости a перпендикуляр меноманд. Нуқтаи A асоси перпендикуляр аст. Порчаи BC ҳам бо хати рости a нӯғи умумии C -ро дорад, аммо порчаи BC ба хати рости a моил аст. Нуқтаи C -асоси моил аст. Порчаи AC (асоси перпендикуляр то асоси моил) проексияи моил дар хати рости a

мебошад. Ба расми 85 нигаред. Аз нуктаи M ба хати рости a як перпендикуляр ва як чанд моилҳо гузаронида шудааст. Аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки аз як нуктаи берунаи хати рости a ба он як перпендикуляр ва микдори бешумори моилҳоро гузаронидан мумкин аст.



Расми 85

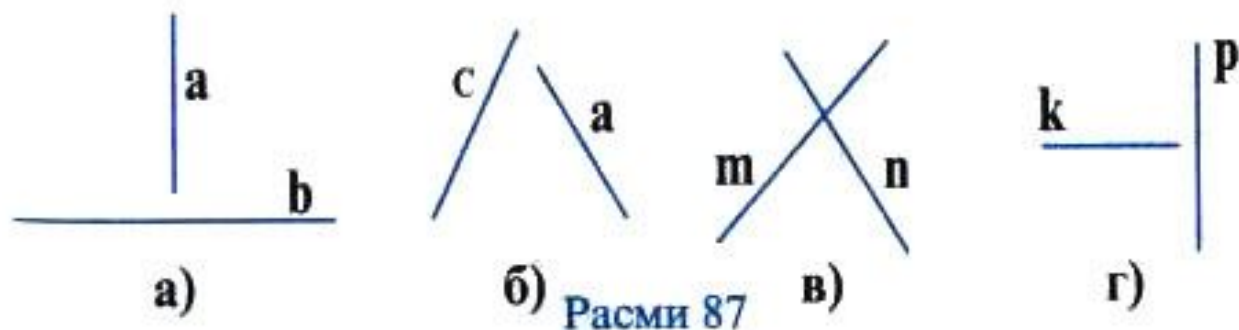


Расми 86

Машқ. 1. Дар расми 86 перпендикуляр ва моилҳои тасвиршударо номбар кунед.

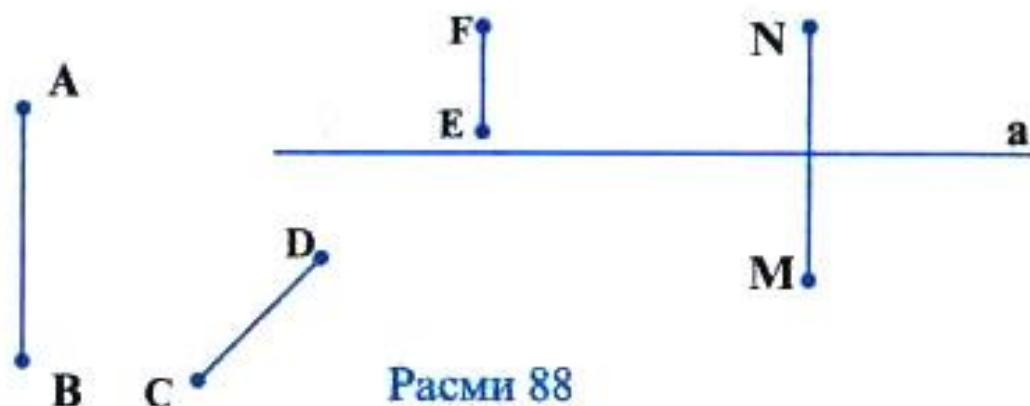
2. Ба воситаи секунҷаи нақшакашӣ: а) аз нуктаи A -и хати рости a ; б) аз нуктаи M -и берунаи хати рости a перпендикуляр гузаронед.

3. Кадом хатҳои рости дар расми 87 буда бо ҳамдигар перпендикуляранд?



Расми 87

4. Кадом порчаҳо ба нури a перпендикуляранд? (расми 88).



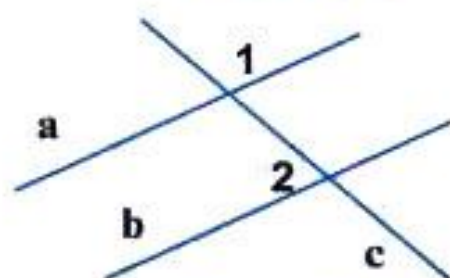
Расми 88

5. Аз нуқтаи **М** ба хати рости **а** перпендикуляр ва моил гузаронед. Бо хаткашак дарозии перпендикуляр ва моилро чен карда онҳоро муқоиса намоед.

6. Дар расми 89 кадом ададҳо қисмҳои перпендикуляр доранд?



Расми 89



Расми 90

7. Дар расми 90 хатҳои рости **а** ва **в** хати рости **с**-ро буридаанд. Агар $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ бошад, он гоҳ **а** ва **с**, **в** ва **с**, **а** ва **в** чӣ гунаанд?

8. Суммаи чор кунҷи дафтратон ба чанд градус баробар аст?

9. Порчаҳои заринро кашед: $AB \perp BC \perp CD \perp DE \perp EM$. Кадом порчаҳо дар хатҳои рости параллел меҳобанд?

10. Ба расми 91 нигаред, агар $\angle 1 = 30^\circ$, $\angle 2 = 60^\circ$ бошад, суммаи кунҷҳои $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ -ро ёбед.



Расми 91

11*. $a \parallel b$ ва $c \parallel d$ буда, $a \perp c$ аст. Исбот кунед, ки $b \perp d$ мебошад.

САВОЛҲО БАРОИ САНЧИШ

1. Кунҷ чист?
2. Намудҳои кунҷ кадомҳоянд?
3. Кунҷҳои ҳамсояро таъриф кунед.
4. Теоремаро дар бораи кунҷҳои ҳамсоя баён намоед.
5. Таърифи кунҷи ростро баён карда, чунин кунҷро кашед.
6. Кунҷи кунд чист?
7. Кунҷи тезро кашед ва онро таъриф диҳед.
8. Кунҷи амудӣ чист?
9. Теоремаро дар бораи кунҷҳои амудӣ баён кунед.
10. Кунҷҳои чилликӣ ва яктарарафаро таъриф диҳед ва онҳоро созед.
11. Ду кунҷе кашед, ки тарафҳои он муқобилсамт бошанд.
12. Хатҳои рости перпендикулярро таъриф диҳед.
13. Як хати рост кашед ва ба он порча, нур ва хати рости перпендикуляр гузаронед.
14. Хатҳои перпендикуляр ва моилро созед.
15. Теоремаро дар бораи кунҷҳои тарафҳои он муқобилсамт баён кунед.
16. Теоремаро дар бораи ду хати рости ба хати рости сеюм перпендикуляр исбот кунед.
17. Биссектрисаи кунҷро таъриф диҳед.
18. Кадом нур кунҷро ба ду қисми баробар тақсим мекунад?
19. Як градус чист?
20. Кадом кунҷро баробар меноманд?
21. $120'$ чанд градус аст?
22. Ду хати рост ҳамдигарро мебуранд ва дар буриш ҳар чор кунҷҳои ҳосилшуда баробаранд. Ин хатҳои рост чӣ гунаанд?
23. Ду хати рости параллел хати рости сеюмро буридаанд. Яке аз кунҷҳои ҳосилшуда рост аст. Кунҷҳои дигар чанд градусӣ мебошанд?
24. Аз як нуқта ба хати рост ду нури перпендикуляр гузаронида шудааст. Нуқта нисбат ба хати рост дар қучо меҳобад? Нури сохташуда чӣ гунаанд?

МАСЪАЛАҲО.

1. Кунҷҳои ҳамсоҷро ёбед, агар бузургии градусии онҳо ҳамчун 3:7 нисбат дошта бошанд.

Ҳал: Кунҷҳои x ва y ҳамсоҷанд. Мувофиқи шарти масъала $x:y=3:7$ (расми 92). Аз ин ҷо $x=(3/7)y$. Аз тарафи дигар, $x+y=180^\circ$, бинобар ин $(3/7)y+y=180^\circ$, $10y=7 \cdot 180^\circ$, $y=7 \cdot 18^\circ=126^\circ$; $x=(3/7) \cdot 126^\circ=3 \cdot 18=54^\circ$. Ҷавоб 54° ва 126° .

2. Агар кунҷҳои ҳамсоҷ ҳамчун: 2:3; 11:25; 22:23 нисбат дошта бошанд, бузургии градусии онҳоро ёбед.

3. Яке аз кунҷҳои ҳамсоҷ аз дигараш 30° калон аст. Бузургии градусии онҳоро ёбед.

4. Яке аз кунҷҳои ҳамсоҷ аз дигараш 3 маротиба калон аст. Бузургии градусии онҳоро ёбед.

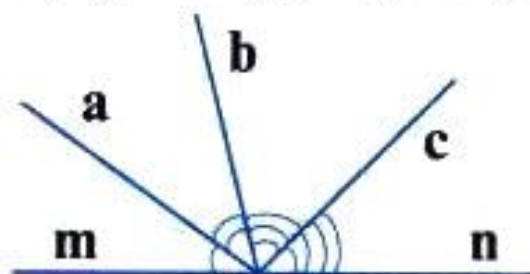
5. Кунҷ ба чанд градус баробар аст, агар суммаи ду кунҷи ба он ҳамсоҷ ба 120° баробар бошад.

6. Ду хати рост ҳамдигарро мебуранд. Кунҷҳои дар буриш ҳосилшуда яке аз дигараш 30° калон аст. Бузургии ҳар чор кунҷи ҳосилшударо ёбед.

7. Суммаи кунҷҳои, ки дар буриши ду хати рост ҳосил мешаванд, ба 210° баробар аст. Бузургии ҳар кадом кунҷро ёбед.



Расми 92



Расми 93

8. Кунҷро ёбед, агар биссектриса бо яке аз тарафҳои кунҷи: а) 50° ; б) 60° ; в) 40° -ро ташкил диҳад.

9. Иббот кунед, ки биссектрисаи кунҷҳои амудӣ нурҳои перпендикуляранд.

10. Иббот кунед, ки биссектрисаҳои кунҷҳои ҳамсоҷ перпендикуляранд.

11. Суммаи ду кунҷи амудӣ ба 130° баробар аст. Бузургии ҳар кадоми онҳоро ёбед.

12. Аз қуллаи кунҷи кушод се нур: a , b , c мебароянд. Чор

кунчи ҳосилшуда ҳамчен 1:2:3:4 нисбат доранд. Бузургии ҳар як кунҷро ёбед.

Ҳал. Бо x кунҷро, ки бузургиаш ба як ҳисса баробар аст ишорат мекунем (расми 93), он гоҳ, $\angle 1=x$, $\angle 2=2x$, $\angle 3=3x$ ва $\angle 4=4x$ мебошад. Аз тарафи дигар, $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=180^\circ$, $x+2x+3x+4x=180^\circ$; $10x=180^\circ$; $x=18^\circ$. $\angle 1=18^\circ$, $\angle 2=2 \cdot 18^\circ=36^\circ$, $\angle 3=3 \cdot 18^\circ=54^\circ$, $\angle 4=4 \cdot 18^\circ=72^\circ$

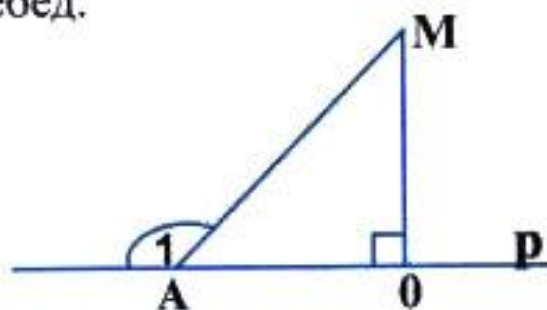
Ҷавоб: $18^\circ, 36^\circ, 54^\circ, 72^\circ$.

13. Масъалаи 12-ро барои ду нур ва ҳамчун 3:7:8 нисбат доштани кунҷҳо ҳал кунед.

14. Ду хати рости параллел бо хати рости сеюм бурида мешаванд. Фарқи ду кунҷи ҳосилшуда 80° аст. Бузургии 8 кунҷи ҳосилшударо ёбед.

15. Аз хати рост дар нимҳамворихои гуногун ду кунҷи $\angle ABC$ ва $\angle BCD$ кашида шудаанд. Агар нуқтаҳои B ва C дар хати рост хобида, нурҳои AB ва CD муқобилсамт бошанд, исбот кунед, ки $\angle ABC = \angle BCD$ аст.

16. Аз нуқтаи M ба хати рости p перпенкуляри MO ва моили MA -ро гузарониданд (расми 94). Агар $\angle 1=130^\circ$ бошад, $\angle MOA + \angle MAO$ -ро ёбед.



Расми 94

17. Аз нуқтаҳои M ва K ба хати рости p моилҳои MA ва KA -ро гузарониданд. Маълум аст, ки $MA \perp KA$. Агар моилҳо бо хати рост кунҷҳои баробарро ташкил диҳанд, бузургии ин кунҷҳоро ёбед.

18. Аз нуқтаҳои M ва K ба хати рости p моилҳои $MA \parallel KA_1$ -ро гузарониданд. Исбот кунед, ки моилҳо бо хати рост кунҷҳои баробарро ташкил медиҳанд.

19. Хатҳои рости a ва b параллеланд. Аз нуқтаҳои A ва B -и хати рости a ба хати рости b перпендикулярҳои AA_1 ва BB_1 -ро гузарониданд. Исбот кунед, ки $AA_1 \parallel BB_1$ мебошад.

20. Хатҳои рости a ва b параллел буда, нуқтаҳои K ва M дар хати рости b меҳобанд. Аз ин нуқтаҳо ба хати рости a моилҳои MA ва KB гузаронида шудаанд. Агар $MA \parallel KB$ бошад, исбот кунед, ки онҳо ба хати рости b кунҷҳои баробарро ташкил мекунанд.

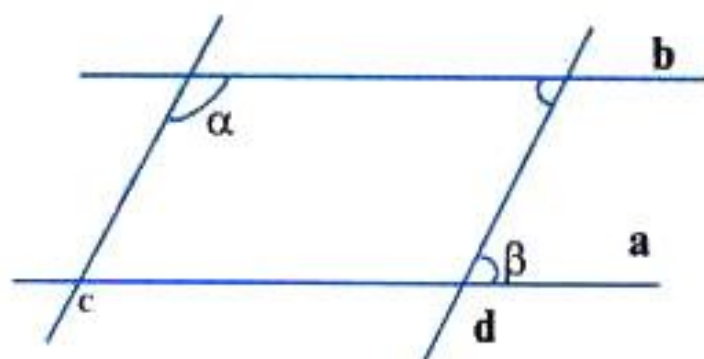
21. Исбот кунед, ки кунҷҳои тарафхояшон мувофиқан перпендикуляр, баробаранд.

22. Исбот кунед, ки агар a , b , c хатҳои рост буда, $a \perp b$ ва $b \perp c$ бошанд, он гоҳ $a \parallel c$ аст.

23. Исбот кунед, ки агар a , b , c , d чор хатҳои рост буда, $a \perp b$, $b \perp c$ ва $c \perp d$ бошанд, он гоҳ $a \perp d$ ва $b \perp d$ аст.

24. Дар расми 95 хатҳои рости параллели a ва b хатҳои рости параллели c ва d -ро мебуранд. Агар кунҷи α ба 120° баробар бошад, кунҷи β -ро ёбед.

25. Дар расми масъалаи 24 агар $\alpha - \beta = 80^\circ$ бошад, кунҷҳои α ва β -ро ёбед.



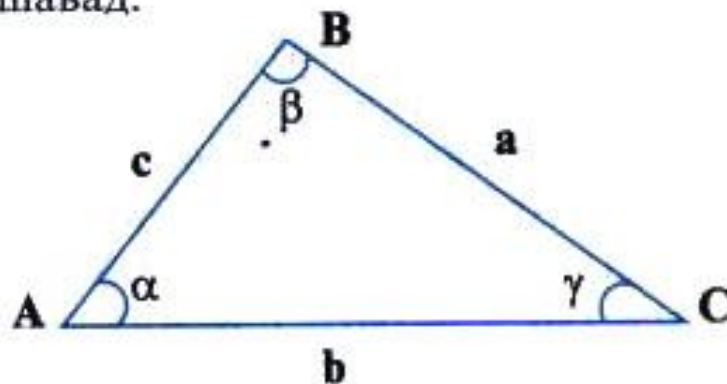
Расми 95

БОБИ Ш

СЕКУНЧАҲО

§ 1. СЕКУНЧА. СУММАИ КУНЧҲОИ СЕКУНЧА.

1. Мафҳуми секунча. Дар ҳамворӣ се нуқтаи **A**, **B** ва **C**-ро нишона кунед. Нуқтаҳо метавонанд дар як хати рост хобанд ва метавонанд дар як хати рост нахобанд. Агар се нуқтаи дар як хати рост нахобандаро ба воситаи порчаҳо пайваस्त кунем, секунча ҳосил мешавад.



Расми 96

Таъриф. *Секунча* фигураи геометрие мебошад, ки аз се нуқтаи дар як хати рост нахобанда ва порчаҳои онҳоро чуфт-чуфт пайваस्तкунанда иборат аст.

Дар расми 96 секунчаи **ABC** тасвир ёфтааст. Ибораи «секунчаи **ABC**»-ро ин тавр менависанд: $\triangle ABC$. Нуқтаҳои **A**, **B**, **C** қуллаҳо ва порчаҳои **AB**, **BC**, **AC** тарафҳои секунча мебошанд. Секунча се кунҷи $\angle A$, $\angle B$, ва $\angle C$ -ро дорад. Дар секунча тарафҳоро баъзан бо ҳарфҳои **a**, **b**, **c** ишорат мекунанд. Дар ин ҳолат тарафҳо бо ҳарфи хурди кунҷи муқобили онҳо ишорат карда мешаванд, яъне $CB=a$, $AB=c$, $AC=b$.

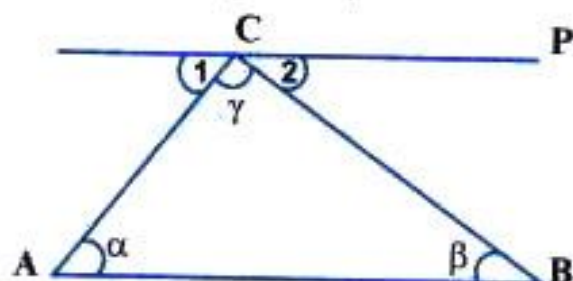
Дар секунча кунҷҳоро ин тавр ишорат менамоянд: $\angle A = \angle BAC = \alpha$, $\angle B = \angle ABC = \beta$ ва $\angle C = \angle ACB = \gamma$.

Таъриф. Дар секунча суммаи тарафҳоро *периметр* меноманд: $p = AB + BC + AC = a + b + c$.

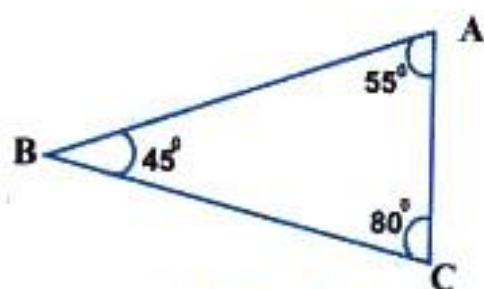
2. Суммаи кунҷҳои секунҷа.

Теорема: Суммаи кунҷҳои секунҷа ба 180° баробар аст.

Исбот. Ба расми 97 нигаред. Бояд $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ бошад. Азбаски $AB \parallel p$ аст, кунҷҳои α ва $\angle 1$ чилликии дохилӣ буда, $\alpha = \angle 1$ аст. Кунҷҳои β ва $\angle 2$ чилликии дохилӣ буда, $\beta = \angle 2$ аст. Аз тарафи дигар $\angle 1 + \gamma + \angle 2 = 180^\circ$ аст. Инак $\alpha + \beta + \gamma = \angle 1 + \angle 2 + \gamma = 180^\circ$.



Расми 97



Расми 98

Мисол: 1) Оё секунҷае вучуд дорад, ки кунҷҳояш 30° , 100° ва 40° бошад.

Ҳал. $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 100^\circ$, $\gamma = 40^\circ$, $\alpha + \beta + \gamma = 30^\circ + 100^\circ + 40^\circ = 170^\circ$
 $170^\circ < 180^\circ$, пас чунин секунҷа вучуд надорад. Шумо вучуд доштан ё надоштани секунҷаро барои мавриди: 1) 30° , 100° , 50° ; 2) 1° , 89° , 90° ; 3) 40° , 100° , 40° ; 4) 120° , 20° , 40° санҷед.

2) Дар секунҷа $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 70^\circ$ мебошад. Кунҷи сеюм γ -ро ёбед.

Ҳал. $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - (30^\circ + 70^\circ) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$
Ҷавоб: 80° .

3. Намудҳои секунҷа.

а) Ба расми 98 нигаред, дар он секунҷае тасвир ёфтааст, ки $\angle A = 55^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 80^\circ$ мебошад. Маълум, ки ҳар се кунҷ тез мебошанд.

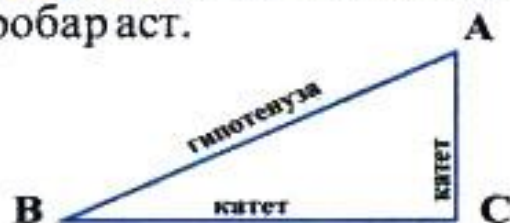
Таъриф. Секунҷае, ки ҳар се кунҷаш тез аст, секунҷаи тез-кунҷа ном дорад.

б) Дар расми 99 секунҷае тасвир ёфтааст, ки факат як кунҷаш рост аст, ду кунҷи дигараш ($\angle A$ ва $\angle B$) тез мебошанд.

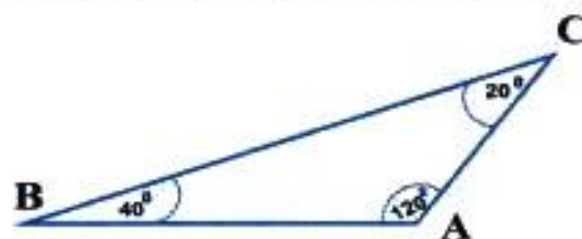
Таъриф. Секунҷае, ки як кунҷи рост дорад, секунҷаи рост-кунҷа номида мешавад.

Дар секунҷаи росткунҷа тарафи муқобили кунҷи рост хобида гипотенуза ном дорад; тарафҳои, ки кунҷи ростро ташкил менамоянд, катетҳо номида мешаванд.

Теорема. Дар секунҷаи росткунҷа суммаи ду кунҷи тез ба 90° баробар аст.



Расми 99



Расми 100

Исбот: Ба расми 99 нигаред, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A$ ва $\angle B$ тез. Азбаски $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ мебошад, пас $\angle A + \angle B = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$; $\angle A + \angle B = 90^\circ$

Машқ. Дар секунҷа $\angle C$ -рост ва $\angle A$, $\angle B$ тезанд. Яке аз кунҷҳои тезро ёбед, агар: 1) $\angle A = 30^\circ$; 2) $\angle B = 70^\circ$; 3) $\angle A = 85^\circ$; 4) $\angle B = 40^\circ$; 5) $\angle A = 80^\circ$; 6) $\angle B = 55^\circ$ бошад.

в) Ба расми 100 нигаред, $\angle A = 120^\circ$ -кунҷи кунд. $\angle B = 40^\circ$ -тез, $\angle C = 20^\circ$ -тез. Ин секунҷа фақат як кунҷи кунд дорад.

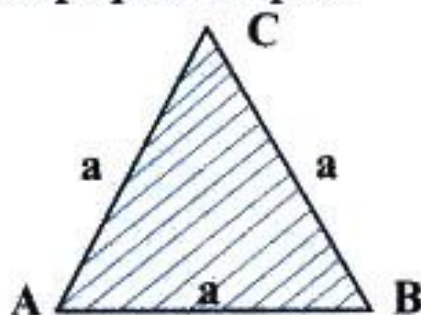
Таъриф. Секунҷае, ки як кунҷаш кунд аст, секунҷаи кундкунҷа номида мешавад.

Машқ. Аз рӯи кунҷҳои додашуда намуди секунҷаро муайян кунед.

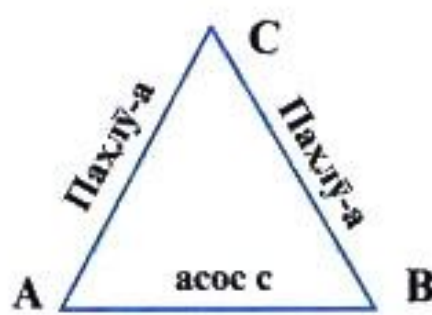
- 1) $\angle A = 10^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 100^\circ$
- 2) $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$
- 3) $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 30^\circ$
- 4) $\angle A = 130^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, $\angle C = 30^\circ$
- 5) $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 50^\circ$
- 6) $\angle A = \angle B = 84^\circ$, $\angle C = 12^\circ$

г) Ба расми 101 нигаред. Дар он секунҷае тасвир ёфтааст, ки ҳар се тарафҳояш баробаранд: $AB = BC = AC = a$.

Таъриф. Секунҷае, ки ҳар се тарафҳояш баробаранд, секунҷаи баробартараф ном дорад.



Расми 101



Расми 102

Баъзан секунҷаи баробартарафро секунҷаи мунтазам мегӯянд.

д) Ба расми 102 нигаред. Шумо секунҷаеро мебинед, ки ду тарафи баробар дорад: $AC=BC=a$.

Таъриф. Секунҷае, ки ду тарафи баробар дорад, секунҷаи баробарпахлӯ номида мешавад.

Дар секунҷаи баробарпахлӯи ABC $AC=BC=a$ -пахлӯҳо ва $AB=c$ -асос ном дорад. $\angle C$ -ро кунҷи назди қулла мегӯянд.

е) Ба расми 103 нигаред. Секунҷае тасвир ёфтааст, ки тарафҳои баробар надорад, яъне $a \neq b \neq c$.

Таъриф. Секунҷае, ки тарафҳои баробар надорад, секунҷаи гуногунтараф номида мешавад.

Инак шумо ба шаш намуди секунҷаҳо шинос шудед. Секунҷаҳо аз рӯи бузургии кунҷҳояшон ба се намуд ва аз рӯи дарозии муқоисавии тарафҳояшон ба се намуд чудо мешудаанд: Секунҷаҳои тезкунҷа, росткунҷа, кундкунҷа, ва секунҷаҳои баробартараф, баробарпахлӯ, гуногунтараф.

Машқ. Агар дар секунҷа дарозии тарафҳо маълум бошанд, намуди секунҷаро муайян кунед: 1) $a=4$ см, $b=5$ см, $c=8$ см; 2) $a=7$ см, $b=7$ см, $c=7$ см; 3) $a=30$ м, $b=40$ м, $c=30$ м 4) $AB=5$ дм, $BC=10$ дм, $AC=12$ дм; 5) $AB=4,5$ см, $BC=6,5$ см, $AC=9$ см; 6) $AB=18$ мм, $BC=13$ мм, $AC=24$ мм.

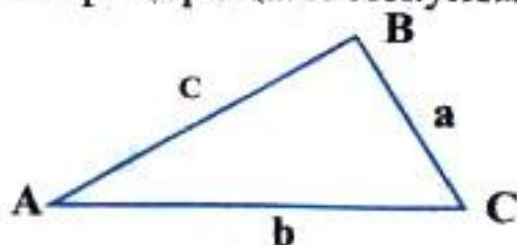
Кунҷи берунии секунҷа. Ба расми 104 нигаред. Дар он $\angle 1$ ба $\angle \alpha$ ҳамсоя мешавад.

Таъриф. Кунҷе, ки ба кунҷи дохилии секунҷа ҳамсоя аст, кунҷи берунии секунҷа ном дорад.

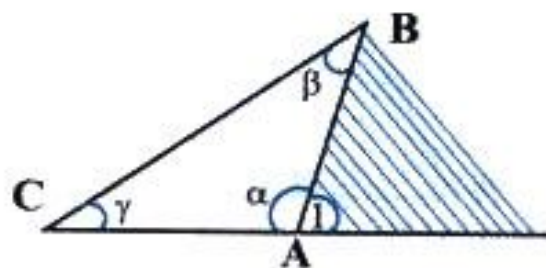
Дар расми 104 кунҷи 1, кунҷи берунии секунҷа аст.

Теоремаи 1. Суммаи кунҷҳои берунии секунҷа, ки дар ҳар қулла яктогӣ гирифта шудаанд, ба 360° баробар аст.

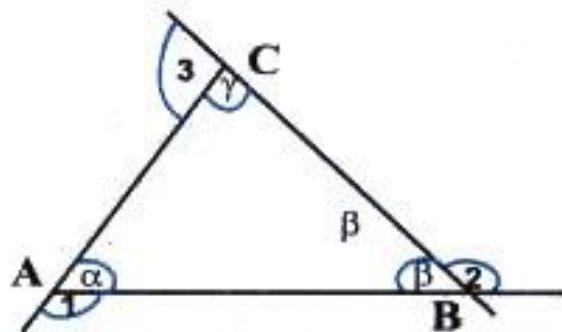
Исбот. Дар расми 105 бояд $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$ бошад. Ба мо маълум аст, ки $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $\angle 1$ ба α , $\angle 2$ ба β , $\angle 3$ ба γ ҳамсояанд, аз ин ҷо $\angle 1 + \alpha = 180^\circ$, $\angle 2 + \beta = 180^\circ$, $\angle 3 + \gamma = 180^\circ$. Ҳар се баробарихоро ҷамъ мекунем:



Расми 103



Расми 104



Расми 105

$$(\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\alpha + \beta + \gamma) = 540^\circ; (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + 180^\circ = 540^\circ,$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ.$$

Инак, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$.

Теоремаи 2. Кунчи берунии секунча, ба суммаи ду кунчи дарунии ба он ҳамсоя набуда баробар аст.

Исбот. Ба расми 105 нигаред. Бояд $\angle 1 = \beta + \gamma$ бошад. Ба мо маълум аст, ки $\angle 1$ ва α ҳамсояанд, аз ин рӯ $\angle 1 + \alpha = 180^\circ$, $\angle 1 = 180^\circ - \alpha$. Аз тарафи дигар, $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$; $\beta + \gamma = 180^\circ - \alpha$. Ҳамин тарик, $\angle 1 = \beta + \gamma$.

Машқ. 1) Теоремаи 2-ро барои кунҷҳои 2 ва 3 исбот намоед.

2) Дар секунҷаи росткунҷа яке аз кунҷҳои беруни 150° аст. Кунҷҳои тези секунҷаро ёбед.

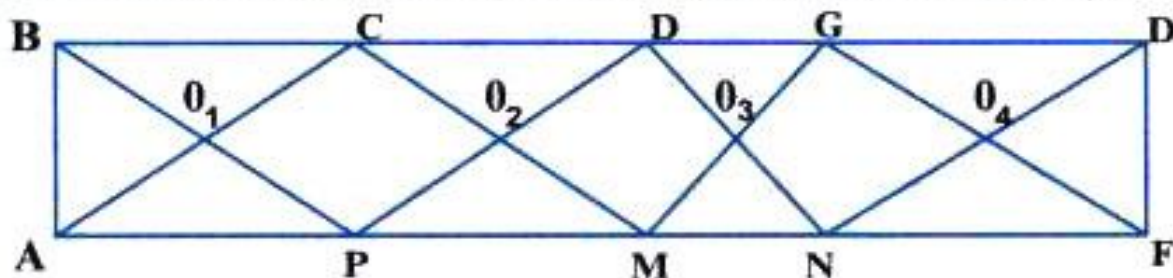
3) Оё кунчи берунии секунча ба 180° баробар шуда метавонад?

4) Кунчи дохилии секунҷаи росткунҷа ба 30° баробар аст. Ҳамаи кунҷҳои дохилӣ ва беруниро ёбед.

МАСЪАЛАҲОИ АМАЛӢ

1. Дар расми 106 чандто секунча мавҷуд аст? Онҳоро номбар кунед.

2. Секунҷаи кундкунҷаи СРК-ро кашед, кунҷҳо ва тарафҳои онро номбар кунед. Бо ёрии кунҷченкунак ва хаткашак муайян кунед, ки муқобили кунҷи калон кадом тараф меҳобад.



Расми 106

3. Кунҷҳои секунҷа ҳамчун 2:3:5 нисбат доранд. Бузургии кунҷҳои секунҷаро ёбед.

4. Иҷбот кунед, ки секунҷа ду кунҷи рост надорад.

5. Иҷбот кунед, ки секунҷа ду кунҷи кунд надорад.

6. Иҷбот кунед, ки секунҷа як кунҷи рост ва як кунҷи кунд надорад.

7. Дар расми 107 $\angle A=30^\circ$ ва $\angle B=40^\circ$ аст. Агар $A_1 B_1 \parallel AB$ бошад, кунҷҳои секунҷаи $A_1 B_1 C$ -ро ёбед.

8. Агар дар секунҷа $\angle A + \angle B = 90^\circ$ бошад, вай чӣ гуна секунҷа аст?

9. Дар секунҷаи росткунҷа яке аз кунҷҳои тез аз дигараш 20° калон аст. Кунҷҳои секунҷаро ёбед.

10. Дар секунҷаи росткунҷа як кунҷи тез $\frac{2}{3}$ ҳиссаи кунҷи тези дигарро ташкил медиҳад. Кунҷҳои тезро ёбед.

11. Дар секунҷаи ABC $\angle A = \angle B = \angle C$ мебошад. Кунҷҳои секунҷа чанд градусианд?

12. Агар $a=4$ см, $b=5$ см, ва $c=8$ см бошад, периметри секунҷаро ёбед.

13. Агар дар секунҷа $a < b < c$ бошад, вай чӣ гуна секунҷа аст?

14. Периметри секунҷаи баробарпахлӯ 54 см аст. Агар тарафҳои секунҷа чун 2:2:5 нисбат дошта бошанд, ин тарафхоро ёбед.

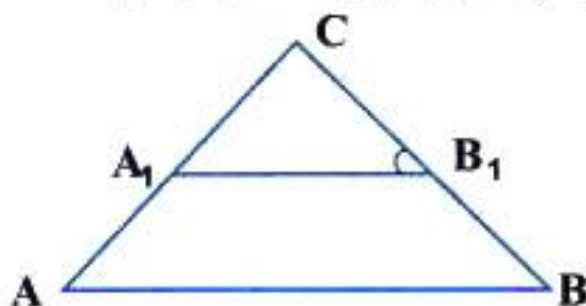
15. Дар секунҷаи баробар тараф периметр ба 60 м баробар аст. Тарафҳои секунҷаро ёбед.

16. $\triangle ABC$ баробарпахлӯ мебошад. Агар тарафи AB аз BC 20 см дароз буда, периметри секунҷа 100 см бошад, тарафҳои секунҷаро ёбед.

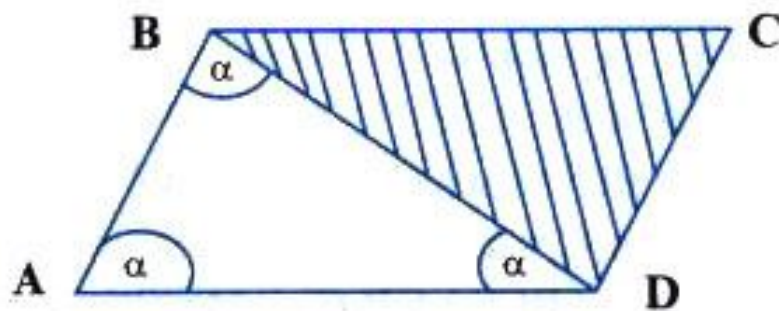
17. Агар ду кунҷи секунҷа ба 30° ва 80° баробар бошанд, кунҷҳои берунии секунҷаро ёбед.

18. Дар секунҷа кунҷи берунӣ аз кунҷи дохилии ба он ҳамсоя набуда 2 маротиба калон аст. Агар кунҷҳои ба ин кунҷ ҳамсоя набудаи секунҷа баробар бошанд, кунҷҳои секунҷаро ёбед.

19. Биссектрисаи кунҷи берунии секунҷа бо тарафи секунҷа кунҷи 30° -ро ташкил медиҳад. Агар фарқи ду кунҷи секунҷа



Расми 107



Расми 108

ки ба тарафи BC часпидаанд, 20° бошад, кунҷҳои секунҷаро ёбед (биссектрисаро аз куллаи A гузаронед).

20. Кунҷҳои фигураи дар расми 108 тасвирёфтаре ёбед, агар $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$ буда, $\triangle ABD$ се кунҷи баробарро дошта бошад.

§ 2. АЛОМАТҲОИ БАРОБАРИИ СЕКУНЧАҲО

Таърифи баробарии секунҷаҳо.

Дар расми 109 ду секунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ тасвир ёфтаанд. Дар ин секунҷаҳо тарафҳо ва кунҷҳои мувофиқ бо ҳам баробаранд: $AB=A_1B_1$, $BC=B_1C_1$, $AC=A_1C_1$, $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$, $\angle C=\angle C_1$.



Расми 109

Таъриф. Ду секунҷа баробар номида мешаванд, агар тарафҳои мувофиқи баробар ва кунҷҳои мувофиқи баробар дошта бошанд.

Агар $\left\| \begin{array}{l} AB=A_1B_1 \\ BC=B_1C_1 \\ AC=A_1C_1 \end{array} \right\|$ ва $\left\| \begin{array}{l} \angle A=\angle A_1 \\ \angle B=\angle B_1 \\ \angle C=\angle C_1 \end{array} \right\|$, он гоҳ $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$.

Мисол. 1. Ду секунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ баробаранд. Агар $AB=4$ см, $B_1C_1=5$ см, $AC=7$ см ва $\angle A=60^\circ$, $\angle B=40^\circ$, $\angle C=80^\circ$ бошад, элементҳои номаълуми ҳар ду секунҷаро ёбед.

Ҳал. Аз баробарии секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ бармеояд, ки

$$\angle A_1 = \angle A = 60^\circ, \angle A_1 = 60^\circ$$

$$A_1B_1 = AB = 4 \text{ см}, A_1B_1 = 4 \text{ см},$$

$$BC = B_1C_1 = 5 \text{ см}, BC = 5 \text{ см ва } \angle B = \angle B_1 = 40^\circ, \angle B = 40^\circ.$$

$$A_1C_1 = AC = 7 \text{ см}, A_1C_1 = 7 \text{ см } \angle C = \angle C_1 = 80^\circ, \angle C_1 = 80^\circ.$$

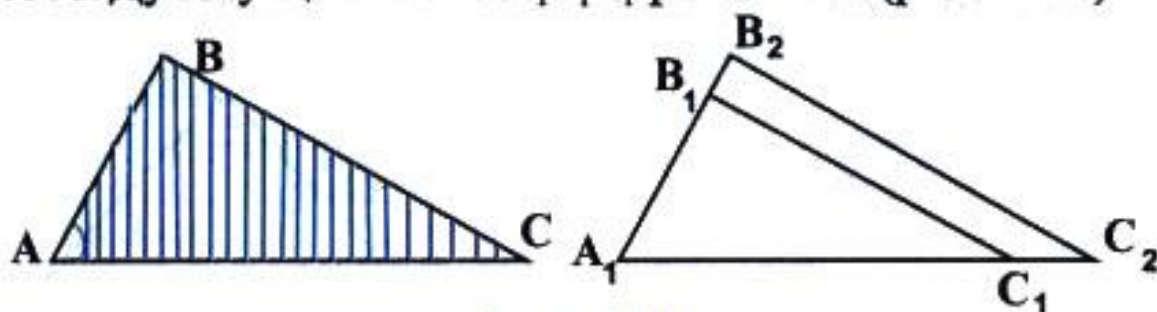
2. Дар ҳолати $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, $\angle A = 50^\circ$, $AB = 10 \text{ м}$, $\angle B = 60^\circ$, $AC = 20 \text{ м}$ будан тарафҳо ва кунҷҳои $\triangle A_1B_1C_1$ -ро ёбед

Аломати якуми баробарии секунҷаҳо.

Теорема. Агар ду тараф ва кунҷи дар байни ин тарафҳо ҳобидаи як секунҷа мувофиқан ба ду тараф ва кунҷи дар байни ин тарафҳо ҳобидаи секунҷаи дигар баробар бошанд, он гоҳ ин секунҷаҳо баробаранд.

$$\text{Агар } \left\| \begin{array}{l} AB = A_1B_1 \\ AC = A_1C_1 \\ \angle A = \angle A_1 \end{array} \right\|, \text{ он гоҳ } \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1.$$

Исбот. Ду секунҷи ABC ва $A_1B_1C_1$ -ро месозем (расми 110).



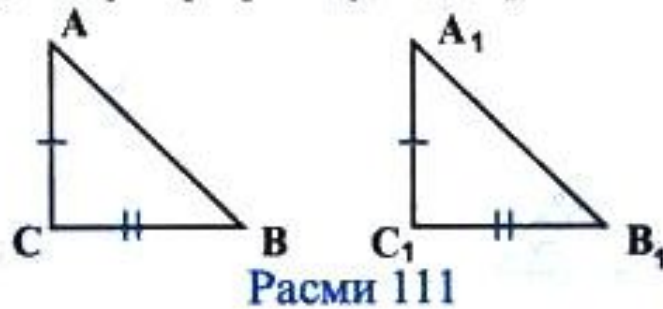
Расми 110

Тарафҳои секунҷаи $A_1B_1C_1$ -ро ба нурҳои A_1C_1 ва A_1B_1 табдил медиҳем. Кунҷи A -ро бо кунҷи A_1 ҳамчоя мекунонем. Азбаски $\angle A = \angle A_1 = \alpha$ аст, нури AC ба A_1C_1 ва нури AB ба A_1B_1 ҳамчоя мешавад. Биғузур нуқтаҳои B ва C вазъияти нуқтаҳои B_2 ва C_2 -ро ишғол намоянд, он гоҳ $\triangle A_1B_2C_2 = \triangle ABC$ мешавад. Аз $AC = A_1C_1$ ва $AC = A_1C_2$ бармеояд, ки $A_1C_1 = A_1C_2$ буда, нуқтаҳои C_1 ва C_2 болои ҳам меафтанд. Аз $AB = A_1B_1$ ва $AB = A_1B_2$ бармеояд, ки $A_1B_1 = A_1B_2$ буда, нуқтаҳои B_1 ва B_2 ҳамчоя мешаванд. Азбаски қуллаҳои A_1, B_1, C_1 -и $\triangle A_1B_1C_1$ ва қуллаҳои A_1, B_2, C_2 -и секунҷаи $A_1B_2C_2$ ҳангоми болои ҳам гузоштан ҳамчоя мешаванд, пас $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle A_1B_2C_2$ мебошад. Аз баробарии $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle A_1B_2C_2$ ва $\triangle ABC = \triangle A_1B_2C_2$ хулоса бароварда

навиштан мумкин аст: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$,

Масъала. Секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ секунҷаҳои росткунҷа буда, катетҳои мувофиқан баробар доранд. Иббот кунед, ки онҳо баробаранд (расми 111).

Иббот: Бигузур $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$ $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ бошад. Тасдиқ кардан лозим аст, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$. Аз шарти масъала хулоса мебарояд, ки ду тараф ва кунҷи дар байни ин тарафҳо



хобидаи ҳар ду секунҷа мувофиқан баробаранд. Аз ин рӯ $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Натиҷа. Ду секунҷаи росткунҷа баробаранд, агар катетҳои мувофиқан баробар дошта бошанд.

Аломати дуҷуми баробарии секунҷаҳо.

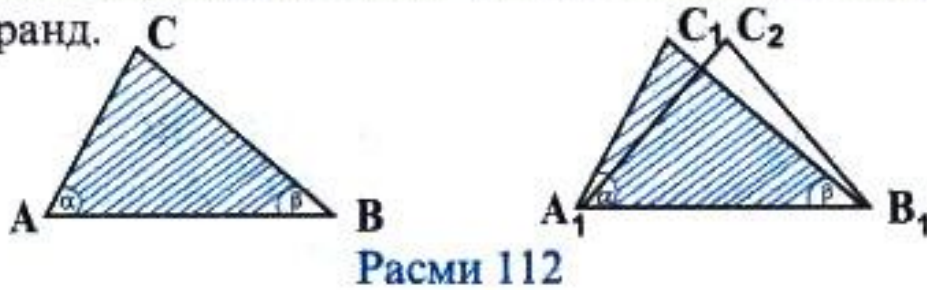
Теорема. Агар як тараф ва ду кунҷи ба ин тараф часпидаи як секунҷа ба як тараф ва ду кунҷи ба ин тараф часпидаи секунҷаи дигар мувофиқан баробар бошанд, он гоҳ ин секунҷаҳо баробаранд.

Маълум. $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1 = \alpha$, $\angle B = \angle B_1 = \beta$,

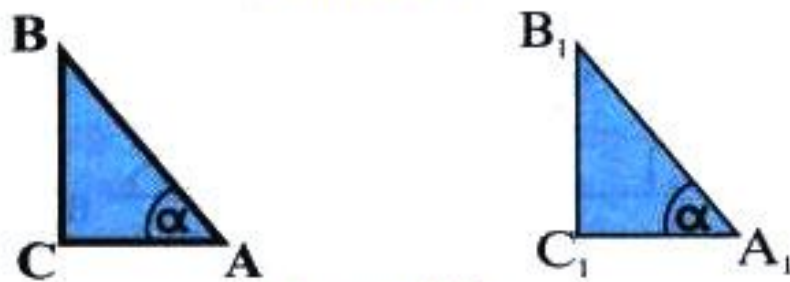
Матлуб. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (расми 112).

Иббот. Порчаи A_1B_1 -ро ба хати рост табдил дода, ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ ҷудо мекунем. Азбаски $AB = A_1B_1$ аст, мо онҳоро ҳамчоя карда, $\triangle ABC$ -ро дар нимҳамвории $\triangle A_1B_1C_2$ ҷойгир мекунонем ва бигузур ҳолати $\triangle A_1B_1C_2$ -ро ишғол намояд. $\angle A_1 = \angle A_2 = \alpha$, пас нури A_1C_2 бо нури AC_1 ҳамчоя мешавад. $\angle B_1 = \angle B_2 = \beta$, аз ин ҷо мебарояд, ки нури B_1C_2 бо нури B_1C_1 ҳамчоя мешавад. Нуқтаи C_2 , ки буриши нуриҳои A_1C_2 ва B_1C_2 буд, ба нуқтаи C_1 -и буриши нуриҳои A_1C_2 ва B_1C_1 ҳамчоя хоҳад шуд. Аз ин ҷо $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle A_1B_1C_2$ мебошад. Аз баробарии $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_2$ ва $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle A_1B_1C_2$ бармеояд, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мебошад.

Масъала. Ду секунҷаи росткунҷа яктоғӣ катет ва кунҷи тези мувофиқан баробар доранд. Иббот кунед, ки ин секунҷаҳо баробаранд.



Расми 112



Расми 113

Иббот. Бигузор $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$ секунҷаҳои росткунҷа буда, $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $AC = A_1C_1 = b$, $\angle A = \angle A_1 = \alpha$ бошанд (расми 113). Иббот мекунем, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мебошад. Маълум аст, ки $A_1C_1 = AC = b$, $\angle A = \angle A_1 = \alpha$, $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$ мебошанд. Ба тарафи AC $\angle A$ ва $\angle C$, ба тарафи A_1C_1 $\angle A$ ва $\angle C_1$ часпидаанд, аз ин рӯ $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Натиҷа. Ду секунҷаи росткунҷа баробаранд, агар онҳо катет ва яктоғӣ кунҷи тези баробар дошта бошанд.

Масъала. Иббот кунед, ки агар ду секунҷаҳои росткунҷа гипотенуза ва яктоғӣ кунҷи тези баробар дошта бошанд, онҳо баробаранд.

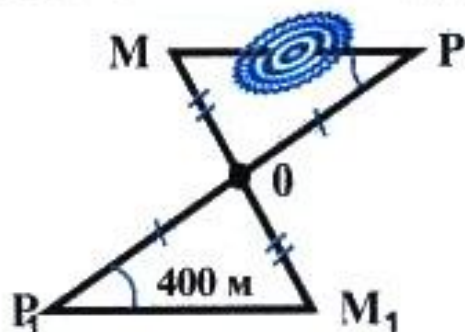
Иббот. Дода шудааст: $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $AB = A_1B_1$ ва $\angle A = \angle A_1 = \alpha$. Иббот мекунем, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Маълум аст, ки $\angle A + \angle B = 90^\circ$, $\alpha + \angle B = 90^\circ$, $\angle B = 90^\circ - \alpha$. Аз тарафи дигар $\angle A_1 + \angle B_1 = 90^\circ$, $\alpha + \angle B_1 = 90^\circ$, $\angle B_1 = 90^\circ - \alpha$. Аз ин рӯ $\angle B = \angle B_1$. Дар секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ яктоғӣ тарафҳои $AB = A_1B_1$ ва ду кунҷҳои ба ин тарафҳо часпидаи $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ маълуманд. Аз ин рӯ $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

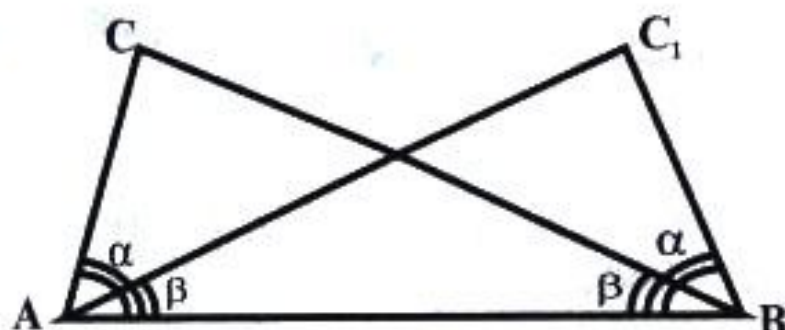
Натиҷа. Ду секунҷаи росткунҷае, ки гипотенуза ва кунҷҳои тези мувофиқан баробар доранд, бо ҳам баробаранд.

МАСЪАЛАҲОИ АМАЛӢ

1. Ду порчаҳои AB ва CD дар нуктаи O ҳамдигарро бурида ба ду хиссаи баробар тақсим мешаванд. Иббот кунед, ки $\triangle AOC = \triangle BOD$ мебошад.

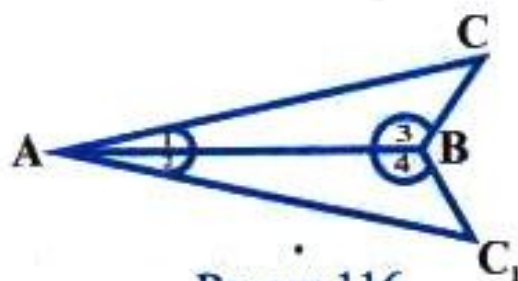


Расми 114

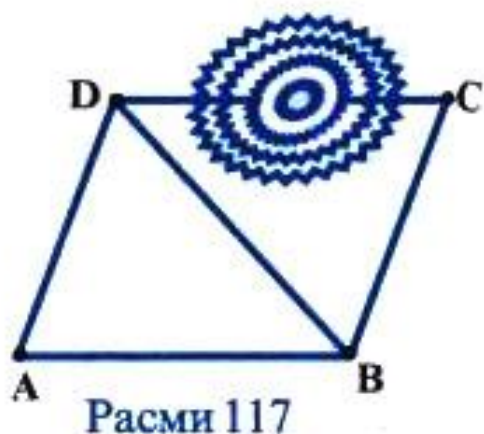


Расми 115

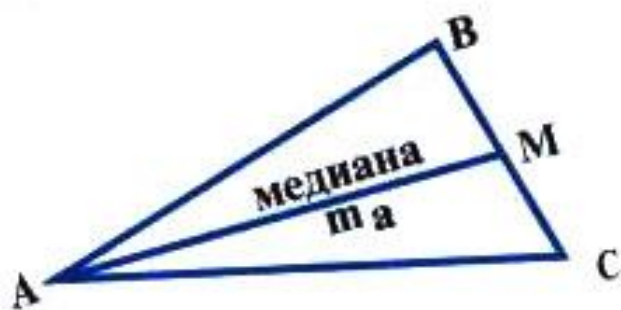
2. Дар масъалаи 1 иббот кунед, ки $AC \parallel BD$ аст.
3. Дар масъалаи 1 иббот кунед, ки $\triangle COB = \triangle AOD$ мебошад.
4. Дар масъалаи 1 иббот кунед, ки $AD \parallel CB$ аст.
5. Дар масъалаи 1 агар $AC = 10$ см бошад, BD -ро ёбед.
6. Дар байни нуктаҳои M ва P (расми 114) монетае мавҷуд аст. Агар $OP = OP_1$, $OM = OM_1$ ва $M_1P_1 = 400$ м бошанд, масофаи MP -ро ёбед.
7. Дар расми 115 секунҷаҳои ABC ва A_1C_1B тарафи умумии AB -ро доранд. Агар $\angle CAB = \angle C_1BA = \alpha$ бошад, иббот кунед, ки $\triangle ABC = \triangle C_1BA$ мебошад.
8. Ду секунҷаҳои MOP ва M_1OP_1 қуллаи умумии O -ро доранд. Агар $OP = OP_1$ буда, $\angle P = \angle P_1$ бошад, иббот кунед, ки $\triangle MOP = \triangle M_1OP_1$ (расми 114).
9. Дар секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ $\angle A = \angle A_1 = 40^\circ$, $\angle B = \angle B_1 = 50^\circ$ ва $AB = A_1B_1$ мебошанд. Агар $AC = 20$ см бошад, A_1C_1 -ро ёбед.
10. Нуктаи M дар тарафи AC ва нуктаи P дар тарафи BC



Расми 116



Расми 117



Расми 118

хобида, $AM=BP$ ва $\angle MAB=\angle PBA$ мебошад. Иббот кунед, ки $AP=BM$ аст.

11. Дар расми 116, $\angle 1=\angle 2$ ва $\angle 3=\angle 4$ буда, $AC=50$ м аст. Масофаи AC_1 -ро ёбед.

12. Дар расми 116 агар $CB=40$ м бошад, масофаи BC_1 -ро ёбед.

13. Дар расми 117 $AB\parallel DC$ ва $AD\parallel BC$ мебошад. Иббот кунед, ки $\triangle ABD=\triangle CDB$.

14. Дар масъалаи 13 агар дар байни нуктаҳои D ва C монетае мавҷуд бошад масофаи AB ба 200 м баробар бошад, дарозии DC -ро ёбед.

15. Секунҷаҳои росткунҷаи ABC ва ABC_1 гипотенузаи умумӣ доранд. Агар $AC\parallel BC_1$ бошад, иббот кунед, ки $\triangle ACB=\triangle BC_1A$ мебошад.

§ 3. МЕДИАНА, БИСЕКТРИСА ВА БАЛАНДИИ СЕКУНЧА.

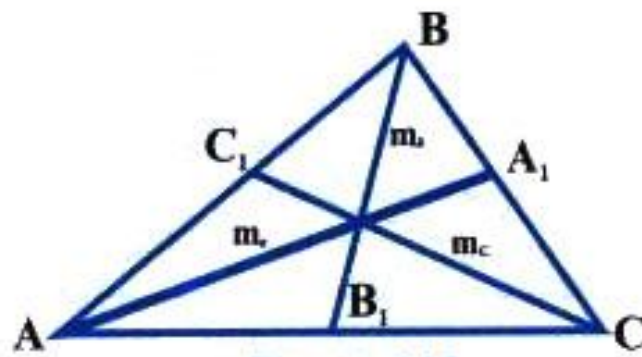
1. Ба расми 118 нигаред. Порчаи AM қуллаи секунҷаро ба миёнаҳои тарафи муқобил пайваст кардааст.

Таъриф. Порчае, ки қуллаи секунҷаро ба миёнаҳои тарафи муқобил пайваст мекунад, медианаи секунҷа номида мешавад.

Агар медиана аз қуллаи A гузаронида шуда бошад, онро бо m_a ишорат мекунанд. Чунин медианаҳоро аз қуллаҳои B ва C ҳам гузаронидан мумкин аст. Ҳар як секунҷа се медиана дорад: m_a, m_b, m_c (расми 119).

2) Ба расми 120 нигаред. Аз қуллаи A ба давоми тарафи BC перпендикуляри AN фароварда шудааст.

Таъриф. Порчае, ки аз қуллаи секунҷа ба тарафи он ё ба давоми тарафи он перпендикуляр фароварда шудааст, баландии секунҷа ном дорад.



Расми 119

Баландии секунҷаро, ки аз қуллаи A фароварда шудааст, бо h_a ишорат мекунам. Ҳар як секунҷа се баландӣ дорад, онҳо мувофиқан бо h_a , h_b , h_c ишорат карда мешаванд (расми 120).

3. Таъриф. Порчае, ки қуллаи секунҷаро ба ягон нуқтаи тарафи муқобил пайваст карда, кунҷи секунҷаро ба ду қисми баробар тақсим мекунад, биссектрисаи секунҷа ном дорад.

Ҳар як секунҷа се биссектриса дорад. Дар расми 121 порчаҳои AA_1 , BB_1 ва CC_1 биссектрисаҳо мебошанд.

Дар расми 122 аз қуллаи A -и $\triangle ABC$ биссектриса, медиана ва баландӣ гузаронида шудааст. Ин порчаҳо дар баъзе секунҷаҳо якхела буда, дар баъзеи дигарашон аз ҳамдигар фарқ мекунам.

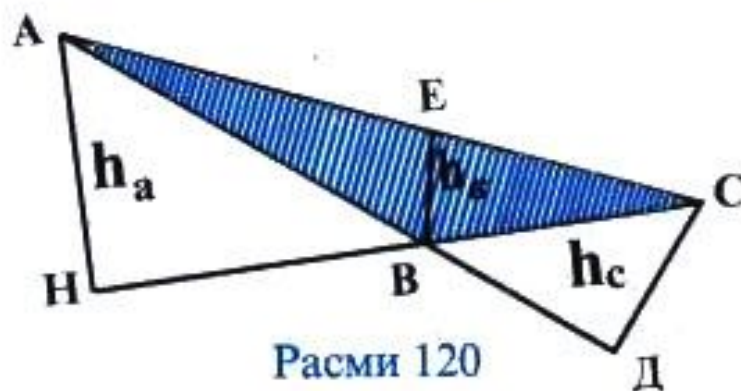
Машқ. 1. Секунҷаи тезкунҷаи MKP -ро кашида дар он медиана, биссектриса ва баландиро аз нуқтаи M гузаронед.

2. Секунҷаи росткунҷа кашед, аз се қулла баландихоро гузаронед. Баландихо ҳамдигарро дар кадом нуқта мебуранд?

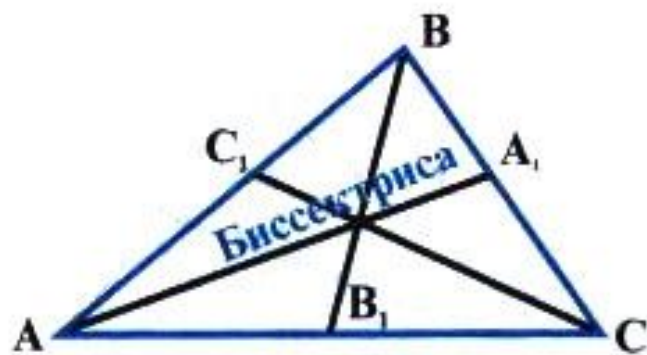
3. Секунҷаи кундкунҷа кашед ва дар он ҳар се биссектрисаро гузаронед.

4. Секунҷаи ихтиёри кашида ҳар се баландии онро гузаронед. Ин баландихоро ба хати рост табдил диҳед. Онҳо дар чанд нуқта бурида мешаванд?

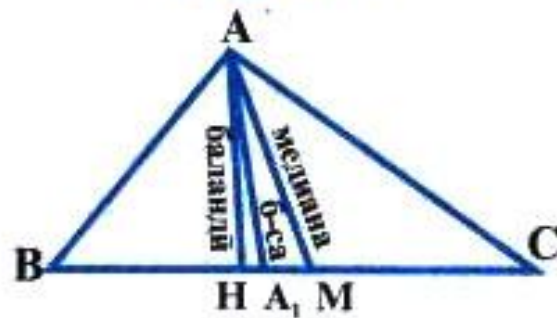
5. Секунҷа кашед ва дар он ҳар се медианахоро гузаронед.



Расми 120



Расми 121



Расми 122

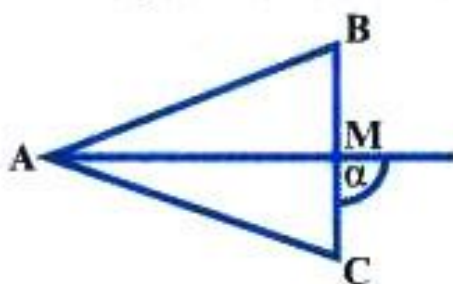
Медианаҳо дар чанд нукта ҳамдигарро мебуранд?

6. Секунҷае кашед. Ҳар се биссектрисаҳо гузаронед. Биссектрисаҳо дар чанд нукта ҳамдигарро мебуранд?

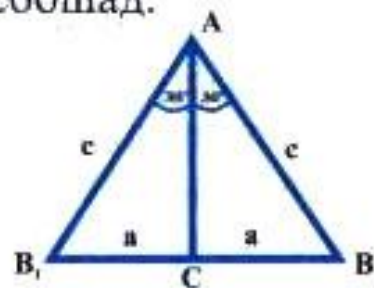
7. Дар кадом секунҷа медианаҳо, баландиҳо ва биссектрисаҳои аз қуллаи дилҳо гузаронидашуда якхелаанд.

8. Иббот кунед, ки медианаи секунҷаи баробарпахлӯ, ки ба асос фароварда шудааст, онро ба ду қисми баробар тақсим мекунад.

9. Дар расми 123 AM биссектрисаи секунҷаи ABC буда, $\alpha = 90^\circ$ аст. Иббот кунед, ки $\triangle ABM = \triangle ACM$ мебошад.



Расми 123



Расми 124

10. Иббот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷа катети муқобили кунҷи 30° ба нисфи гипотенуза баробар аст.

Маълум: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$ (расми 124).

Матлуб: $a = \frac{c}{2}$, ё $BC = \frac{AB}{2}$.

Исбот. Аз нуктаи C порчаи $CB_1=CB$ -ро месозем. $BB_1=2a$ мешавад. Аз баробариҳои $AC=AC$, $B_1C=BC=a$ бармеояд, ки $\triangle AB_1C = \triangle ABC$ буда, $AB=AB_1=c$ мебошад. $\angle B_1AB=30^\circ+30^\circ=60^\circ$. $\triangle ABB_1$ секунҷаи баробартараф аст. $AB=AB_1=BB_1$, $BB_1=AB$; $2a=c$ ва

$$a = \frac{c}{2}, \text{ яъне } BC = \frac{AB}{2}.$$

§ 4. ХОСИЯТҲОИ СЕКУНҶАИ БАРОБАРПАҲЛӢ

Теоремаи 1. Дар секунҷаи баробарпахлӢ кунҷҳои назди асос баробаранд.

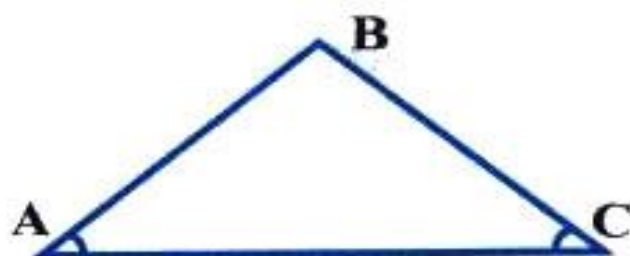
Исбот. Фарз мекунем, ки ABC секунҷаи баробарпахлуи асосаш AC мебошад (расми 125). Исбот мекунем, ки дар ин секунҷа $\angle A = \angle C$ аст. Мувофиқи аломати якуми баробарии секунҷаҳо секунҷаи BAC ба секунҷаи BCA баробар аст. Дар ҳақиқат, $AB=BC$, $BC=AB$, $\angle B = \angle B$. Аз баробарии ин секунҷаҳо бармеояд, ки $\angle A = \angle C$ аст. Теорема исбот шуд.

Теоремаи 2. Агар дар секунҷа ду кунҷ баробар бошанд, он гоҳ вай баробарпахлӢ аст.

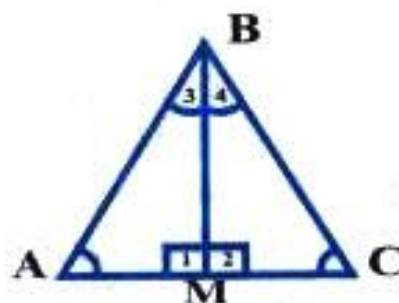
Исбот. Фарз мекунем, ки дар ABC кунҷҳои A ва C ба ҳамдигар баробаранд (расми 126). Нишон медиҳем, ки $AB=BC$ аст. Мувофиқи аломати дуҷуми баробарии секунҷаҳо секунҷаи ACB ба секунҷаи CAB баробар аст. Ҳақиқатан, $AC=CA$, $\angle C = \angle A$, $\angle A = \angle C$. Аз баробарии секунҷаҳо бармеояд, ки $AB=BC$ аст.

Теоремаи 2 ба теоремаи 1 баръакс ё чаппа номида мешавад. Хулосаи теоремаи 1 шарти теоремаи 2 аст. Шарти теоремаи 1 бошад, хулосаи теоремаи 2 аст. Оянда ҳангоми омӯзиши геометрия чандин маротиба чунин теоремаҳоро муоина менамоем.

Масъала. Исбот кунед, ки дар секунҷаи баробартараф ҳар як кунҷ ба 60° баробар аст.



Расми 125



Расми 126

Маълум: $\triangle ABC$ -баробартараф, яъне $AB=BC=AC$.

Матлуб: $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$.

Исбот. Азбаски $AB = BC$ аст, пас $\triangle ABC$ - баробарпахлӯ буда, $\angle A = \angle C$ мебошад. Аз тарафи дигар, $AB = AC$, яъне $\triangle ABC$ баробарпахлӯ буда, $\angle B = \angle C$ мебошад. Аз баробарии $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle C$ бармеояд, ки $\angle A = \angle B = \angle C$ аст.

Маълум аст, ки $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, $\angle A = \angle B = \angle C = x$, $x + x + x = 180^\circ$, $3x = 180^\circ$, $x = 60^\circ$ яъне $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

Супориш. Агар дар секунча $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ бошад, ин гуна секунча баробартараф аст, инро исбот кунед.

Натиҷа. Дар секунҷаи дилхоҳ муқобили тарафҳои баробар кунҷҳои баробар меҳобанд (хосияти баръаксӣ низ ҷой дорад).

Теоремаи 3. Дар секунҷаи баробарпахлӯ медианаи аз қулла ба асос фаровардашуда биссектриса ва баландии секунча низ мебошад.

Маълум: $\triangle ABC$ - баробарпахлӯ, яъне $AB = BC$ ва BM -медиана (расми 126).

Матлуб: BM -биссектриса, BM -баландӣ

Исбот: Азбаски $BA = BC$, $AM = MC$ ва $\angle A = \angle C$ аст, пас мувофиқи аломати якуми баробарии секунҷаҳо $\triangle BAM = \triangle BCM$. Бинобар ин $\angle 3 = \angle 4$ буда, BM биссектрисаи $\triangle ABC$ аст. Аз тарафи дигар, $\angle A = \angle C$ буда, $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ аст. $\angle A + (\angle 3 + \angle 4) + \angle C = 180^\circ$.

$2 \cdot \angle A + 2 \cdot \angle 3 = 2 \cdot \angle C + 2 \cdot \angle 4 = 180^\circ$ ё $\angle A + \angle 3 = \angle C + \angle 4 = 90^\circ$ Аз ин ҷо $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ мебошад. Аз ин баробарӣ бармеояд, ки $BM \perp AC$. Яъне, BM баландии $\triangle ABC$ мебошад.

МАСЪАЛАҲОИ АМАЛӢ

Теоремаро барои исботи ҷумлаҳои зерин истифода кунед:

1. Дар $\triangle ABC$, $AB = BC$ буда, BM биссектриса мебошад. Исбот кунед, ки BM медиана ва баландӣ аст.

2. Дар секунҷаи ABC , $AB = BC$ буда, BM баландӣ мебошад. Исбот кунед, ки BM медиана ва биссектриса аст.

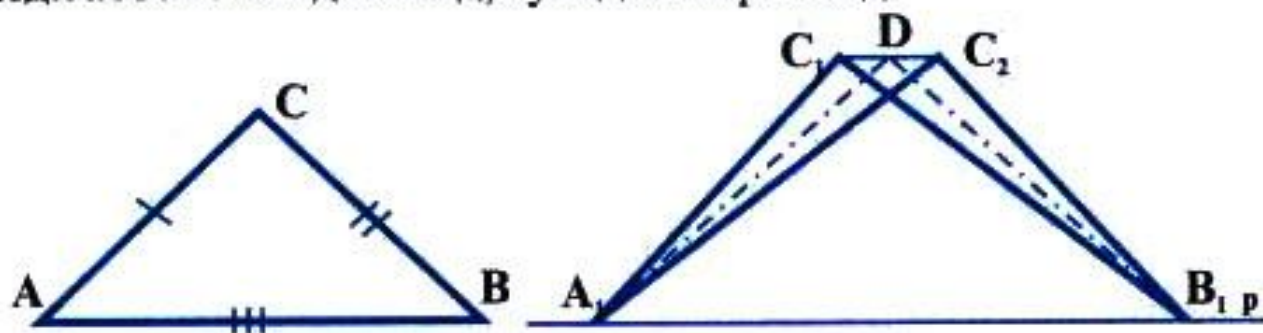
3. Дар кадом секунча ҳар се баландиҳо медианаҳо ва биссектрисаҳо мебошанд?

4. Дар секунҷаи баробарпахлӯ кунҷи назди қулла 60° аст. Кунҷҳои назди асосро ёбед.

5. Исбот кунед, ки секунҷаи росткунҷаи кунҷи тезаш ба 45°

баробарбуда, секунҷаи баробарпахлӯ мебошад.

6. Агар кунҷи назди қуллаи секунҷаи баробарпахлӯ аз кунҷи назди асос 60° зиёд бошад, кунҷҳои онро ёбед.



Расми 127

7. Иббот кунед, ки медианаҳои аз қуллаҳои назди асос гузаронидашудаи секунҷаи баробарпахлӯ баробаранд.

§ 5. АЛОМАТИ СЕҶОМИ БАРОБАРИИ СЕКУНҶАҲО. МАСЪАЛАҲОИ АМАЛӢ.

Теорема. Агар се тарафи як секунҷа мувофиқан ба се тарафи секунҷаи дигар баробар бошад, он гоҳ ин секунҷаҳо баробаранд.

Маълум: $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$.

Матлуб: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (расми 127).

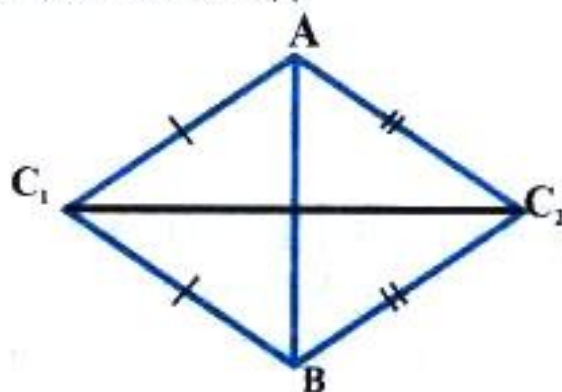
Иббот: Тарафи A_1B_1 -и $\triangle A_1B_1C_1$ -ро ба хати рости p табдил дода, ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ чудо мекунем. Тарафи AB -и $\triangle ABC$ -ро бо тарафи A_1B_1 -и $\triangle A_1B_1C_1$ ҳамчоя менамоем. Онҳо ҳамчоя мешаванд, чунки $A_1B_1 = AB$ аст. Секунҷаи ABC -ро дар нимҳамворие, ки $\triangle A_1B_1C_1$ воқеъ аст, ҷойгир мекунем. Бигзор вай мавқеи $\triangle A_1B_1C_2$ - гирад. Нуқтаҳои C_1 ва C_2 -ро пайваस्त мекунем. Дар миёнаҳои порчаи C_1C_2 нуқтаи D -ро меёбем. Порчаҳои A_1D ва B_1D -ро месозем. Азбаски $A_1C_1 = AC = A_1C_2$ ва $B_1C_1 = BC = B_1C_2$ мешаванд, пас $A_1C_1C_2$ ва $B_1C_1C_2$ -секунҷаҳои баробарпахлӯанд. Порчаҳои A_1D ва B_1D - медианаҳо буда, баландиҳои секунҷаҳои $A_1C_1C_2$ ва $B_1C_1C_2$ мебошанд. Аз тарафи дигар, аз нуқтаи D дар ҳамворӣ ба хати рости C_1C_2 факат як перпендикуляр гузаронидан мумкин аст. Нуқтаҳои C_1 ва C_2 гуногун буда наметавонанд. Инак $C_1 = C_2$ ҳамон як нуқта

мебошад ва секунҷаҳои $\triangle A_1B_1C_1$ ва $\triangle A_1B_1C_2$ низ ҳамон як секунҷаанд, яъне $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Теоремаи исботкардашударо дар ҳалли масъалаҳои зерин истифода кунед:

1) Секунҷаҳои ABC_1 ва ABC_2 баробарпахлӯ буда, нуқтаҳои C_1 ва C_2 дар тарафҳои гуногуни хати ростии AB меҳобанд. Исбот кунед, ки $\triangle AC_1C_2 = \triangle BC_1C_2$ мебошад (расми 128).

2) Порчаҳои AB ва CD ба ҳамдигар перпендикуляр буда, дар нуқтаи O ҳамдигарро мебуранд. Агар $OA = OB$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle AOC = \triangle BOC$ мебошад.

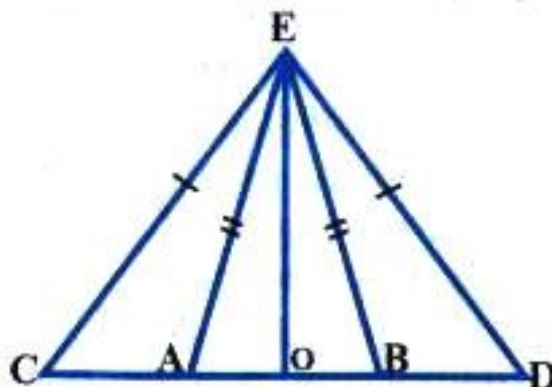


Расми 128

3) Дар масъалаи 2 исбот кунед, ки $\triangle AOB = \triangle AOD$ ва $\triangle ACD = \triangle BCD$ мебошанд.

4) Исбот кунед, ки нуқтаҳои миёнаҳои тарафҳои секунҷаи баробарпахлӯ куллаҳои секунҷаи баробарпахлӯ мебошанд.

5) Исбот кунед, ки нуқтаҳои миёнаҳои тарафҳои секунҷаи баробартараф куллаҳои секунҷаи баробартараф мебошанд.



Расми 129

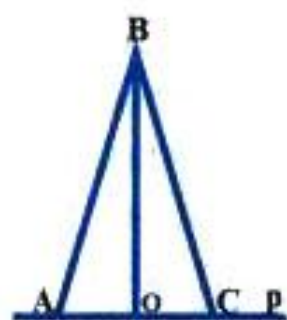
6) Дар расми 129 секунҷаҳои AEB ва CED баробарпахлӯ буда, асосҳои миёнаҳои умумӣ доранд. Исбот кунед, ки

$\triangle ACE = \triangle BDE$ мебошад.

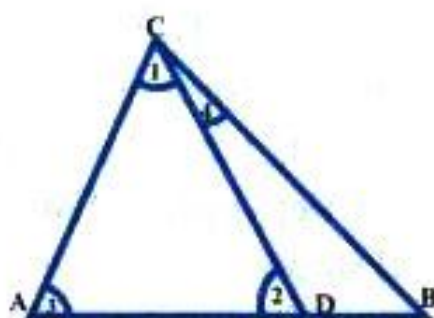
7) Дар масъалаи 6 исбот кунед, ки $\triangle CBE = \triangle DAE$ мебошад.

§ 6. БАЪЗЕ НАТИЧАҲО АЗ АЛОМАТҲОИ БАРОБАРИИ СЕКУНЧАҲО.

Истифодаи аломатҳои баробарии секунҷаҳои росткунҷа. Шумо бо се аломати баробарии секунҷаҳо шинос шудед. Ин аломатҳо имконият медиҳанд, ки ҳалли баъзе масъалаҳои геометрии ба осонӣ иҷро карда шаванд. Мо ҳолатҳои баробарии секунҷаҳои росткунҷаро дида баромадем. Акнун истифодаи ин аломатҳоро меорем:



Расми 130



Расми 131

1. Агар ду секунҷаи росткунҷа як катет ва гипотенузаҳои мувофиқан баробар дошта бошанд, он гоҳ онҳо бо ҳамдигар баробаранд.

2. Агар ду секунҷаи росткунҷа катетҳои мувофиқан баробар дошта бошанд, он гоҳ онҳо бо ҳамдигар баробаранд.

3. Агар ду секунҷаи росткунҷа гипотенуза ва яке аз кунҷҳои тези баробар дошта бошанд, он гоҳ онҳо бо ҳамдигар баробаранд.

4. Ду секунҷаи росткунҷа баробаранд, агар як катет ва кунҷи тези мувофиқан баробар дошта бошанд.

Дурустии ин аломатҳо аллақай дар ҳалли масъалаҳо муоина шуданд. Онҳоро мустақилона аз нав исбот намоед.

Теорема дар боран моилҳои баробар.

Теорема. Агар аз нуқтаи беруни хати рост перпендикуляр ва моилҳо гузаронида шуда бошанд, он гоҳ моилҳои баробар проексияҳои баробар доранд.

Маълум: $OB \perp p$, $AB = BC$ - моилҳо.

Матлуб: $AO = OC$ - проексияҳо (расми 130).

Исбот. Азбаски $AB=BC$ аст, пас секунҷаҳои AOB ва COB секунҷаҳои росткунҷаи баробаранд. Аз ин ҷо бармеояд, ки $AO=OC$ мебошад. Агар моилҳои AB ва CB баробар бошанд, он гоҳ онҳо бо хати рости p кунҷҳои баробарро ташкил медиҳанд. Яъне, проексияҳои баробар доранд.

Муносибати байни тарафҳо ва кунҷҳои секунҷа.

Теорема. Дар секунҷаи дилхоҳ муқобили тарафи калон кунҷи калон меҳобад.

Маълум: $\triangle ABC$, $AB > AC$.

Матлуб: $\angle C > \angle B$ (расми 131).

Исбот. Дар нури AB аз нуқтаи A порчаи $AD=AC$ -ро месозем. Порчаи CD -ро пайваस्त мекунем. $\angle C > \angle 1$ мебошад, чунки CD -нури дохилии $\angle C$ аст. Пас $\triangle ACD$ -баробарпахлӯ буда, $\angle 1 = \angle 2$ аст. $\angle 2$ -кунҷи берунии $\triangle BCD$ мебошад, аз ин рӯ $\angle 2 = \angle B + \angle 4$ буда, $\angle 2 > \angle B$ мебошад. Ҳамин тариқ, $\angle C > \angle B$ аст.

Исбот кунед, ки дар секунҷаи дилхоҳ муқобили кунҷи калон тарафи калон меҳобад.

Нобаробарии секунҷа.

Теорема. Суммаи дарозиҳои ду тарафи секунҷа аз дарозии тарафи сеюми он калон аст.

Маълум: $\triangle ABC$, AC , BC , AB -тарафҳо.

Матлуб. $AC+CB > AB$ (расми 132).

Исбот. Нури пуркунанда ба нури CA мекашем. Дар ин нур порчаи $CD=BC$ -ро месозем. $\triangle BCD$ -баробарпахлӯ аст, аз ин рӯ $\angle 1 = \angle 2 < \angle ACD$. Дар $\triangle ACD$, $AD < CD$ мебошад. Азбаски $AD=AC+CD=AC+BC$ аст, пас $AB < AC+BC$ мешавад. Аз ин теорема бармеояд, ки дар секунҷаи дилхоҳ нобаробарии зерин иҷро мешаванд:

$AC+BC > AB$, $AB+BC > AC$, $AB+AC > BC$.

МАСЪАЛАҲОИ АМАЛӢ

1. Дар секунҷаҳои росткунҷа $\angle A = \angle A_1 = 40^\circ$, $AB = A_1B_1 = 6$ см мебошад. Исбот кунед, ки ин секунҷаҳо баробаранд.

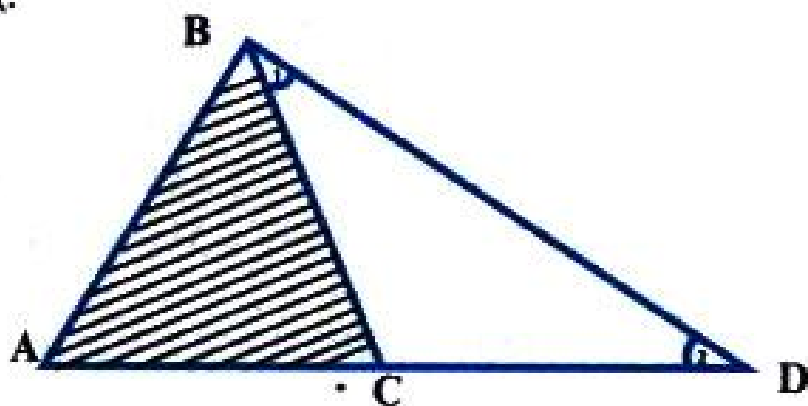
2. Дар секунҷаҳои росткунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$, гипотенуза $A_1B_1=30$ см буда, $\angle A=30^\circ$ аст. Агар $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$ бошад, катети BC -ро ёбед.

3. Порчаи $AB \perp CD$ буда, $AB=20$ дм мебошад. Нуқтаи O (буриши порчаҳои AB в CD) дар миёнаҳои порчаи AB меҳобад.

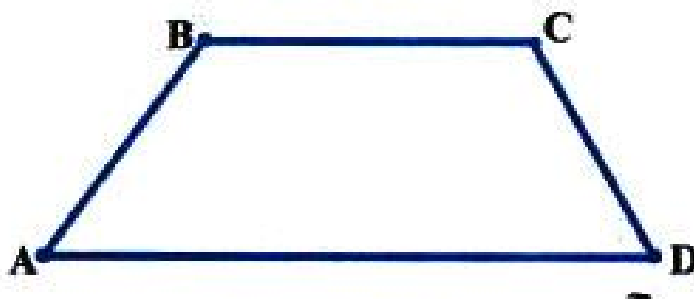
Агар $\angle ADB=60^\circ$ бошад, порчаҳои AD ва DB -ро ёбед.

4. Аз нуқта ба хати рост ду моил гузарониданд. Агар ин моилҳо проексияҳои баробар дошта башанд, онҳо баробаранд (инро исбот кунед).

5. Аз нуқта ба хати рост перпендикуляр ва моил гузарониданд.



Расми 132



Расми 133

Дарозии моил аз перпендикуляр ду маротиба калон аст. Кунҷи байни моил ва перпендикулярро ёбед.

6. Аз ду нуқтаи беруни хати рост ба он ду перпендикуляр ва ду моили баробар гузарониданд. Исбот кунед, ки ин моилҳо проексияҳои баробар доранд.

7. Дар секунҷа $\angle A=30^\circ$ ва $\angle B=40^\circ$ мебошад. Тарафҳои секунҷаро муқоиса кунед.

8. Дар секунҷа $AB=7$ см, $CD=8$ см ва $AC=13$ см мебошад. Кунҷҳои секунҷаро муқоиса кунед.

9. Исбот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷа катет аз гипотенуза хурд аст.

10. Исбот кунед, ки моил аз перпендикуляр калон аст, агар онҳо аз як нукта гузаронида шуда бошанд.

11. Исбот кунед, ки проексияи моил аз худи моил хурд аст.

12. Исбот кунед, ки дар секунҷаи кундкунҷа тарафи калонтарин муқобили кунҷи кунд меҳобад.

13. Оё секунҷа сохтан мумкин аст, агар: а) $a=4$ см, $b=5$ см, $c=10$ см; б) $a=4$ см, $b=5$ см, $c=8$ см; в) $a=20$ см, $b=3$ см, $c=7$ см; г) $a=8$ см, $b=4$ см, $c=4$ см; д) $a=4$ см, $b=4$ см, $c=4$ см; е) $a=10$ дм, $b=10$ дм, $c=16$ дм бошад.

14. Исбот кунед, ки $AD < AB + BC + CD$ (расми 133).

15. Агар $AB=10$ см, $BC=15$ см, $AC=25$ см бошанд, нуктаҳои A, B, C чӣ гуна ҷойгиранд?

16. Агар $AB=20$ см, $BC=12$ см, $AC=24$ см бошанд, нуктаҳои A, B, C чӣ гуна ҷойгиранд?

17. Кадоме аз секунҷаҳои зерин баробаранд, агар: а) $\angle A=30^\circ$, $\angle B=60^\circ$, $AB=10$ см; б) $\angle A=40^\circ$, $\angle B=50^\circ$, $AC=10$ см; в) $BC=5$ см, $AB=10$ см, $\angle C=90^\circ$; г) $\angle A=50^\circ$, $\angle B=40^\circ$, $AC=10$ см бошад?

САВОЛҲО БАРОИ САНҶИШ.

1. Ба мафҳуми секунҷа таъриф диҳед.

2. Исбот кунед, ки суммаи кунҷҳои секунҷа ба 180° баробар аст.

3. Намудҳои секунҷаро номбар кунед.

4. Секунҷаи росткунҷа чист?

5. Ба катет ва гипотенуза таъриф диҳед.

6. Суммаи кунҷҳои тези секунҷаи росткунҷаро ёбед.

7. Ба секунҷаи баробарпахлӯ таъриф диҳед.

8. Хосияти кунҷҳои назди асоси секунҷаи баробарпахлӯро баён кунед.

9. Хосияти биссектрисаи секунҷаи баробарпахлӯро исбот кунед.

10. Ба секунҷаи кундкунҷа таъриф диҳед.

11. Секунҷае, ки ҳар се кунҷҳояш баробар аст, чӣ гуна секунҷа мебошад?

12. Секунҷаи росткунҷае, ки дорои кунҷи 45° мебошад, чӣ гуна секунҷа аст?

13. Ба кунҷи берунии секунҷа таъриф диҳед.

14. Хосиятҳои кунҷи берунии секунҷаро исбот кунед.

15. Аломати якуми баробарии сукунчахоро баён кунед.
16. Аломати дуҷуми баробарии секунчахоро исбот кунед.
17. Аломати сеҷуми баробарии секунчахоро исбот кунед.
18. Аломатҳои баробарии секунчаҳои росткунҷаро баён кунед.
19. Медиана чист?
20. Ба баландии секунҷа таъриф диҳед.
21. Ба биссектрисаи кунҷи секунҷа таъриф диҳед.
22. Хосияти катети муқобили кунҷи 30° хобидаи секунҷаи росткунҷаро баён кунед.
23. Хосияти моилҳои баробарро оред ва онро исбот кунед.
24. Нобаробарии секунҷаро нависед.
25. Агар кунҷҳои секунҷа маълум бошанд, тарафҳоро чӣ тавр муқоиса мекунад?
26. Исбот кунед, ки дар секунҷаи баробар тараф ҳамаи кунҷҳо ба 60° баробар мебошанд.
27. Секунҷа кашед ва ҳар се баландихоро гузаронед.
28. Исбот кунед, ки дар секунҷа кунҷи берунӣ аз кунҷи дилхоҳи дохилии ба он ҳамсоя набуда калон аст.
29. Суммаи кунҷҳои берунӣ секунҷа ба чанд градус баробар аст?
30. Бо ёрии аломатҳои баробарии секунҷаҳо масофаи дастинорасро чӣ тавр меёбанд?

МАСЪАЛАҲО

1. Аз миёнаҳои порчаи CD ба ин порча хати рости перпендикуляр гузарониданд. Исбот кунед, ки нуқтаи дилхоҳи ин перпендикуляр аз нӯғҳои ин порча дар як хел дурӣ воқеъ мебошад.

2. Нуқтаи D дар тарафи AB -и $\triangle ABC$ ва нуқтаи D_1 дар тарафи A_1B_1 -и $\triangle A_1B_1C_1$ меҳобад. Агар $DB = D_1B_1$ ва $\triangle ADC = \triangle A_1D_1C_1$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ аст.

3. Баробарии секунҷахоро аз рӯи медиана ва кунҷе, ки медиана онро тақсим мекунад, исбот кунед.

Н и ш о н д о д: Медианаро боз як бори дигар дар давоми худаш гузоред.

4. Порчаҳои AB ва CD дар нуқтаи O ҳамдигарро мебуранд. Агар $\angle BAO = \angle DCO$ ва $AO = CO$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle BAO = \triangle DCO$ мебошад.

5. Периметри секунҷаи баробарпахлӯ 10 см ва тарафи

пахлуиаш 3 см аст. Асоси секунҷаро ёбед.

6. Периметри секунҷаи баробарпахлӯ 2 м ва асосаш 0,6 м аст. Дарозии тарафҳои пахлуиро ёбед.

7. Периметри секунҷаи баробарпахлӯ 18,4 дм буда: 1) асосаш аз тарафи пахлуи 0,6 дм хурд аст; 2) асос аз тарафи пахлуӣ 3,4 дм калон аст. Тарафҳои секунҷаро ёбед.

8. Баробарии секунҷаҳои баробарпахлӯро аз рӯи биссектрисаҳои кунҷҳои назди асос исбот кунед.

9. Дар секунҷаи баробарпахлӯ тарафи пахлуӣ 40 дм буда, кунҷи назди асос 30° аст. Баландии секунҷаро, ки ба тарафи асос фароварда шудааст, ёбед.

10. Исбот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷа медиана ба нисфи гипотенуза баробар аст.

11. Баробарии секунҷаҳоро аз рӯи ду тараф ва медианаи ба яке аз ин тарафҳо фаровардашуда исбот кунед.

12. Баробарии секунҷаҳоро аз рӯи ду тараф ва медианаи ба тарафи сеюм фаровардашуда исбот кунед.

13. Дар расми 134 $\angle DBC = \angle DAC$ ва $BO = AO$ мебошад. Исбот кунед, ки $\angle C = \angle D$ ва $AC = BD$ аст.

14. Ба расми 135 нигаред. Дар он

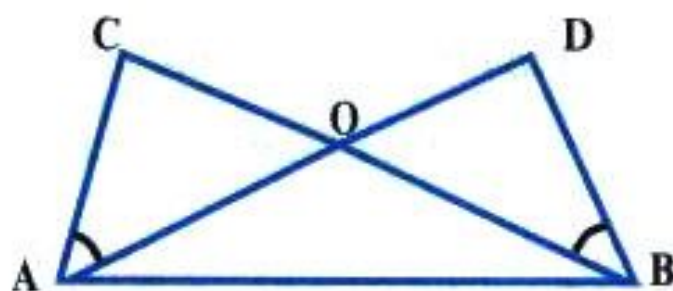
$AB = CD$, $AB \parallel CD$;

$AD = BC$, $AD \parallel BC$;

$BE \perp AC$;

$DF \perp AC$.

Исбот кунед, ки $\triangle ABE = \triangle CDF$ мебошад.



Расми 134



Расми 135

15. Агар $\triangle ABC = \triangle BCA$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle ABC$ - баробартараф аст.

16. Агар $AM = A_1M_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle AMB = \angle A_1M_1B_1$, M ва M_1 мувофиқан миёнаҷойҳои берунии тарафҳои BC ва B_1C_1 бошанд, исбот кунед, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ аст.

17. Агар $AB = 40$ м, $BC = 30$ м, $AC = 60$ м бошанд, кадом кунҷи секунҷаи ABC калон аст?

18. Кунҷи берунии секунҷаи баробарпахлӯ ба 140° баробар аст. Кунҷҳои дохилии онро ёбед.

19. Яке аз кунҷҳои берунии секунҷаи росткунҷа 150° аст. Кунҷҳои дохилии онро ёбед.

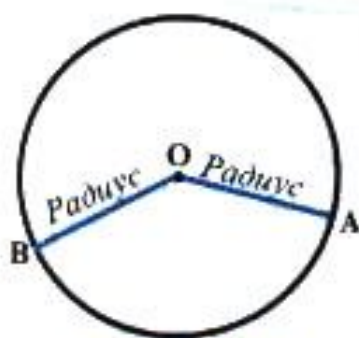
20. Проексияи моил ба нисфи моил баробар аст. Кунҷи байни моил ва перпендикулярро ёбед.

БОБИ IV

ДАВРА ВА ДОИРА

§ 1. ДАВРА ВА ҲОЛАТҲОИ ҶОЙГИРШАВИИ ОН. ДОИРА.

Давра. Нуғи тези паргорро ба нуқтаи ҳамворӣ гузошта, нуғи каламдораширо давр мезанонем. Дар ин ҳолат фигураи геометрии ҳосил мешавад, ки он давра ном дорад.



Расми 136

Таъриф. Ҷои геометрии нуқтаҳои ҳамворӣ, ки аз нуқтаи додашуда дар як ҳел масофа воқеъанд, **давраномида** мешавад.

Дар расми 136 давра тасвир ёфтааст. O маркази давра мебошад, ки аз ҳама нуқтаҳои давра дар як ҳел масофа воқеъ аст.

Порчаҳои OA ва OB радиусҳои давра буда, бо r ишорат карда мешаванд.

Таъриф. Порчае, ки маркази давраро ба нуқтаи он пайваस्त мекунад, **радиуси давра** ном дорад.

Ҳамаи радиусҳои як давра бо ҳам баробаранд, яъне $OA = OB = r$. Давра нуқтаҳои бешумор дорад, аз ин рӯ радиусҳояш бешумор аст.

Диаметр ва хорда. Таъриф. Порчае, ки ду нуқтаи давраро бо ҳам мепайвандад, хордаи давра номида мешавад.

Дар расми 137 а) порчаҳои АВ ва СД хордаҳо мебошанд.

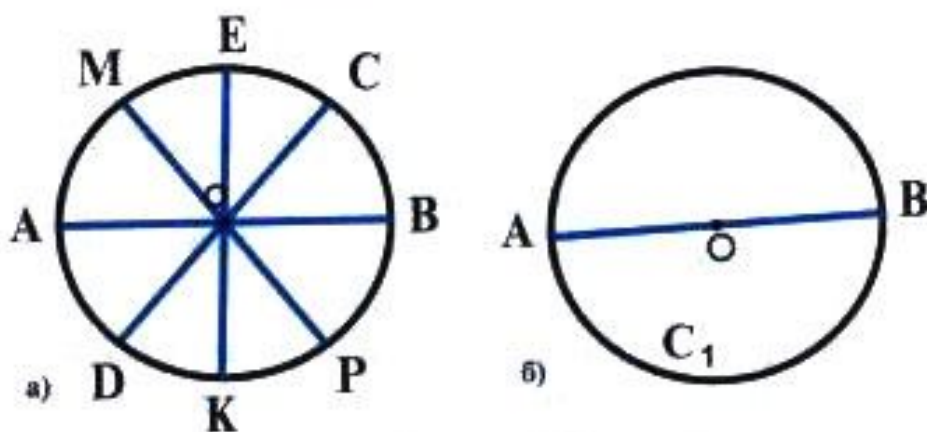
Аз як нуқтаи давра хордаҳои бешумор гузаронидан мумкин аст. Давра хордаҳои бешумор дорад.



Расми 137

Таъриф. Хордае, ки аз маркази давра мегузарад, диаметр номида мешавад.

Дар расми 137 б) порчаи АМ диаметр мебошад. Ҳар як давра диаметрҳои бешумор дорад. Ҳамаи диаметрҳои як давра бо ҳам баробаранд. Дар расми 138 якчанд диаметрҳо тасвир ёфтаанд: $AB=CD=MP=KE$.



Расми 138

Теорема. Дар давра як диаметр ба ду радиус баробар аст.

Исбот. Дар расми 138, б) порчаи АВ диаметр буда, порчаҳои ОА ва ОВ радиусҳои он мебошанд. Аз баробарии $OA=OB=r$ бармеояд, ки $AB=OA+OB=r+r=2\cdot r$, яъне $AB=2\cdot r$ аст.

Машқ. 1. Агар r радиуси давра буда, дарозии он: 5 см; 16 см; 4 см; 7 дм бошад, дарозии диаметри давраро ёбед.

2. Агар d диаметри давра буда, дарозии он: 30 см; 15 см; 36 м;

14 м ва 18 м бошад, радиуси давраро ёбед.

3. Аз мухити атроф фигурахоеро номбар кунед, ки қисмҳои даврашакл доранд.

4. Ҳолатҳои ҷойгиршавии порчаро нисбат ба давра тадқиқ карда, расмҳои мувофиқ кашед.

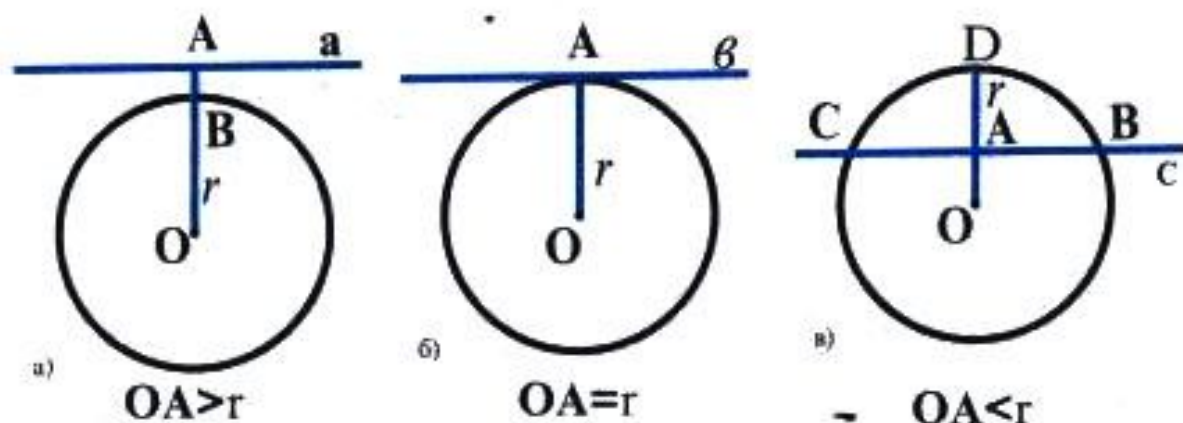
5. Ҳолатҳои ҷойгиршавии нурро нисбат ба давра тадқиқ карда, расмҳои мувофиқ кашед.

Буранда ва расанда. Вазъи ҷойгиршавии хати ростро нисбат ба давра муоина менамоем.

1. Хати рости a (расми 139, а)) бо давра ягон нуқтаи умумӣ надорад. Агар хати рост бо давра нуқтаи умумӣ надошта бошад, вай давраро намебурад. Дар ин ҳолат масофаи маркази давра то хати рост аз радиус калон аст: $OA > r$.

2. Давра бо хати рости a (расми 139, б)) як нуқтаи умумӣ дорад. Дар ин ҳолат масофа аз маркази давра то хати рост ба радиус баробар мебошад: $OA = r$. Ин ҷо $OA \perp a$ аст.

Таъриф. Хати росте, ки аз нуғи радиуси давра гузашта ба ин радиус перпендикуляр аст, расандаи давра ном дорад.



Расми 139

Дар расми 139, б) хати рости a расандаи давра мебошад.

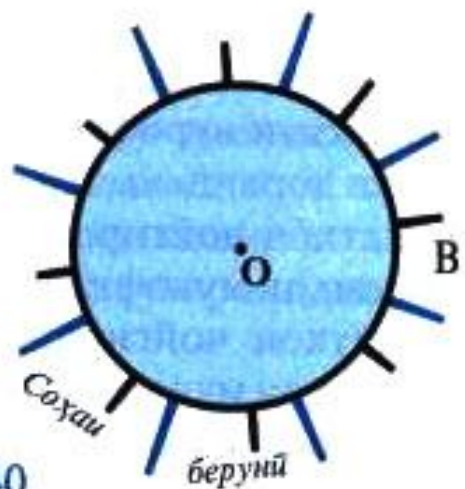
3. Дар расми 139, в) хати рости c бо давра ду нуқтаи умумии C ва B -ро дорад. Дар ин ҳолат масофаи байни марказ то хати рост аз радиуси давра хурд аст: $OA < r$.

Таъриф. Хати росте, ки бо давра ду нуқтаи умумӣ дорад, бурандаи давра номида мешавад.

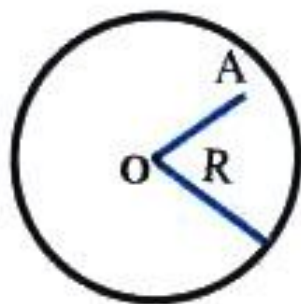
Дар расми 139, в) хати рости c бурандаи давра мебошад.

Доира. Давра ҳамвориро ба ду соҳа (қисм) ҷудо мекунад. Соҳаи дохилӣ ва беринӣ (расми 140).

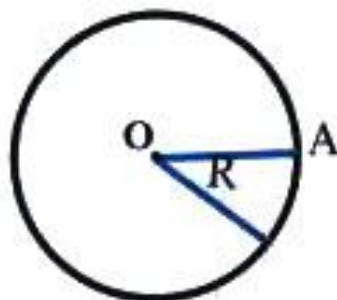
Таъриф. Қисми ҳамворӣ, ки бо давра маҳдуд аст, доира номида мешавад.



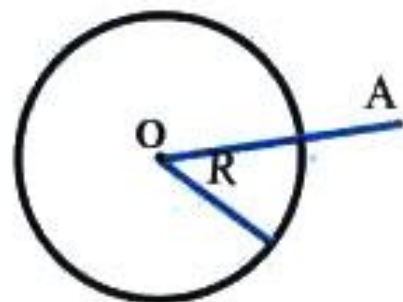
Расми 140



$$OA < R$$



$$OA = R$$



$$OA > R$$

Расми 141

Нуктаҳо нисбат ба давра се хел ҷойгир мешаванд (расми 141):

1) Агар шarti $OA < R$ шавад, нуктаи А дар дохили давра меҳобад.

2) Агар $OA = R$ бошад, А дар давра меҳобад.

3) Агар $OA > R$ бошад, нукта берун аз давра меҳобад.

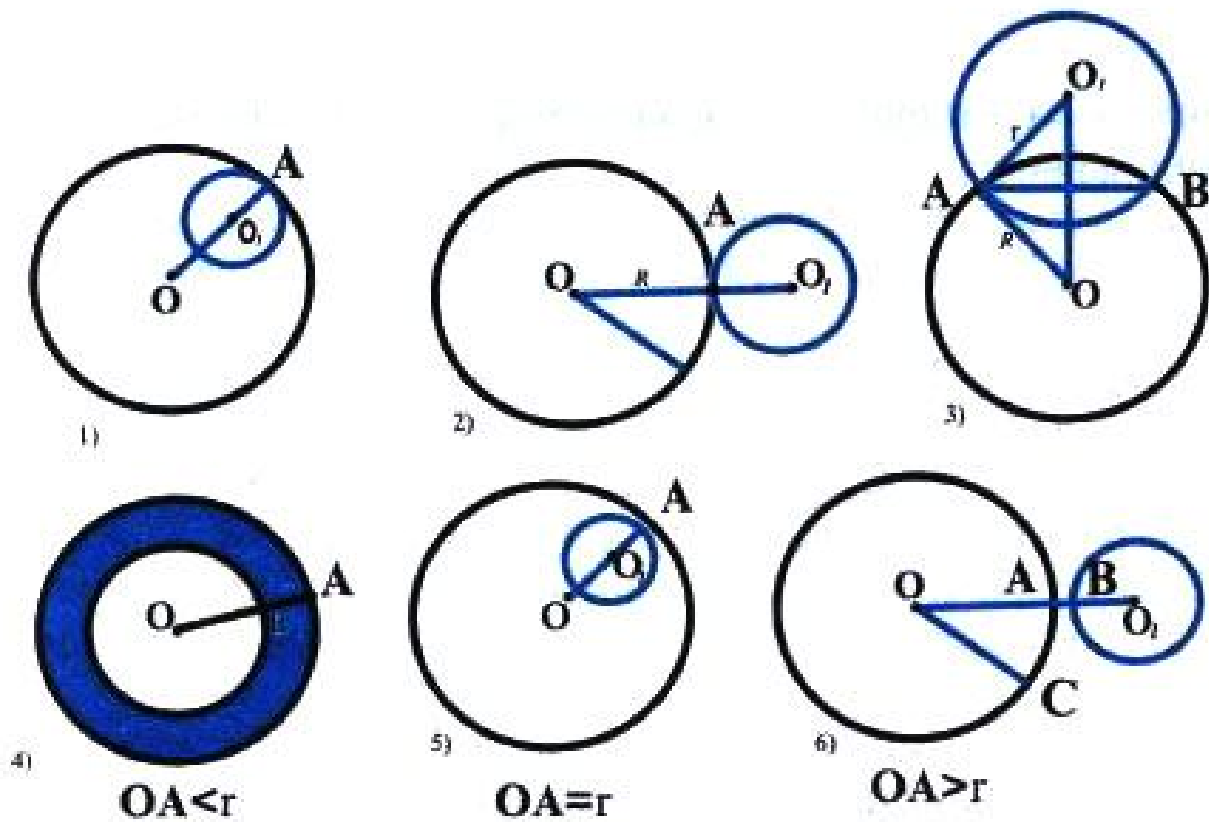
Машқ. 1. Радиуси давра $R = 5$ см аст. Ин давраро кашед. О-маркази давра. Агар: $OX = 3$ см; $OX = 4$ см; $OX = 7$ см; $OX = 4,5$ см; $OX = 5$ см бошад, нукта дар қучо меҳобад?

2. О-маркази давра ва $R = 8$ см аст. Агар нуктаи Х шarti $OX < R$ -ро иҷро кунад, вай дар кадом фигураи геометрӣ меҳобад?

3. Нуктаи Х дар хати ростии а хобида, О маркази давраи радиусаш $R = 4$ см мебошад. $OX \perp a$ буда: а) $OX = 2$ см; б) $OX = 4$ см, в) $OX = 6$ см аст. Дар кадом ҳолат хати ростии а давраро мебурад?

Вазъияти ҷойгиршавии ду давра. Ба расми 142 нигаред. Ду давра метавонанд як ё ду нуктаи умумӣ дошта бошанд. Онҳо нуктаи умумӣ ҳам надошта метавонанд.

1) Дар расми 142, 1 давраро дорои нуктаи умумии А мебошанд.



Расми 142

Давраҳое, ки фақат як нуктаи умумӣ доранд бо ҳам расандаанд. Давраҳои расми 142, 1) аз дохил расандаанд. Агар давраҳо аз дохил расанда бошанд, шарти $R-r=d$ иҷро мешавад. Дар ин ҷо $OA=R$ -радиуси давраи калон, $O_1A=r$ радиуси давраи хурд. $OO_1=d$ -масофаи байни марказҳои давраҳо.

2. Дар расми 142, 2) давраҳо як нуктаи умумии A доранд. Онҳо аз берун расандаанд. Барои давраҳои аз берун расанда шарти $d=R+r$ иҷро мешавад.

3. Дар расми 142, 3) давраҳо фақат ду нуктаи умумии A ва B -ро доранд. Ду даврае, ки фақат ду нуктаи умумӣ доранд, давраҳои буранда номида мешаванд. Давраҳои буранда шарти $d>R+r$ -ро қаноат мекунонанд.

4. Дар расми 142, 4) ду давра маркази умумӣ дошта, нуктаи умумӣ надоранд. Ду даврае, ки як маркази умумӣ доранд, давраҳои ҳаммарказ (концентрикӣ) номида мешаванд. Давраҳои концентрикӣ шарти $OA-OB=AB$ -ро қаноат мекунонанд, яъне $R-r=AB$ (AB -масофаи байни давраҳо).

5. Давраҳои расми 142, 5) ҳам нуктаи умумӣ надоранд. Давраҳое, ки нуктаи умумӣ надоранд, давраҳои набуранда мебошанд. Дар расмҳои 142, 4), 142, 5), 142, 6) давраҳо набурандаанд.

Агар як давра дар беруни давраи дигар хобад, шарти $d > R + r$ иҷро мешавад.

Таорема ва таърифҳои омӯхтаатонро дар ҳалли масъалаҳо истифода кунед:

1) Ҳолатҳои ҷойгиршавии хати рост ва давраро тасвир намоед, агар $R = 3$ см ва масофаҳои марказ то хати рост OX : а) 2 см; б) 3 см; в) 5 см бошад.

2) Агар $OA = OB$ бошад, чанд давраи марказаш O ва аз қуллаҳои A ва B гузарандаро сохтан мумкин аст?

3) Нуқтаҳои A, B, C, D, E дар давра меҳобанд. Ҳар ду нуқтаро бо порча пайваस्त намоед. Чанд хорда ҳосил шуд?

4) Дар давра ду, се, чор, шаш нуқта гузошта, онҳоро бо хордаҳо пайваस्त кунед. Дар ҳар як маврид чанд хорда ҳосил мешавад?

5) Дар давра диаметри AB гузаронед. Исбот кунед, ки маркази давра дар байни нуқтаҳои A ва B меҳобад.

6) Давраи марказаш O ва радиусаш $R = 6$ см-ро кашед. Порчаҳои $AB = 4$ см, $OB = 6$ см, $OC = 8$ см-ро созед. Нуқтаҳои A, B, C нисбат ба давра чӣ тавр ҷойгир мешаванд?

7) Агар d -масофаи байни марказҳо, R ва r радиуси давраҳо бошанд, давраҳо чӣ тавр ҷойгиранд: а) $d = 8$ см, $R = 5$ см, $r = 3$ см; б) $d = 8$ см, $R = 3$ см, $r = 2$ см; в) $d = 8$ см, $R = 6$ см, $r = 4$ см; г) $d = 8$ см, $R = 4$ см, $r = 3$ см; д) $d = 8$ см, $R = 12$ см, $r = 4$ см?

8) Дар давра нуқтаи A -ро интихоб кунед. Аз ин нуқта радиуси OA ва расандаи a -ро созед. Кунчи байни радиус ва расандаро чен кунед.

9) Давраро бо паргор чӣ тавр ба шаш ва се қисми баробар тақсим кардан мумкин аст?

Вазъияти ҷойгиршавии фигураҳо нисбат ба давра.

Кунчи марказӣ. Камони давра. Дар расми 143 қисми давраро мебинем, ки дар байни нуқтаҳои A ва B ҷойгир аст.

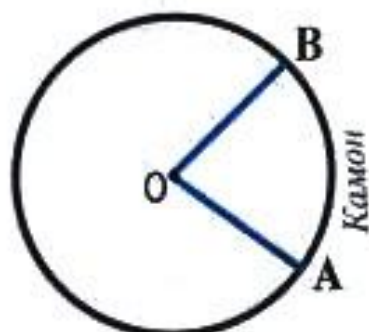
Таъриф. Қисми давраро, ки дар байни ду нуқтаи давра воқеъ аст, камони давра меноманд.

Ибораи «камони AB »-ро чунин ишорат мекунанд: $\overset{\frown}{AB}$. Камонҳо мисли кунҷҳо бо гардус чен карда мешаванд. Нимдавра камонест, ки бузургиаш 180° аст.

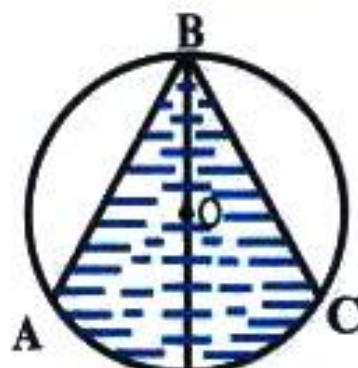
Ба кунчи AOB -и расми 143 нигаред. Қуллаи ин кунҷ маркази давра буда, тарафҳояш радиусҳои OA ва OB мебошанд. $\square AOB$ - кунчи марказӣ мебошад.

Таъриф. Кунце, ки қуллааш маркази давра буда, тарафҳои радиусҳо мебошанд, кунчи марказӣ ном дорад.

Кунчи марказии $\angle AOB$ ба камони $\overset{\frown}{AB}$ така мекунад. Кунчи марказӣ ва камони ба он такакунанда бузургии градусии якхела доранд, яъне бузургии кунчи марказӣ ба бузургии камони ба он такакунанда баробар аст: $\angle AOB = \overset{\frown}{AB}$. Азбаски давра аз ду



Расми 143



Расми 144

нимдавраҳо иборат аст ва кунчи ба нимдавра такакунанда кунчи қушод мебошад, пас ченаки градусии тамоми давра ба 360° баробар аст.

Кунчи дарункашида. Дар расми 144 кунчи $\angle ABC$ тасвир ёфтааст, ки қуллааш дар давра хобида, тарафҳои AB ва BC -аш хордаҳо мебошанд. $\angle ABC$ кунчи дарункашида мебошад.

Таъриф. Кунце, ки қуллааш нуқтаи давра буда, тарафҳои хордаҳо мебошанд, кунчи дарункашида номида мешавад.

Теорема. Бузургии кунчи дарункашида ба нисфи бузургии камони ба он такакунанда баробар аст.

Маълум: $\angle ACB$ ва $\overset{\frown}{AB}$.

Матлуб: $\angle ACB = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AB}$

Исбот. Кунчи $\angle ACB$ нисбат ба маркузи O се ҳолати ҷойгиршавӣ дорад. Теоремаро барои ҳар як ҳолат алоҳида исбот менамоем. а) Маркази давра (расми 145, а)) дар як тарафи $\angle ACB$ меҳобад. $\angle 2$ кунчи марказӣ буда, $\angle 2 = \overset{\frown}{AB}$ аст. Аз тарафи дигар, $\angle 2$ кунчи берунии $\triangle AOC$ буда, $2\angle 1 = \angle 2$ мебошад. Аз ин рӯ $\angle 1 = \frac{1}{2} \cdot \angle 2 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$ $\square \angle ACB = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AB}$

б) Дар расми 145, б) маркази O дар дохили $\angle ACB$ меҳобад.

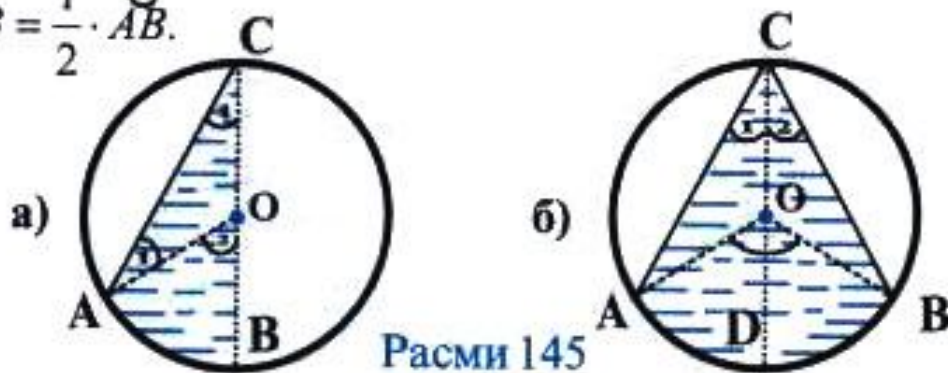
$$\square \angle ACB = \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AD} + \frac{1}{2} \overset{\frown}{DB} = \frac{1}{2} (\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{DB}) = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AB};$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}.$$

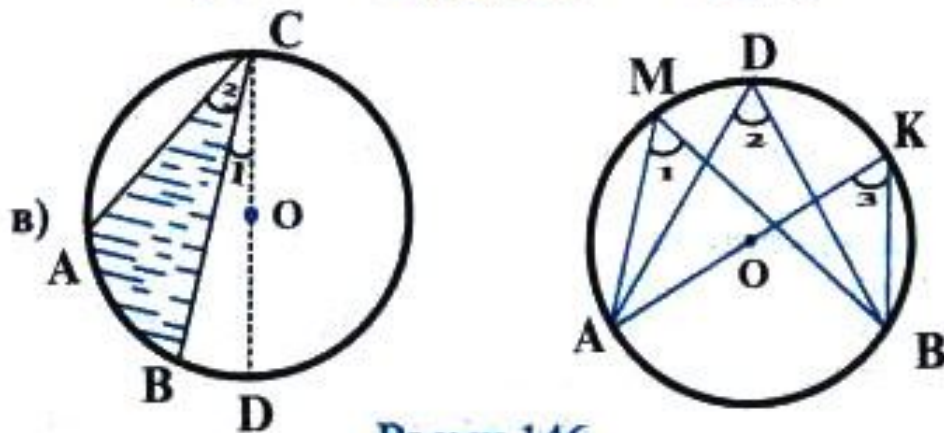
в) Маркази давра дар беруни $\angle ACB$ меҳобад (расми 145, в)):

$$\angle ACB = \angle 2 - \angle 1 = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AD} - \frac{1}{2} \overset{\frown}{BD} = \frac{1}{2} (\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BD}) = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB};$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}.$$



Расми 145



Расми 146

Кунҷҳои дарункашидаи ба як камон тақякунанда.

Таорема. Кунҷҳои дарункашида, ки ба ҳамон як камон тақя мекунанд, бо ҳамдигар баробаранд.

Маълум: $\overset{\frown}{AB}$ ва $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ (расми 146).

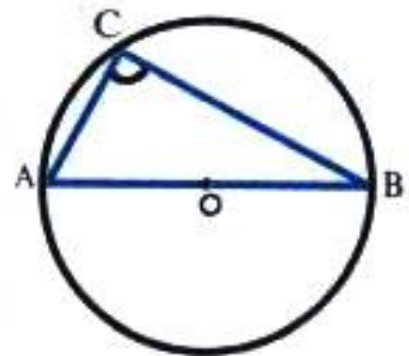
Матлуб: $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.

Исбот. Аз таорема дар бораи кунҷи дарункашида бармеояд, ки $\angle 1 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$,

$$\angle 2 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB} \quad \text{ва} \quad \angle 3 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}.$$

Аз ин ҷо

$$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3.$$



Расми 147

Масъала. Исбот кунед, ки кунҷи дарункашида, ки ба диаметр тақя мекунад, кунҷи рост аст.

Маълум: AB -диаметр, $\angle ACB$ (расми 147).

Матлуб: $\angle ACB = 90^\circ$.

Исбот. Кунчи ACB ҳам ба диаметри AB ва ҳам ба камони $\overset{\frown}{AB}$ (нимдавра) така мекунад. $\overset{\frown}{AB} = 180^\circ$, аз ин рӯ $\angle ACB = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AB} = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$.

Бо истифодаи теорема ва таърифҳои дар боло овардашуда масъалаҳои зеринро ҳал кунед:

1. Бузургии кунҷҳои марказиро ёбед, агар онҳо ба камонҳои зерини давра така намоянд: 1) ба нисфи давра; 2) ба чоряки давра; 3) ба $\frac{2}{3}$ хиссаи давра; 4) ба $\frac{1}{6}$ хиссаи давра; 5) ба $\frac{1}{4}$ хиссаи нимдавра; 6) ба $\frac{1}{3}$ хиссаи нимдавра.

2. Кунчи дарункашида ва кунчи марказӣ ба ҳамон як камон така мекунад. Агар кунчи марказӣ маълум бошад, кунчи дарункашидаро ёбед: 1) 30° ; 2) 60° ; 3) 90° ; 4) 120° ; 5) 150° .

3. Кунчи дарункашида ба бузургии зерин баробар аст: 1) 25° ; 2) 40° ; 3) $22^\circ 5'$; 4) $60'$; 5) $74^\circ 12'$. Кунчи марказии ба он мувофиқ ёфта шавад.

4. Хорда ба камоне така мекунад, ки бузургияш 60° аст. Исбот кунед, ки дарозии ин хорда ба радиус баробар аст.

5. Аз як нуқтаи давра ду хордаи ба радиус баробар кашида шудааст. Кунчи байни хордаҳои давраро ёбед. ~

Секунҷаи дарункашида.

Таъриф. Секунҷае, ки қуллаҳои он дар давра меҳобанд, секунҷаи дарункашида ном дорад.

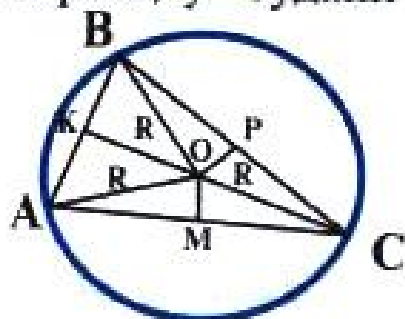
Дар расми 148 секунҷаи ABC секунҷаи дарункашида буда, давра ба он берункашида мебошад. Аз расм дидан душвор нест, ки тарафҳои секунҷа порчаҳои AB , BC ва AC хордаҳои давра мебошанд.

Ҳолатҳои ҷойгиршавии маркази давраро нисбат ба секунҷа тадқиқ намоед.

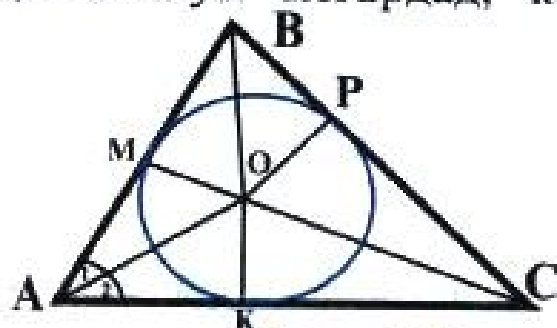
Теорема. Нуқтаи буриши перпендикулярҳои миёнаҳои тарафҳои секунҷа маркази давраи берункашида мебошад.

Матлуб: O -маркази давраи берункашида.

Исбот. $\triangle AOB$, $\triangle AOC$ ва $\triangle COB$ секунҷаҳои баробарпахлӯ мебошанд (расми 148), чунки $OA=OB=OC=R$. Аз баробарпахлӯ будани секунҷаҳо маълум мегардад, ки



Расми 148



Расми 149

порчаҳои OK , OM ва OP дар як вақт ҳам баландӣ ва ҳам медиана мебошанд. Аз ин ҷо порчаҳои OK , OM ва OP перпендикулярҳои миёнаҳои тарафҳои $\triangle ABC$ буда, нуқтаи O маркази давраи берункашида мебошад.

Давраи дар секунҷа дарункашида.

Таъриф. Агар тарафҳои секунҷа расандаҳои давра бошанд, давраро давраи дарункашида меноманд.

Дар ин ҳолат секунҷа берункашидаи давра мебошад. Дар расми 149 порчаҳои $OM=OP=OK=r$ радиусҳои давраи дарункашида мебошанд.

Теорема. Маркази давраи дарункашидаи секунҷа нуқтаи буриши биссектрисаҳои секунҷа мебошад.

Исбот. Дар расми 149 нуқтаи O маркази давраи дарункашида мебошад. Аз тарафи дигар, дар нуқтаи O нурҳои OA , OB , OC ҳамдигарро мебуранд. Исбот мекунем, ки нурҳои OA , OB ва OC биссектрисаҳои кунҷҳои секунҷаанд.

$\triangle AOM$ ва $\triangle AOK$ секунҷаҳои росткунҷа мебошанд. Аз $OM=OK=r$ бармеояд, ки $\triangle AOM=\triangle AOK$. Аз дурустии $\triangle AOM=\triangle AOK$ бармеояд, ки $\angle 1=\angle 2$ буда, нури OA биссектрисаи $\angle A$ аст. Ё худ $\triangle COK=\triangle COP$ ва $\triangle BOM=\triangle BOP$ шуда, нурҳои CO ва OB биссектрисаҳо мешаванд. Ҳамин тарик, нуқтаи O нуқтаи буриши биссектрисаҳои секунҷа мебошад.

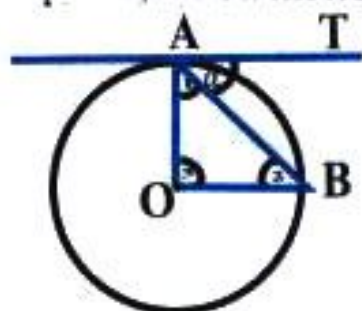
Натиҷаҳо: 1) Дар атрофи секунҷа фақат як давраи берункашида сохтан мумкин аст.

2) Дар дохили секунҷа фақат як давраи дурункашида сохтан мумкин аст.

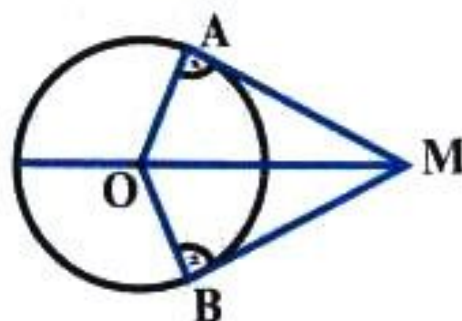
.Исботи ин натиҷаҳо ро ба Шумо ҳавола мекунем.

Кунчи байни расанда ва хорда.

Теорема. Кунче, ки дар байни расанда ва хордаи аз як нуктаи давра гузаронидашуда ҳосил мешавад, ба нисфи камоне баробар аст, ки ба ин хорда таъя мекунад.



Расми 150



Расми 151

Д.ш.а: АТ-расанда, АВ-хорда, $\overset{\smile}{\text{АВ}}$ -камон.

Матлуб: $\alpha = \frac{1}{2} \overset{\smile}{\text{АВ}}$ (расми 150).

Исбот. АО-ро то бурида шудан ба давра давом медиҳем.

$$\angle 1 = \frac{1}{2} (180^\circ - \overset{\smile}{\text{АВ}}). \quad \alpha = 90^\circ - \angle 1 = 90^\circ - \frac{1}{2} (180^\circ - \overset{\smile}{\text{АВ}}) = \frac{1}{2} \overset{\smile}{\text{АВ}}.$$

Теорема дар бораи ду расандаи аз як нукта гузаронидашуда.

Теорема. Агар аз ягон нукта ба давра ду расанда гузаронида шавад, масофаҳо аз он нукта то нуктаҳои расиш баробаранд.

Дода шуда аст: МА ва МВ-расандаҳо. Матлуб: МА=МВ (расми 151).

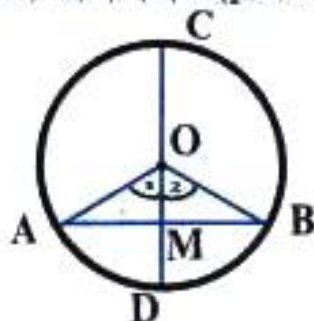
Исбот: Секунҷаҳои ОАМ ва ОВМ секунҷаҳои росткунҷаанд, чунки $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$. $ОА = ОВ = r$, пас $\triangle ОАМ = \triangle ОВМ$. Аз ин ҷо бармеояд, ки $АМ = МВ$ аст.

Теорема дар бораи диаметри ба хорда перпендикуляр.

Теорема. Диаметре, ки ба хорда перпендикуляр аст, хорда ва камони ба ин хорда таъякунандаро ба ду қисми баробар ҷудо мекунад.

Дода шуда аст: АВ-хорда, СД-диаметр, $АВ \perp СД$.

Матлуб: $АМ = МВ$, $\overset{\smile}{\text{АД}} = \overset{\smile}{\text{ДВ}}$ (расми 152).



Расми 152

Исбот. Ба расми 152 нигаред. $OA=OB$, $\triangle AOB$ баробарпахлӯ. $CD \perp AB$, пас $OM \perp AB$. OM -баландӣ, биссектриса ва медианаи $\triangle AOB$ мебошад. Аз ин ҷо $AM=MB$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 1 = \overset{\frown}{\angle} AD$, $\angle 2 = \overset{\frown}{\angle} DB$ ва $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DB}$. Бинобар $AM=MB = \frac{1}{2} AB$ ва $AD = DB = \frac{1}{2} \cdot AB$.

САВОЛҶА БАРОИ САНЦИШ.

1. Давраро чӣ тавр таъриф медиханд?
2. Таърифи радиус ва диаметро баён кунед.
3. Таърифи хорда ва расандаи давраро оред.
4. Камони давра чист?
5. Таърифи кунчи марказиро баён кунед.
6. Таърифи кунчи дарункашидаро оред.
7. Теоремаро дар бораи кунчи дарункашида исбот кунед.
8. Теоремаро дар бораи кунчи байни расанда ва хорда баён кунед.
9. Секунҷаи дарункашида чист?
10. Таърифи секунҷаи берункашидаро баён кунед.
11. Хосияти ду расандаи аз як нуқта гузаронидашударо баён кунед.
12. Ҳолатҳои чойгиршувии нуқта ва давраро баён кунед.
13. Ҳолатҳои чойгиршавии хати рост ва давраро баён кунед.
14. Кунчи дарункашида нисбат ба маркази давра чӣ тавр чойгир шуда метавонад?
15. Хосияти кунчи ба диаметр такаунанда чӣ гуна аст?
16. Ду давра нисбати ҳамдигар чӣ тавр чойгир шуда метавонанд?
17. Кадом вақт ду давра расандаанд?
18. Кадом вақт ду давра бурандаанд?
19. Хосияти кунҷҳои дарункашидаро, ки ба ҳамон як камон така мекунанд, баён кунед.
20. Теоремаро дар бораи диаметри ба хорда перпендикуляр баён кунед.
21. Таърифи доираро баён намоед.
22. Маркази давраи берункашидаро чӣ тавр меёбанд?
23. Маркази давраи дарункашида дар кучо меҳобад?
24. Маркази давраи дар атрофи секунҷаи росткунҷа берункашида дар кучо меҳобад?

25. Дар кадом секунча маркази давраи дарункашида ва берункашида ҳамчоя мешаванд?

МАСЪАЛАҲО.

1. Иббот кунед, ки перпендикулярҳои миёнаҳои тарафҳои секунча ҳамдигарро дар як нуқта мебуранд.

2. Иббот кунед, ки биссектрисаҳои секунча ҳамдигарро дар як нуқта мебуранд.

3. Иббот кунед, ки дар секунчаи баробартараф давраҳои дарункашида ва берункашида дорои ҳамон як марказ мебошанд.

4. Иббот кунед, ки миёнаҳои гипотенуза маркази давраи берункашидаи секунчаи росткунча мебошад.

5. Иббот кунед, ки дар секунчаи росткунча медианаи ба гипотенуза фаровардашуда ба нисфи гипотенуза баробар аст.

6. Гипотенузаи секунчаи росткунча ба 10 см баробар аст. Медианаи ба гипотенуза фаровардашударо ёбед.

7. Аз як нуқта ба давра расанда ва буранда гузарониданд. Агар ин нуқта дар давра хобида, хордаи ҳосилшуда ба радиус баробар бошад, кунчи байни расанда ва бурандаро ёбед.

8. Аз як нуқта ба давра ду расанда гузаронида шудааст. Иббот кунед, ки бурандае, ки аз марказ ва ин нуқта мегузарад, биссектрисаи кунчи байни расандаҳо мебошад.

9. Кунчи байни хорда ва радиуси давра ба 60° баробар мебошад. Агар радиуси давра 14 см бошад, дарозии хордаро ёбед.

10. Кунчи байни радиусҳои давра 120° аст. Хордаи ба ин кунҷ тақякунанда 15 см аст. Радиуси давраро ёбед.

11. Иббот кунед, ки диаметри аз миёнаҳои хорда гузаранда ба ин хорда перпендикуляр аст.

12. Дар давра ду секунча дарункашидаанд, ки онҳо дорои яктогӣ кунчи 30° мебошанд. Агар ин секунчаҳо ба диаметр тақякунанд, иббот кунед, ки онҳо баробаранд.

Б О Б И V

СОХТАНҲОИ ГЕОМЕТРӢ § 1. ТАЛАБОТИ АСОСӢ ДОИР БА СОХТАНҲОИ ГЕОМЕТРӢ

Маъала доир ба сохтан чист?

Дар геометрия масъалаҳое вомехӯранд, ки дар онҳо бо ёрии як ё якчанд асбоб ва дода шудани баъзе фигураҳо ва маълумоти асосӣ доир ба онҳо сохтани фигураи нави геометрӣ талаб карда мешавад. Чунин масъалаҳоро масъалаҳо доир ба **сохтанҳои геометрӣ** меноманд. Сохтанҳои геометрӣ таърихи қадима дорад. Аввалин масъалаҳо доир ба сохтан дар замони Евклид ва ҳатто пеш аз он диққати олимону ба худ ҷалб карда буданд.

Хаткашаки бетақсимои дугарафа ва паргор асбобҳои асосӣ барои сохтанҳои геометрӣ мебошанд.

Ҳар кадоми онҳо барои иҷрои амалиёти махсус истифода бурда мешаванд. Чунин амалиётро аксиомаҳои ин асбобҳо меноманд.

Аксиомаҳои хаткашак.

Бо хаткашак дар ҳамворӣ: 1. Хати рости дилхоҳ, 2. Хати рости аз нуктаи маълум гузаранда, 3. Хати рости аз ду нуктаи додасуда гузарандаро сохтан мумкин аст.

Бо ёрии хаткашак дигар амалиётро иҷро кардан тавсия дода намешавад, аз ҷумла, бо ёрии хаткашак чен кардан ва сохтани порчаҳои дарозиашон маълумро мамнӯъ ҳисоб мекунем.

Аксиомаҳои паргор.

Бо паргор дар ҳамворӣ: 1. Аз маркази маълум давраи радиусаш додасударо сохтан мумкин аст. 2. Порчай ба порчай додасуда баробарро дар хати рост ҷудо кардан мумкин аст.

Масъалаҳои оддитарин доир ба сохтанҳои геометрӣ.

Бо хаткашак ва паргор якҷоя як қатор масъалаҳоро доир ба сохтан ҳал намудан мумкин аст:

1. Аз нуктаи маълум сохтани хати рости перпендикуляр ба хати рости додасуда.

2. Сохтани нуктаи миёнаҳои порча.

3. Сохтани перпендикуляр ба миёнаҳои порча.

4. Сохтани кунҷи ба кунҷи додасуда баробар.

5. Сохтани биссектрисаи кунчи додашуда.
6. Сохтани секунча бо дода шудани се тарафи он.
7. Сохтани секунча бо дода шудани як тараф ва ду кунчи ба он часпида.
8. Сохтани секунча аз рӯи ду тараф ва кунчи байни ин тарафҳо.

Масъалаҳои номбурда масъалаҳои оддитарини сохтанҳои геометрии мебошанд ва дар мавзӯҳои оянда Шумо ба ҳалли ин масъалаҳо шинос хоҳед шуд.

Марҳалаҳои асосии ҳалли масъалаҳо доир ба сохтан.

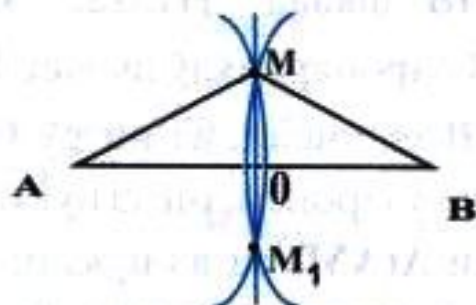
Ҳалли масъалаҳо доир ба сохтан асосан дар чор марҳала иҷро карда мешавад: таҳлил, сохтан, исбот ва тадқиқ.

1. Таҳлилро чӣ тавр мегузаронанд? Таҳлил марҳалаи асосист, ки роҳи ҳал ҷустуҷӯи кӯрда шуда, низоми иҷрои сохтан (алгоритми ҳал) тартиб дода мешавад.

Дар ин марҳала шартҳои масъала бодикқат хонда шуда маълум ва матлубҳо аниқ карда мешаванд. Тасаввур менамоянд, ки фигураи геометрии талаб кардашуда, аллакай сохта шудааст. Бо ин мақсад расми тахминиро месозанд. Кӯшиш менамоянд, ки дар алоқамандӣ бо расм ва хосиятҳои маълум масъаларо ба зермасъалаҳо, ки сохтанашон оддӣ аст, ҷудо намоянд. Дар таҳлил аз матлуб ба маълум фикр кардан мувофиқи мақсад аст. Дар охири таҳлил низоми иҷрои сохтан тартиб дода мешавад.

2. Сохтан чӣ тавр иҷро карда мешавад? Дар аввали сохтан он фигураҳои интиҳоб мекунанд, ки дар шартҳои масъала дода шуда бошанд. Сипас, як-як сохтанҳои дар низоми ҳал овардашударо бо ёрии паргор ва хаткашак иҷро мекунанд. Хатҳо ва порчаҳои ёрирасонро хиратар ва хатҳою порчаҳои асосиро равшан тасвир менамоянд.

3. Исбот чӣ тавр иҷро карда мешавад? Пас аз иҷрои сохтан ягон фигураи геометрии ҳосил мешавад. Дар ин марҳала муқаррар мекунанд, ки шакли геометрии сохташуда ҳамон матлуб аст, ки онро масъала талаб мекунад. Аз ин рӯ, хосиятҳо



Расми 153

ва муносибатҳои маълуми назарияро истифода бурда, дурустии сохтанро тасдиқ мекунанд. Баъзан барои исботи дурустии сохтан аз ченкунию муқоисакуниҳо истифода мекунанд.

4. Тадқиқ чӣ тавр гузаронида мешавад? Аксар сохтанҳо ягон ҳалли хусусии масъаларо медиҳанд. Ҳангоми тадқиқ муайян карда мешавад, ки масъала чанд ҳал дорад, кадом вақт ҳалли ягона, бешумор ва ё тамоман ҳал надорад?

Ҳангоми тадқиқ роҳҳои дигари сохтан, ки аз марҳалаҳои асосӣ фарқ мекунанд, ҷустуҷӯ карда мешаванд. Бо мақсади ҳаматарафа гузаронидани тадқиқ, гоҳо мавқеи ҷойгиршавии маълумҳо ва тағйироти андозаҳои онҳо роли муҳим мекӯзанд.

Баъзан ҳалли масъалаҳо доир ба сохтанро дар ду марҳала иҷро мекунанд. Дар чунин маврид тадқиқ бо таҳлил ва исбот бо сохтан ҳамҷоя карда мешавад.

§ 2. СОХТАНИ ХАТИ РОСТИ ПЕРПЕНДИКУЛЯР.

Ба ду қисми баробар тақсим кардани порча.

Масъала. Порчаи AB дода шудааст. Онро ба ду қисми баробар тақсим намоед.

Таҳлил. Маълум: Порчаи AB .

Матлуб. Нуқтаи O ба шарте, ки $OA=OB$ шавад. Бигузор порчаи AB ва нуқтаи O дар миёнаҳои он сохта шуда бошад (расми 153). Нуқтаи O аз нӯғҳои порча дар масофаҳои якхела воқеъ аст, чунки $OA=OB$. Оё чунин нуқтаи дигари M мавҷуд дорад, ки $AM=MB$ шавад? Нуқтаи M -ро тарзе интихоб мекунем, ки $\triangle AMB$ баробарпахлӯ шавад. Порчаи OM медиана ва баландии $\triangle AMB$ мебошад, аз ин рӯ $OM \perp AB$ аст. Агар аз нуқтаи M хати рост гузаронем, он аз нуқтаи O мегузарад. Агар аз нуқтаи A давраи $A(AM)$ ва аз нуқтаи B давраи $B(BM)$ -ро созем, давраҳо дар ду нуқта мекӯзанд. Аз нуқтаҳои буриш хати рост сохта, нуқтаи O -ро ёфтан мумкин аст.

Низоми сохтан.

- а) Тасвири порчаи AB .
- б) Сохтани давраи $A(r)$, r аз AB калон мебошад.
- в) Сохтани давраи $B(r)$.
- г) Буриши $A(r)$ ва $B(r)$ (M ва M_1):
- д) Сохтани хати рости MM_1 .
- е) O -буриши AB ва MM_1 .

Исбот: Нуктаи M -ро бо A ва B пайваст мекунем. Ду секунҷаи росткунҷаи AOM ва BOM ҳосил мешаванд. Азбаски $AM=BM=r$ -гипотенузаҳо ва OM катети умумӣ мебошанд, пас $\triangle AOM = \triangle BOM$. Аз ин ҷо $OA=OB$ буда, нуктаи O дар миёнаҷои порчаи AB меҳобад. Пас сохтан дуруст иҷро шудааст.

Тадқиқ. Масъала ҳалли ягона дорад, зеро аз нуктаи O , ки миёнаҷои порчаи AB аст, ба хати рости AB фақат як перпендикуляр гузаронидан мумкин аст. Агар нуктаи O дар буриши хатҳои рости MM_1 ва AB гирифта нашавад, порчаҳои OA ва OB баробар намешаванд. Аз ин ҷо нуктаи O -ро дар порчаи AB гирифтани зарур аст.

Таъриф. Хати росте, ки аз миёнаҷои порча гузашта ба ин порча перпендикуляр аст, перпендикуляри миёнаҷои порча ном дорад.

Сохтани перпендикуляр ба хати рост.

Кори мустақилона аз рӯи низоми сохтан.

1) Порчае дода шудааст. Перпендикуляри миёнаҷои ин порчаро созед.

Нишондод. Сохтанро мувофиқи низоми масъалаи дар боло ҳал кардашуда иҷро намоед (расми 153)

2) Аз нуктаи хати рости додашуда ба ин хати рост перпендикуляр гузаронед.

Низоми сохтан.

- а) Хати рости a ва дар он нуктаи O .
- б) Сохтани давраи $O(r)$, r -ихтиёрӣ.
- в) Буриши $O(r)$ бо хати рости a (нуктаҳои A ва B).
- г) Давраҳои $A(r)$ ва $B(r)$.
- д) Буриши давраҳои $A(r)$ ва $B(r)$ (нуктаи M).
- е) Хати рости OM -матлуб.

3) Аз нуктаи беруни хати рост ба он сохтани перпендикуляр. Созед.

Низоми сохтан.

- а) Сохтани хати рости a ва берун аз он нуқтаи M .
- б) Сохтани давраи $M(R)$ (давра хати ростро бурад).
- в) Буриши $M(R)$ бо хати рости a (нуқтаҳои A ва B).
- г) Сохтани давраҳои $A(R)$ ва $B(R)$.
- д) Буриши давраҳои $A(R)$ ва $B(R)$ (нуқтаҳои M ва M_1).
- е) Сохтани хати рости MM_1 -матлуб.

МАСЪАЛАҲОИ АМАЛӢ

1. Порча дода шудааст. Ин порчаро ба чор қисми баробар тақсим кунед.

2. Секунча дода шудааст. Перпендикулярҳои миёнаҳои тарафҳои секунҷаро созед.

3. Исбот кунед, ки перпендикулярҳои миёнаҳои тарафҳои секунча ҳамдигарро дар як нуқта мебуранд ва ин нуқта маркази давраи берункашида аст.

4. Секунча дода шудааст. Ҳар се баландии секунҷаро созед. Исбот кунед, ки агар ҳар се баландии секунҷаро ба хати рост табдил диҳем, он гоҳ онҳо дар як нуқта ҳамдигарро мебуранд.

5. Давра ва ду нуқтаи A ва B дода шудаанд. Дар давра нуқтаеро ёбед, ки он аз нуқтаҳои A ва B дар як хел масофа воқеъ бошад.

6. Чор нуқта: A, B, C, D дода шудаанд. Нуқтаи X -ро тавре гузоред, ки $AX=BX$ ва $CX=DX$ бошад.

7. Нуқтаҳои A ва B ва хати рости a дода шудаанд. Нуқтаи X -ро дар хати рости a чунон гузоред, ки $AX=BX$ бошад.

8. Исбот кунед, ки ҳар се баландии секунҷаи росткунча дар куллаи кунҷи рост ҳамдигарро мебуранд.

9. Исбот кунед, ки маркази давраи берункашидаи секунҷаи росткунча дар миёнаҳои гипотенуза меҳобад.

§ 3. СОХТАНИ КУНҶО ВА СЕКУНЧАҶО

Сохтани кунҷи ба кунҷи дода шуда баробар.

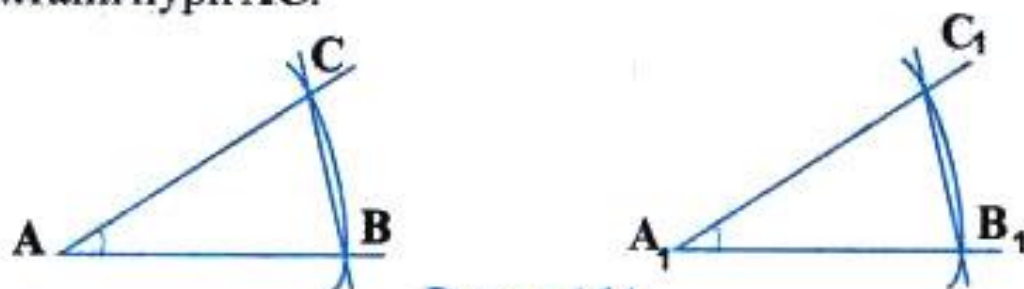
Масъала. Кунҷе дода шудааст. Кунҷе созед, ки ба кунҷи додашуда баробар бошад.

Таҳлил. Бигузор кунҷи додашуда кунҷи ба он баробар бошад (расми 154).

Агар аз нуктаҳои A ва A_1 давраҳои $A(r)$ ва $B(r)$ -ро сохта, порчаҳои CB ва C_1B_1 -ро пайваст кунем, секунҷаҳои BAC ва $B_1A_1C_1$ ҳосил мешаванд. Азбаски $AC=A_1C_1$, $AB=A_1B_1$ ва $\angle A=\angle A_1$ аст, пас $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$ мешавад. Аз ин ҷо $\angle BAC=\angle B_1A_1C_1$.

Низоми сохтан.

- а. Кунҷи CAB кунҷи маълум, нуктаи A_1 -иштиёрӣ.
- б. Сохтани нури AC .



Расми 154

- в. Сохтани давраҳои $A(r)$ ва $A_1(r)$, r -иштиёрӣ.
- г. Нуктаҳои B ва C дар буриши $A(r)$ бо $\angle CAB$.
- д. Сохтани порчаи BC .
- е. Сохтани давраи $B_1(BC)$.
- ё. C_1 буриши $A_1(r)$ бо $B_1(BC)$.
- ж. Сохтани нури A_1C_1 .

Матлуб: $\angle C_1A_1B_1=\angle CAB$.

Исбот. $A_1B_1=AB=r$, $A_1C_1=AC=r$ ва $B_1C_1=BC$, пас $\triangle ABC=\triangle A_1B_1C_1$. Аз баробарии $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$ хулоса мебарояд, ки сохтан дуруст иҷро карда шуда, $\angle C_1A_1B_1=\angle CAB$ мебошад.

Тадқиқ. Агар давраҳои $A(r)$, $A_1(r)$ ва $B_1(BC)$ -ро созем, давраи $B_1(BC)$ давраи $A_1(r)$ -ро дар ду нуктаи C_1 ва C_2 мебурад. Аз ин рӯ, ду кунҷи $C_1A_1B_1$ ва $C_2A_1B_1$ -ро сохтан мумкин аст, ки ба $\angle CAB$ баробаранд. Мо метавонем давраи $C_1(CB)$ -ро кашида, дар натиҷа кунҷи $B_2A_1C_1$ -и ба $\angle CAB$ баробарро ҳосил кунем. Аз тарафи дигар, $\angle B_1A_1C_1=\angle B_2A_1C_1$ мебошад. Аз ин рӯ масъала як хал дорад.

Агар мо ҷои нуктаи A_1 ва самти нури A_1C_1 -ро тағйир диҳем, микдори зиёди ҳалли масъаларо меёбем. Дар ҳамаи ҳолатҳо кунҷҳои сохташуда ба ҳамдигар баробаранд.

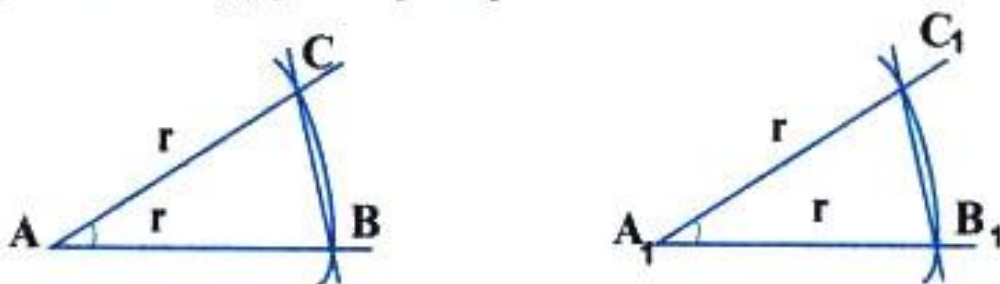
Сохтани биссектрисаи кунҷ.

Масъала. Кунҷе дода шудааст. Биссектрисаи ин кунҷро гузаронед.

Низоми сохтан.

- Тасвири кунчи $СAB$ -и маълум.
- Сохтани давраи $A(r)$.
- Буриши $A(r)$ бо нурҳои AB ва AC (нуктаҳои B ва C).
- Сохтани давраҳои $B(r)$ ва $C(r)$.
- Буриши $B(r)$ ва $C(r)$ (нуктаи D).
- Сохтани нури AD . Нури AD -матлуб.

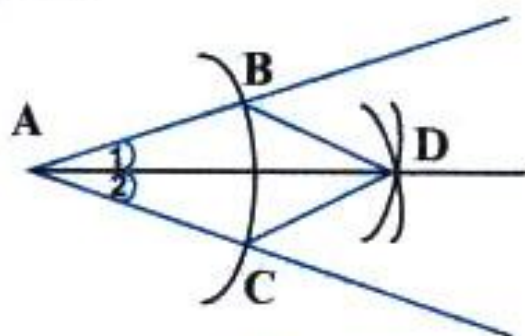
Исбот: $AB=AC=r$, $BD=CD=r$, пас $\triangle ABD=\triangle ACD$ мебошад. Аз ин ҷо $\angle 1=\angle 2$ буда, нури AD биссектрисаи кунчи $СAB$ мебошад, аз ин рӯ, сохтан дуруст иҷро шудааст.



Расми 155

Тадқиқ. Азбаски кунчи дилхоҳ як биссектриса дорад, ҳалли масъала ягона аст.

Масъала. Кунче дода шудааст. Ин кунчро ба ду қисми баробар ҷудо кунед.



Расми 156

Ин масъала ва масъалаи дар боло ҳал карда шуда баробарқуванд. Онҳо як тарзи ҳал доранд. Сохтани биссектриса боиси он мегардад, ки кунҷ ба ду қисми баробар тақсим мешавад.

Сохтани секунҷаҳо.

Кори мустақилона.

- Секунҷае созед, ки тарафҳояш ба се порчаи додашудан a, b, c баробар бошад.

а. Интихоби маълумҳо: 

б. Сохтани хати рости BC -и ихтиёрӣ.

в. Сохтани $BC=c$ дар ин хати рост.

г. Сохтани давраи $B(a)$.

д. Сохтани давраи $C(b)$.

е. Нуктаи A (буриши $B(a)$ ва $C(b)$).

ё. Сохтани порчаҳои $AB=a$ ва $AC=b$.

Матлуб: $\triangle ABC$.

Сохтан, исбот ва тадқиқи масъаларо ба Шумо ҳавола менамоем.

2). Секундае созед, ки ду тарафаш порчаҳои a ва b буда, кунҷи байни ин тарафҳо маълум бошад.

Низоми сохтан.

а. Интихоби маълумҳо:



б. Сохтани кунҷи $\angle ACB = \gamma$

в. Сохтани $C(a)$ ва $BC=a$ (ёфтани нуктаи B).

г. Сохтани $C(b)$ ва $AC=b$ (ёфтани нуктаи A).

д. Сохтани порчаи AB .

Матлуб: $\triangle ABC$

Сохтан, исбот ва тадқиқро мустақилона иҷро намоед.

3) Секундае кашед, ки тарафаш порчаи a буда, ду кунҷи ба ин тараф часпидааш β ва γ бошанд.

Низоми сохтан

а. Интихоби маълумҳо:



б. Сохтани хати рости CB .

в. Сохтани порчаи $CB=a$ ва нуктаҳои C, B .

г. Сохтани $\angle ACB = \gamma$.

д. Сохтани $\angle CBA = \beta$.

е. Буриши нурҳои CA ва BA (нуктаи A).

Матлуб: $\triangle ABC$

Сохтан, исбот ва тадқиқро мустақилона иҷро намоед.

МАСЪАЛАҲОИ АМАЛӢ

1. Секунча дода шудааст. Ҳар се биссектрисаи секунчаро созед. Исбот кунед, ки онҳо ҳамдигарро дар як нукта мебуранд ва ин нукта маркази давраи дарункашида мебошад.

2. Кунҷ дода шудааст. Ин кунҷро ба чор ҳиссаи баробар тақсим кунед.

3. Секунчае дода шудааст. Секунчаи ба он баробарро созед.

4. Давраи радиусаш маълумро тарзе созед, ки аз болои ду нуктаи додашуда гузарад.

5. Секунчае кашед, ки тарафҳояшро порчаҳои **a**, **b**, **c** ташкил намоянд: 1) **a**=3 см, **b**=2 см, **c**=4 см; 2) **a**=4 см, **b**=3 см, **c**=5 см; 3) **a**=6 см, **b**=4 см, **c**=5 см.

6. Секунчаи **ABC**-ро аз рӯи маълумоти зерин созед: а) **AB**=6 см, **BC**=5 см, $\angle A=50^\circ$; б) **AB**=5 см, **AC**=8 см, $\angle B=30^\circ$.

7. Секунчаи **ABC**-ро аз рӯи маълумоти зерин созед: а) **AB**=5 см, $\angle A=60^\circ$, $\angle B=50^\circ$; б) **AB**=6 см, $\angle A=\angle B=50^\circ$.

8. Секунчаи баробартарафе кашед, ки тарафаш порчаи додашуда бошад.

9. Аз рӯи асоси маълум ва кунҷи назди асос секунчаи баробарпахлӯ кашед.

10. Секунча дода шудааст. Медианаҳои онро созед.

11. Кунҷҳои 60° ва 30° -ро кашед.

12. Секунчаи росткунчае кашед, ки кунҷи тез ва гипотенузааш маълум бошад.

13. Секунчаи росткунчае кашед, ки катет ва кунҷи тезаш маълум бошад.

14. Секунчаи росткунчае кашед, ки як катет ва гипотенузааш маълум бошад.

15. Секунчаи росткунчаи ҳар ду катеташ маълумро тасвир кунед.

САВОЛҲО БАРОИ САНҶИШ.

1. Асбобҳои асосии сохтан ва аксиомаҳои онҳоро баён кунед.

2. Масъалаҳо доир ба сохтан чӣ гуна масъалаанд?

3. Сохтанҳои оддитарини геометриро номбар кунед.

4. Марҳалаҳои сохтан кадомҳоянд?

5. Таҳлил чист?

6. Сохтан чист?

7. Тадқиқ чист?
8. Исбот чӣ гуна марҳала аст?
9. Перпендикуляри миёнаҷои порча чист?
10. Тарзи сохтани секунҷаро аз рӯи се тарафаш маънидод кунед.
11. Тарзи сохтани секунҷаро аз рӯи як тараф ва ду кунҷи ба он часпида нишон диҳед.
12. Тарзи сохтани секунҷаро аз рӯи ду тараф ва кунҷи байни ин тарафҳо фаҳмонед.
13. Гузарондани перпендикулярро ба хати рост аз нуқтаи маълум нишон диҳед.
14. Тарзи сохтани биссектрисаи кунҷро фаҳмонед.
15. Тарзи сохтани кунҷи ба кунҷи додашуда баробарро баён кунед.

МАСЪАЛАҲО.

1. Даврае кашед, ки он дарункашидаи секунҷаи додашуда бошад.

Низоми сохтан.

- а. Тасвири секунҷаи маълуми ABC .
- б. Сохтани биссектрисаи $\angle A$
- в. Сохтани биссектрисаи $\angle B$
- г. Нуқтаи O -буриши биссектрисаҳо.
- д. Сохтани порчаи $CD \perp AB$, D дар AB .
- е. Сохтани давраи $O(O, D)$.

Матлуб: Давраи $O(O, D)$.

2. Даврае созед, ки берункашидаи секунҷаи додашуда бошад.

Нишондод. Маркази давра нуқтаи буриши перпендикулярҳои миёнаҷои ду тарафҳои секунҷа мебошад.

3. Секунҷаи баробарпахлӯе созед, ки тарафи пахлӯӣ ва баландии ба асос фаровардашудааш дода шуда бошад.

Низоми сохтан.

а. Тасвири маълумҳо: $\overbrace{\hspace{2cm}}^h$ баландӣ $\overbrace{\hspace{2cm}}^{a=b}$ пахлӯҳо

- б. Сохтани хатҳои ростии перпендикуляр аз ягон нуқтаи D .
- в. Сохтани порчаи CD дар яке аз нурҳо, $CD=h$.
- г. Сохтани давраи $C(a)$.
- д. Сохтани нуқтаҳои A ва B (буриши $C(a)$).

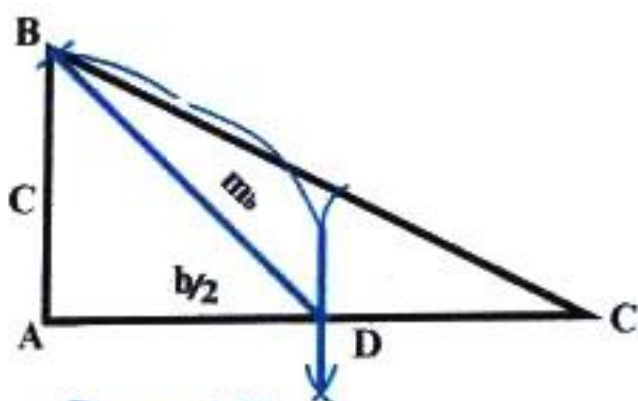
е. Сохтани порчаҳои АС ва СВ.

Матлуб: $\triangle ABC$

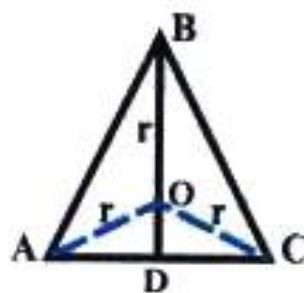
4. Секунчаро аз рӯи ду тараф ва баландии ба тарафи сеюм, фаровардашуда созед.

5. Секунҷаи баробарпаҳлӯро аз рӯи асос ва радиуси давраи берункашида созед.

Таҳлил. Бигузур $\triangle ABC$ -матлуб бошад, он гоҳ $AB=BC$ ва BD баландии ба асос фаровардашуда мебошад. Агар O -маркази давраи берункашида бошад, он гоҳ $OB=OA=OC=r$ ва $AC=v$ дода шудаанд. Секунҷаи AOC -ро аз рӯи се тараф сохта,



Расми 157



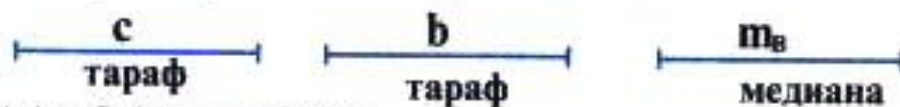
Расми 158

нуқтаи O -ро меёбем. Давраи $O(r)$ имконият медиҳад, ки нуқтаи B -ро ёбем (расми 158).

Низоми сохтанро мустақилона тартиб дода, онро иҷро намоед.

6. Секунҷае кашед, ки ду тараф ва медианаи ба яке аз ин тарафҳо фаровардашудааш маълум бошад.

Д.ш.а:



Матлуб. $\triangle ABC$ (расми 157).

Низоми сохтан.

а. Сохтани порчаи $AC=v$.

б. Сохтани D (миёнаҳои порчаи AC).

в. Сохтани секунҷаи ABD аз рӯи се тараф: $AB=c$, $BD=m_b$, $AD=\frac{b}{2}$

г. Сохтани порчаи BC .

Матлуб: $\triangle ABC$.

Сохтан ва татқиқро мустақилона иҷро намоед.

7. Секунҷаро аз рӯи ду тараф ва медианаи ба тарафи сеюм фаровардашудаи он созед.

Нишондод:

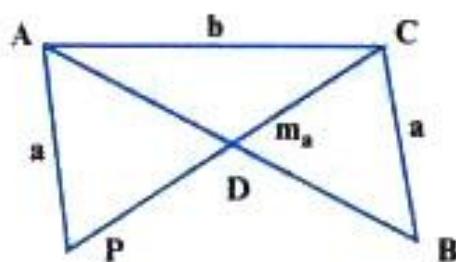
Маълумҳо: $\overbrace{\hspace{2cm}}^c$ тараф $\overbrace{\hspace{2cm}}^b$ тараф $\overbrace{\hspace{2cm}}^{m_c}$ медиана

Матлуб: $\triangle ABC$ (расми 159).

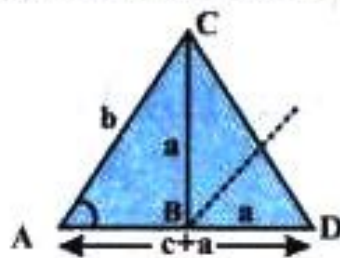
Ба расм диққат диҳед; аввал масъаларо таҳлил карда, низоми ҳалро татиб диҳед ва сонӣ онро иҷро намоед.

8. Секунчаро аз рӯи як тараф, медианаи ба ин тараф фаровардашуда ва радиуси давраи берункашидаи он созед.

Нишондод. Аввал порчаи AC -и маълум ва миёнаҳои он нуқтаи D -ро созед. Сипас, $\triangle ABC$ -ро бо тарафҳои $OA=OC=r$ -и



Расми 159



Расми 160

маълум сохта, давраи $O(r)$ гузаронед. Давраи $D(r)$ давраи $O(r)$ -ро мебурад ва дар буриш нуқтаи B ҳосил мегардад.

9. Секунчаро аз рӯи як тараф ва медианаю баландии ба ин тараф фаровардашуда созед.

Нишондод. Сохтанро аз баландӣ оғоз намоед.

10. Агар як тараф, кунчи ба ин тараф часпида ва суммаи ду тарафи дигар дода шуда бошанд, секунчаро созед.

Нишондод. Маълумҳо $AC=b$, $AD=a+c$ ва $\angle A=\alpha$ мебошанд.

Аввал $\triangle ACD$ -ро аз рӯи $AC=b$, $AD=a+c$ ва $\angle A=\alpha$ созед (расми 160).

Таҳлил, низоми сохтан, сохтану исбот ва тадқиқро мустақилона иҷро намоед.

11. Секунчаро аз рӯи як тараф, кунчи ба он часпида ва фарқи ду тарафҳои дигар созед.

12. Секунҷаи росткунҷаро аз рӯи як тараф ва суммаи гипотенузаю катети дигар созед.

13. Расандаи умумии ду давраи додашударо созед.

14. Аз нуқтаи беруни давраи додашуда ба он расанда гузаронед.

15. Порчаи додашударо ба 8 қисми баробар тақсим кунед.

16. Секунҷаи баробартарафро созед, агар радиуси давраи берункашидааш дода шуда бошад.

17. Секунҷаи баробартарафро созед, агар радиуси давраи дарункашидааш дода шуда бошад.

18. Аз нуқтаҳои давраи додашуда диаметр ва хордаи ба радиус баробар гузаронида шудааст. Кунчи байни онҳоро ёбед.

19. Аз нуқтаҳои давраи додашуда ду хордае гузаронида шудаанд, ки ҳар кадомаш ба радиус баробаранд. Кунчи байни хордаҳоро ёбед.

20. Давраҳои радиусашон 30 см ва 40 см ба якдигар расандаанд. Дар мавриди расишҳои берунӣ ва дохилӣ масофаи байни марказҳои давраҳоро ёбед.

21. Агар ду давра фақат як нуқтаи умумӣ дошта бошанд, он гоҳ онҳо дар ин нуқта ба якдигар расандаанд. Инро исбот кунед.

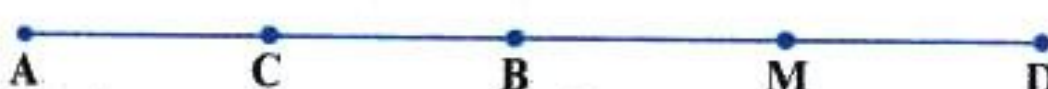
ҶАВОБ ВА НИШОНДОД БА ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲО.

БОБИ 1. МАҲУМҲОИ ОДДИТАРИНИ ГЕОМЕТРӢ.

12. а) Нуқтаҳои **A**, **B**, **C** дар як хати рост меҳобанд, зеро $AB+BC=AC$ ($5\text{см}+2\text{см}=7\text{см}$) мебошад. Нуқтаи **B** дар байни нуқтаҳои **A** ва **C** меҳобад.

в) Нуқтаи **C** дар байни нуқтаҳои **A** ва **B** меҳобад.

15. А)  $AB=2 \cdot AD=4\text{см}.$

16. 
 $AB = \frac{1}{2} AD = 10\text{см}; AC = \frac{2}{5} AB = 4\text{см}; AM = \frac{4}{5} AD = 16\text{см};$

17. а) $MA=4\text{см}; MB=15\text{см}. MC=8\text{см}.$

20. а) 6 см; б) 8 см; в) 7 см; г) 0,9 дм.

БОБИ 2. КУНЧҲО ВА ЧЕН ҚАРДАНИ КУНЧҲО.

2. 72° ва 108° ; 55° ва 125° ; 88° ва 92° .

3. 75° ва 105° .

4. 45° ва 135° .

6. $75^\circ, 105^\circ, 75^\circ, 105^\circ$.

8. а) 100° ; б) 120° ; в) 80° .

11. 65° ва 65° .
 13. $30^\circ, 70^\circ, 80^\circ$.
 14. 4-то кунчи 50° ва 4-то кунчи 130° .
 17. $45^\circ, 45^\circ$.

22. Нишон дод: Аз хосияти перпендикулярӣи хатҳои рост истифода намоед.

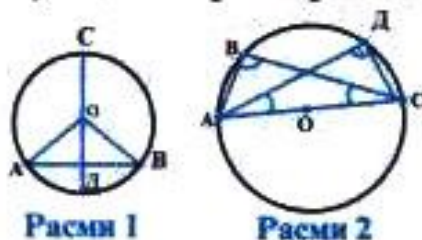
24. 60° .
 25. $140^\circ, 40^\circ$.

БОБИ 3 СЕКУНЧАҲО.

6. 0,7 м; 0,7 м.
 7. 2) 5 дм; 5 дм; 8,4 дм.

8. Нишон дод: Хосиятҳои секунҷаи баробарпахлӯро ба ёдоваред.

9. 20 дм.
 10. $40^\circ, 40^\circ, 100^\circ$.
 11. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.
 12. 30° .



БОБИ 4. ДАВРА ВА ДОИРА.

6. 5 см.
 7. 30° .
 9. 14 см.
 10. $5\sqrt{3}$ см.
 11. Нишон дод: ба расми 1 нигаред.
 12. Нишон дод: ба расми 2 нигаред.

БОБИ 5. СОХТАНҲОИ ГЕОМЕТРӢ.

4. Н: $\frac{a}{\text{тараф}}$ $\frac{b}{\text{тараф}}$ $\frac{h_c}{\text{баландӣ}}$

Сохтани секунҷаи ABC-ро аз рӯи тарафҳои $\overline{BC}=a$, $\overline{AC}=b$ ва баландии $\overline{CD}=h_c$ иҷро намоед.

14. Низоми сохтан.
 а) Сохтани давраи радиусаш \overline{OB} ва берун аз он нуқтаи А.
 б) Сохтани давраи $A(R)$. Давра хати ростро мебурад.
 в) Буриши $A(R)$ бо хати рост (нуқтаҳои С ва Д).
 г) Сохтани давраҳои $C(R)$ ва $D(R)$.
 д) Буриши $C(R)$ ва $D(R)$ -нуқтаи А.

Матлуб: хати рости AA_1 .

18. 60° .
 19. 120° .
 20. 70 см, 10 см.

21. Нишон дод. Аввал исбот кунед, ки нуқтаи умумии давраҳои додашуда дар хати рости аз маркази онҳо мегузаштагӣ воқеъ аст.

МУНДАРИЧА

Сарсухан.....	3
Геометрияро чӣ тавр бояд омӯхт?.....	5
Чанд маслиҳат барои омӯзгор.....	6
Боби I. Мафҳумҳои оддитарини геометрӣ.	
§1. Нуқта, хат ва хати рост.....	8
§2. Аксиомаи параллелии хатҳои рост.....	19
§3. Вазъияти ҷойгиршавии нуқтаҳо.....	20
§4. Чен кардани порчаҳо.....	23
Саволҳо барои санҷиш.....	28
Машқҳои иловагӣ ба боби I.....	29
Боби II. Кунҷҳо ва чен кардани онҳо.	
§1. Кунҷ.....	36
§2. Кунҷи кушод. Муқоиса кардани кунҷҳо.....	38
§3. Намудҳои кунҷҳо.....	40
§4. Кунҷҳои ҳамсоя ва амудӣ (вертикалӣ).....	43
§5. Кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамт. Кунҷҳои чилликӣ ва яктарафа. Аломатҳои параллелии хатҳои рост...	46
§6. Хатҳои рости перпендикуляр.....	50
Саволҳо барои санҷиш.....	55
Масъалаҳо.....	56
Боби III. Секунҷаҳо.	
§1. Секунҷа. Суммаи кунҷҳои секунҷа.....	59
Масъалаҳои амалӣ.....	63
§2. Аломатҳои баробарии секунҷаҳо.....	65
Масъалаҳои амалӣ.....	69
§3. Медиана, биссектриса ва баландии секунҷа.....	70
§4. Хосиятҳои секунҷаи баробарпахлӯ.....	73
Масъалаҳои амалӣ.....	74
§5. Аломати сеюми баробарии секунҷаҳо. Масъалаҳои амалӣ.....	75
§6. Баъзе натиҷаҳо аз аломатҳои баробарии секунҷаҳо.....	77
Масъалаҳои амалӣ.....	78
Саволҳо барои санҷиш.....	80
Масъалаҳо.....	81

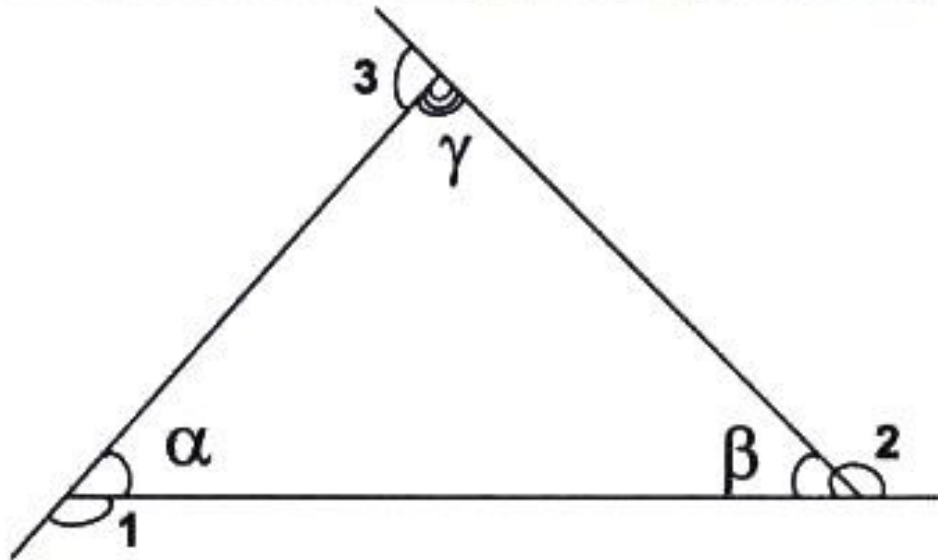
Боби IV. Давра ва доира.

§1. Давра ва ҳолатҳои ҷойгиршавии он. Доира.....	83
Саволҳо барои санҷиш.....	94
Масъалаҳо.....	95

Боби V. Сохтани геометрии.

§1. Талаботи асосӣ доир ба сохтани геометрии.....	96
§2. Сохтани хати рости перпендикуляр.....	98
Масъалаҳои амалӣ.....	100
§3. Сохтани кунҷҳо ва секунҷаҳо.....	100
Масъалаҳои амалӣ.....	104
Саволҳо барои санҷиш.....	104
Масъалаҳо.....	105
Ҷавоб ва нишондод ба ҳалли масъалаҳо.....	108

СУММАИ КУНЧҲОИ СЕКУНЧА.



1. Суммаи кунҷҳои дохилии секунҷа ба 180° баробар аст:

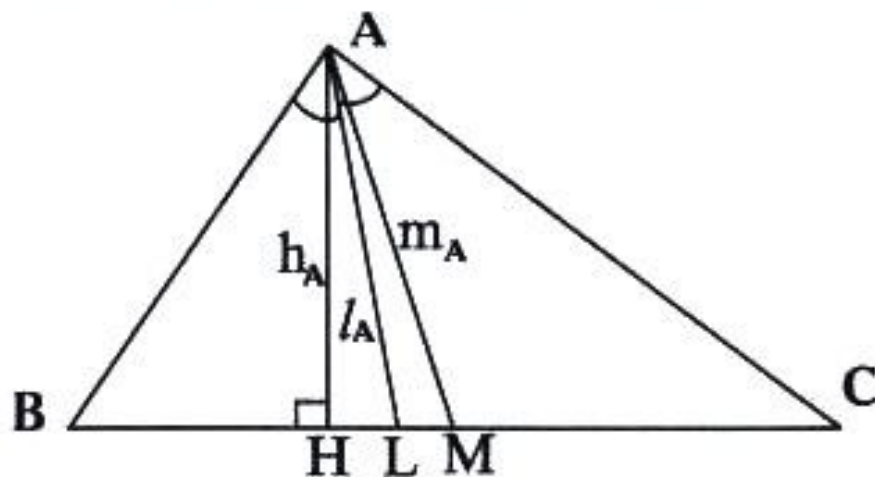
$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ = 2d = \pi$$

2. Суммаи кунҷҳои берунии секунҷа, ки аз ҳар қулла яктогӣ гирифта шудаанд, ба 360° баробар аст: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ = 4d = 2\pi$.

3. Кунҷи берунии секунҷа ба суммаи ду кунҷи дохилии ба он ҳамсоя набуда баробар аст:

$$\angle 1 = \beta + \gamma, \angle 2 = \alpha + \gamma, \angle 3 = \alpha + \beta$$

МЕДИАНА, БИСЕКТРИСА ВА БАЛАНДИИ СЕКУНЧА

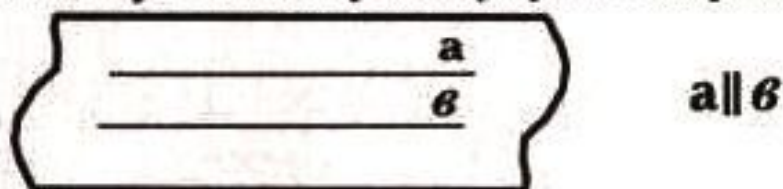


1. Ҳар як секунҷа се медиана, се биссектриса ва се баландӣ дорад.

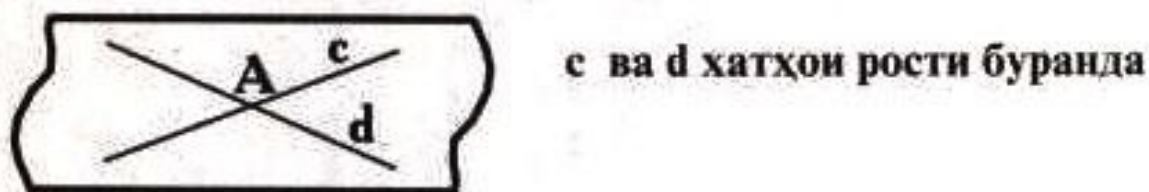
2. Медианаҳо ҳамдигарро дар маркази вазнинии секунҷа мебуранд ва ба нисбати 1:2 тақсим мешаванд.

ВАЗЪИЯТИ ҚОЙГИРШАВИИ ДУ ХАТИ РОСТ

1. Хатҳои рост ягон нуқтаи умумӣ надоранд.



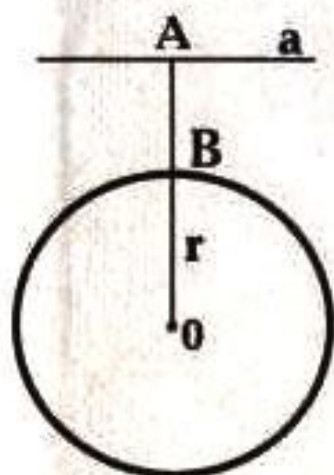
2. Хатҳои рост фақат як нуқтаи умумӣ доранд.



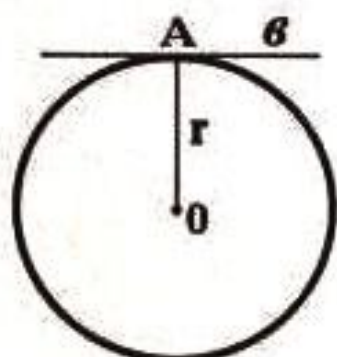
3. Хатҳои рост ду нуқтаи умумӣ доранд.



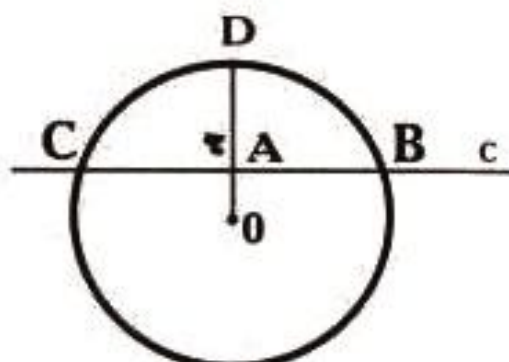
ВАЗЪИЯТИ ҚОЙГИРШАВИИ ХАТИ РОСТ ВА ДАВРА



$OA > r$



$OA = r$



$OA < r$